

УДК 625.7/.8

Савенко В. Я, докт. техн. наук, **Дахуа Л.**

ВИЗНАЧЕННЯ НАЙБІЛЬШ ЕФЕКТИВНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ СТІЙКОСТІ УКОСІВ

Анотація: В статті наведені основні положення та порівняння існуючих методів розрахунку стійкості укосів з використанням чисельного моделювання. Порівняльним аналізом встановлено переваги використання кожного методу.

Ключові слова: метод граничної рівноваги, метод зниження міцності, метод кінцевих елементів, стійкість укосів.

УДК 625.7/.8

Савенко В. Я, докт. техн. наук, **Дахуа Л.**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИБОЛЕЕ ЭФФЕКТИВНОГО МЕТОДА РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ

Аннотация: В статье приведены основные положения и сравнение существующих методов расчета устойчивости откосов с использованием численного моделирования. Сравнительным анализом установлены преимущества использования каждого метода.

Ключевые слова: метод предельного равновесия, метод снижения прочности, метод конечных элементов, устойчивость откосов.

UDC 625.7/.8

Savenko V., Dr. Tech. Sci., **Dahua L.**

DEFINITION OF THE MOST EFFECTIVE METHOD OF CALCULATION SLOPE STABILITY

Abstract: The article presents the main provisions and comparison of existing methods for calculating slope stability using numerical simulation. Comparative analysis has established the advantages of using different methods.

Key words: maximum equilibrium method, method of strength reduction, finite element method, stability of slopes.

Постановка задачі. Неблагоприятные погодные условия приводят к быстрой деформации и разрушению земляных сооружений. Откосы, насыпи и склоны перестают соответствовать требованиям безопасности и могут представлять угрозу для людей, транспортных средств и жилых построек из-за риска возникновения оползней и обвалов. Основу обеспечения устойчивости грунтовых сооружений составляет адекватно и качественно выполненный расчет их укрепления. Выбор методики расчета влияет на получение конечного результата.

Изложение основного материала. Основными методами расчета для оценки устойчивости откоса являются: метод предельного равновесия, метод снижения прочности и метод конечных элементов.

Метод предельного равновесия. В строительной практике для определения устойчивости грунтового сооружения или склонов, как правило, используются методы предельного равновесия, разработанные такими авторами как Шахуняц, Маслов, Терцаги, Бишоп, Моргенштерн, Спенсер и многими другими [1-6]. Для выявления истинного запаса несущей способности конструкции необходимо производить расчет с учетом упругопластических деформаций. Однако сложность аппарата теории пластичности не позволяет решать широкий круг очень важных инженерных задач. Поэтому, метод расчета конструкций по предельным состояниям, по сравнению с упругим расчетом, является важным этапом для оценки истинных запасов прочности конструкции. Однако, в тех случаях, когда необходимо определить только несущую способность конструкции Метод предельного равновесия является очень эффективным и имеет важное практическое значение. Расчет по методу предельного равновесия позволяет, как уже известно, вскрыть резервы прочности конструкций за счет учета пластических и других неупругих свойств материалов. В расчетной модели принимается ряд допущений и рекомендации по выбору методов расчета коэффициента устойчивости склона и оползневого давления:

- используется гипотеза твердого тела;
- допускается определенная форма поверхности скольжения;
- напряжения заменяются силами;
- принимаются допущения о давлении грунтовых вод и сейсмичности.

Общая последовательность применения методов предельного равновесия такова, что сначала задаются поверхностью скольжения, после чего путем итераций определяется положение критической поверхности скольжения с минимальным значением коэффициента устойчивости. Как следует из приведенной последовательности, недостатком этого подхода является то, что поверхность скольжения задается до начала расчета. Как правило, решение о возможной форме поверхности скольжения принимается на основе расчетов по круглоцилиндрическим, или по полигональным поверхностям скольжения [7], однако существуют такие программы, в которых поверхность скольжения может быть комбинированной или задана логарифмической спиралью (GenID32, Slide). Таким образом, исходя из необходимости охватить как можно больше встречающихся на практике случаев (разнородное геологическое строение, наличие грунтовых вод, сейсмические воздействия и пр.) методы предельного равновесия имеют много допущений и упрощений, но при этом позволяют получать достаточные для практики результаты в случае наличия инженерно-геологических условий средней степени сложности.

В этом методе предполагается, что поверхность скольжения считается круговой, с радиусом r и центром O (рис.1). Масса ($ABCD$) грунта над поверхностью разрушения (AC) делится на ряд вертикальных плоскостей отрезком шириной b . Основание каждого отрезка предполагается прямой. Для каждого отрезка, наклон основания относительно горизонтальной плоскости равен α , высота до центра h . Анализ основан на расчёте коэффициента безопасности F .

$$F = \frac{\tau_f}{\tau_m} \quad (1)$$

Из условия равновесия моментов относительно точки O , рассчитывают значение F :

$$F = \frac{\sum(c' + \sigma' \tan \varphi')l}{\sum W \sin \alpha} = \frac{\sum(c'l + N' \tan \varphi')}{\sum W \sin \alpha}. \quad (2)$$

Критерий Мора-Кулона записывается в условиях прочности:

$$T = \frac{1}{F} (c'l + N' \tan \varphi'). \quad (3)$$

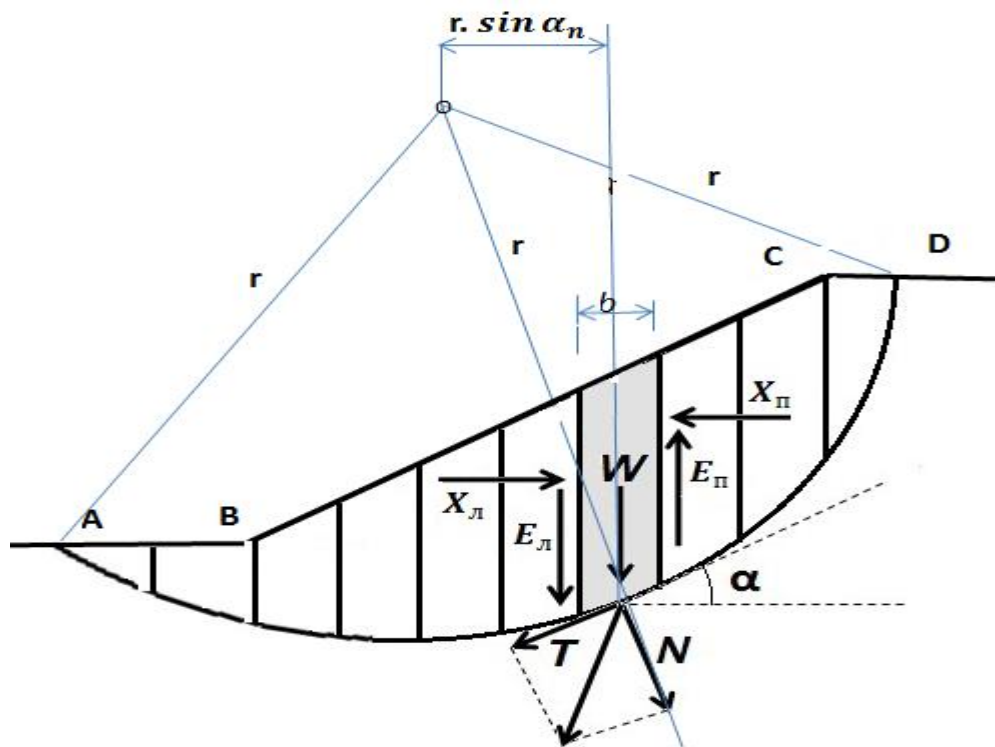


Рисунок 1 – Схема расчета откоса, разделенного на блоки.

Процедура Бишопа оценивает N' , предполагая, что силы, действующие на отсек (слева и справа) уравновешены, поэтому $X_1 - X_2 = 0$. Но $E_1 - E_2 \neq 0$.

Проекция сил на ось Y позволяет записать уравнение в таком виде:

$$W = N' \cos \alpha + ul \cos \alpha + \frac{c'l}{F} \sin \alpha + \frac{N'}{F} \tan \varphi' \sin \alpha . \quad (4)$$

Соединим уравнения (2) и (4) и, после нескольких преобразований, приходим к формуле метода Бишопа [4], F – является уравнением Бишопа в случае армирования откосов.

$$F = \frac{1}{\sum W \sin \alpha} \left[\sum \frac{c'l \cos \alpha + (W - ul \cos \alpha) \tan \varphi'}{\left[\cos \alpha + \left(\frac{\tan \varphi' \sin \alpha}{F} \right) \right]} \right]. \quad (5)$$

Эти нелинейные уравнения требуют итеративного процесса (F -присутствует в обеих частях). Программирование с помощью компьютера позволяет найти быстрое решение после нескольких циклов. Существует еще

один метод Бишопа (более точный) оправдывает все уравнения равновесия, но отклонение между точной и упрощенной версией не превышает 1%.

Для облегчения проектирования и расчетов на основе методов предельного равновесия существует ряд программ (Geo Studio, Slide и другие). Сложностью использования этих программ является отсутствие информации и документов с четким указанием применяемых методов расчета устойчивости.

Р.Р. Чугаев выделил всего четыре способа, отличающиеся своей оригинальной системой сил, действующих на отсеки (это связано с невозможностью рассчитать статически неопределимую систему, образованную рядом твердых отсеков-столбиков, стоящих на дуге обрушения, пользуясь только тремя уравнениями статики): Свена-Гультена, Феллениуса, Крея, Терцаги. Методы (Бишопа, Маслова, Шахунянца и др.) касаются главным образом только техники расчетов или учета тех или иных дополнительных усложняющих элементов, при этом такого рода предложения не затрагивают существо самих силовых схем, положенных в основу расчета [7].

Методы расчета делятся по механизмам: методы равновесия моментов (методы Феллениуса, Бишопа), методы равновесия сил (методы Шахунянца, Крея, Маслова-Берера) и методы равновесия моментов и сил (методы Янбу, Моргенштейна и Прайса, Спенсера). Если судить по критерию максимального учета сил, действующих на отсек, то такие методы как Моргенштейн-Прайс и Спенсер являются наиболее достоверными [8].

Метод Моргенштейна и Прайса. Определяют функцию, описывающую наклон взаимосвязанных усилий между отрезками, этот метод представляет математическую функцию для отображения изменений в направлении сил между отрезки:

$$\tan \theta_i = \frac{X}{E} = \lambda f(x'_i), \quad (6)$$

где θ_i - угол между равнодействующим и горизонтальной силой; λ – постоянная, которая должна быть оценена для расчета коэффициента безопасности; $f(x'_i)$ - это функция для переменных по сравнению с расстоянием вдоль поверхности скольжения, x'_i - является линейной нормализацией координат x , равной нулю и π .

Этот метод соответствует всем условиям статического равновесия для каждого отрезка и также равновесия моментов сил в горизонтальном

направлении, для всей массы, которая скользит по поверхности круговой или некруговой. На рисунке 2 представлены силы, действующие на отрезок. Для обеспечения равновесия сил каждого разреза равнодействующая сил (Q_i) между разрезами (Z_i, Z_{i+1}) запишется:

$$Q_i = \frac{c'.b.\sec \alpha}{F} + \frac{\tan \varphi'}{F} \left(\begin{array}{l} W \cdot \cos \alpha - W \cdot a_p \cos \alpha - W \cdot a_h \sin \alpha - \\ u \cdot b \cdot \sec \alpha + q_c \cdot b \cdot \cos \alpha \\ - W \cdot \sin \alpha + W \cdot a_p \cdot \sin \alpha + W \cdot a_h \cdot \cos \alpha - q_c \cdot b \cdot \sin \alpha \end{array} \right) / \cos(\alpha - \theta_i) \cdot (1 + \tan(\alpha - \theta_i) \cdot \frac{\tan \varphi'}{F}) \quad (7)$$

Равновесие моментов каждого разреза берется относительно точки E, (показана на рисунке 2), что позволяет найти точку приложения равнодействующей:

$$\sum M = Q \cdot \cos \theta_i \cdot h_Q - W \cdot a_h \cdot h_G = 0. \quad (8)$$

Ордината точки приложения равнодействующей (Q_i) к глобальной оси будет:

$$Y_{qi} = Y_{ei} + h_Q. \quad (9)$$

Равновесия силы всей скользящей массы дает:

$$\sum(Q_i \cdot \cos \theta_i) = 0 ; \quad \sum(Q_i \cdot \sin \theta_i) = 0. \quad (10)$$

Общее равновесие моментов относительно начала координат ($x = 0, y = 0$):

$$\sum M = \sum(Q_i \cdot \cos \theta_i \cdot Y_{qi} + Q_i \cdot \sin \theta_i \cdot X_{qi}) = 0. \quad (11)$$

Для нахождения двух неизвестных F и λ , решаем предыдущие уравнения, соблюдая следующую алгебраическую теорию:

$$|\sum M| + |\sum(Q_i \cdot \cos \theta_i \cdot h_Q)| = |\sum(Q_i \cdot \cos \theta_i \cdot Y_{qi} + Q_i \cdot \sin \theta_i \cdot X_{qi})| + |\sum(Q_i \cdot \cos \theta_i \cdot h_Q)| = 0. \quad (12)$$

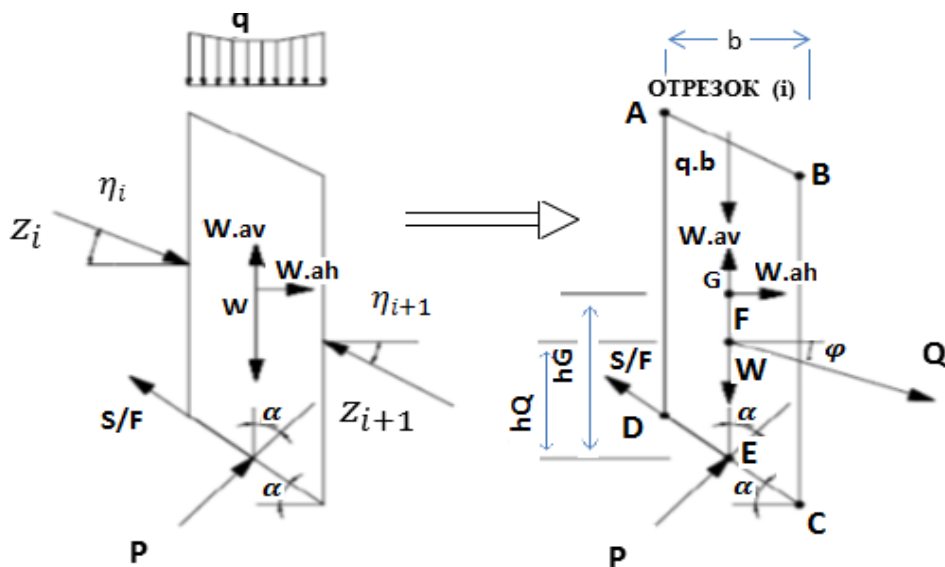


Рисунок 2 – действующие силы на отрезок согласно упрощенного метода Моргенштерна и Прайс

Общая оценка результатов расчета выглядит следующим образом: методы Г. М. Шахунянца, А. Бишопа, Н. Янбу считаются консервативными, следовательно, занижают устойчивость и применяются для проверки устойчивости относительно состояния предельного равновесия ($K_{уст}=1$); методы Н. Моргенштейна, В. Прайса и Е. Спенсера, а также метод General Limit Equilibrium дают наиболее точный результат, который сравнивают с коэффициентом устойчивости; Методы В. Феллениуса и Янбу подходят в современных мощных программах по расчету устойчивости, но результаты дают очень большое занижение устойчивости, а часто не являются достоверными.

Метод снижения прочности. Способом определения устойчивости, лишенным описанных недостатков, является метод снижения прочности. Согласно положенному в основу метода принципу, поверхность скольжения определяется в ходе расчета автоматически и позволяет в программах, использующих этот метод, учитывать наличие геосинтетических прослоек [8,9]. Из положений механики грунтов известно, что напряженное состояние в какой-либо точке грунта рассматривается как предельное в том случае, когда незначительное добавочное воздействие нарушает равновесие и приводит грунт в неустойчивое состояние. Разрушение грунта происходит в результате преодоления внутренних сил трения и сцепления между частицами по определенным поверхностям скольжения.

В общем виде устойчивость сооружения определяется коэффициентом безопасности, представляющим собой отношение максимально возможной прочности грунта $\tau_{\text{пред}}$ к минимальному значению, необходимому для обеспечения равновесия $\tau_{\text{действ}}$:

$$\text{коэффициент безопасности} = \frac{\tau_{\text{пред}}}{\tau_{\text{действ}}} \quad (13)$$

Если формулу (13) представить в виде стандартного условия Кулона, то она примет вид:

$$\text{коэффициент безопасности} = \frac{\sigma_n \cdot \tan \varphi' + c'}{\sigma_n \cdot \tan \varphi_r + c_r} = K_{\text{уст}}, \quad (14)$$

где c' и φ' – сниженные исходные параметры прочности и σ_n – фактическое нормальное напряжение; c_r и φ_r – параметры прочности, сниженные в ходе расчета до минимальных значений, достаточных для поддержания равновесия.

Метод снижения прочности реализован в программах, работающих на основе метода конечных элементов и конечных разностей (Plaxis8, GEO5, Phase2, FLAC). Прогноз разрушения осуществляется путем одновременного понижения обоих показателей прочности на сдвиг:

$$c_r = \frac{c}{K_{\text{уст}}}, \quad \varphi_r = \frac{\varphi}{K_{\text{уст}}}, \quad (15)$$

где $K_{\text{уст}}$ – коэффициент снижения прочности, соответствующий коэффициенту устойчивости в момент разрушения.

Последовательность расчета следующая: коэффициенту снижения прочности ($K_{\text{уст}}$) присваивается значение $K_{\text{уст}}=1$. В ходе расчета $K_{\text{уст}}$ увеличивается, при этом на каждом этапе до наступления разрушения оцениваются сопротивление сдвигу и деформация. Результаты вычислений приводятся в виде графиков, на которых показано влияние коэффициента снижения прочности ($K_{\text{уст}}$) на смещение контрольной точки (узла сетки конечных элементов). Критерий разрушения модели определяется условием Кулона-Мора. Если в результате конечно-элементного расчета будет получено решение для последнего устойчивого состояния откоса, то график расчетов примет горизонтальное положение и коэффициент снижения прочности будет

соответствовать коэффициенту устойчивости $K_{уст}$. Поверхность скольжения при использовании метода конечных элементов формируется во время расчета.

В отличие от методы предельного равновесия, методы снижения прочности в процессе расчета, поверхность скольжения и коэффициент устойчивости определяются одновременно. и наиболее преимущество методы снижения прочности является его единство с другими возможностями численного моделирования. Использование численного моделирования методом снижения прочности позволяет решать задачу по определению длительной прочности геосинтетических материалов. При расчетах по методом предельного равновесия (упруго-пластический расчет) необходимо задаться длительной прочностью $R_{длит}^{мпр}$, и произвести оценку устойчивости, после чего будет известна кратковременная прочность $R_{кр}^{мпр}$. При численном моделировании (повышении прочности, консолидационный расчет) с учетом «отпора» сил избыточного порового давления для обеспечения устойчивости сооружения потребуется расчетная длительная прочность геоматериала $R_{длит}^{конс} > R_{длит}^{мпр}$, которая после завершения процесса консолидации снизится. Учитывая, что под длительной прочностью подразумевается остаточная прочность в расчете на 120 лет, в результате численного расчета получается, что кратковременная (номинальная) прочность, полученная с учетом процессов консолидации, меньше, чем полученная при расчетах методами предельного равновесия $R_{кр}^{конс} < R_{кр}^{мпр}$.

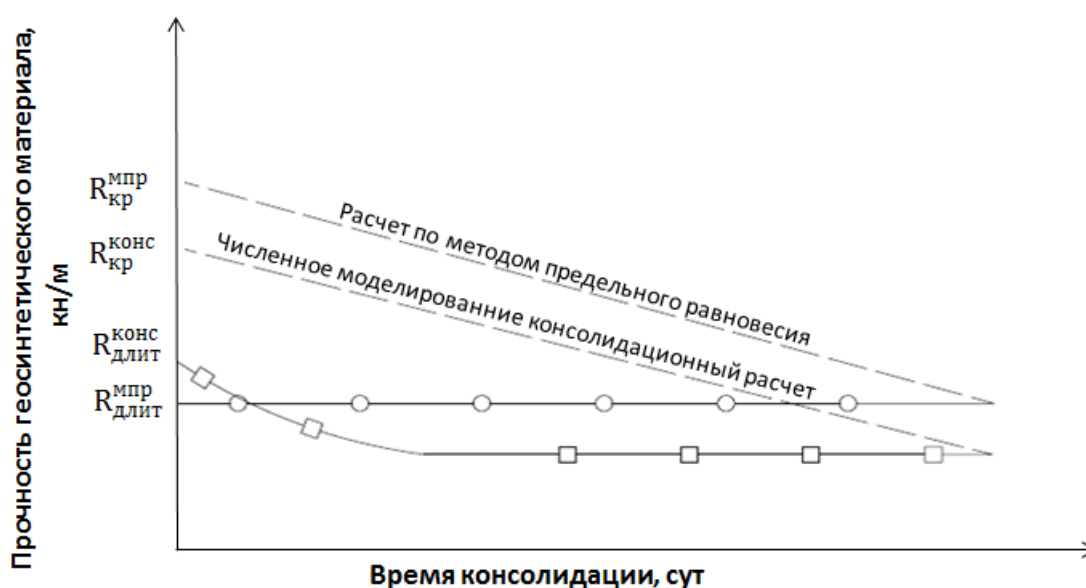


Рисунок 3 – График определения длительной прочности геосинтетического материала.

Метод конечных элементов: Современные конструкции характеризуются сложностью их формы, большими габаритами, экстремальными условиями работы элементов, из-за чего проведение натурного эксперимента является трудным и дорогостоящим. Но значительное развитие вычислительной техники позволяет моделировать сложные физические явления, даёт возможность варьировать определяющие параметрами исследуемой системы с целью получения оптимальных характеристик прочности и надёжности, поэтому решение конкретной проблемы в периоде реализации численных экспериментов требует выбора наиболее эффективных современных методов численного решения. В основе численных методов лежит замена континуальной расчётной модели с непрерывным распределением параметров дискретной моделью, имеющей конечное значение неизвестных, выбираемых в зависимости от требований, предъявляемых к расчёту, и возможностей вычислительной техники. В настоящее время большое распространение среди множества численных методов получил метод конечных элементов, который наиболее удобен для реализации благодаря чёткой формализации отдельных этапов решения задачи в матричной форме расчёта. Ведущее положение этого метода объясняется широкой областью и относительной простотой его применения: независимостью расчета от типа конструкции и физических свойств применяемых материалов, упрощенной системой учета взаимодействия расчетных конструкций с окружающей их средой, возможностью автоматизации расчета на любом его этапе. Метод сочетает самые мощные вычислительные инструменты, которые позволяют, в частности, определения деформаций откоса. Суть метода конечных элементов заключается в разбиении всей области, занимаемой конструкцией, на некоторое количество малых подобластей с конечным размером. Эти подобласти носят название конечных элементов, а само разбиение называется дискретизацией. Форма конечных элементов будет зависеть от типа самой конструкции и характера деформации. Например, конечными элементами в расчете стержневых конструкций (ферм, балок или рам) будут участки стержней, при расчетах двумерных континуальных систем (пластин, плит или оболочек) - прямоугольные или треугольные подобласти, а при расчете трехмерных конструкций (массивов или толстых плит) - подобласти в виде тетраэдров или параллелепипедов. Но в отличие от настоящей конструкции в такой дискретной модели связывание конечных элементов происходит только в отдельных узлах (точках) некоторым известным

количеством узловых параметров. Функционалом энергии всей конструкции при дискретизации будет алгебраическая сумма отдельных функционалов конечных элементов, и для каждой подобласти должен быть задан независимый от других закон распределения требуемых для решения функций. С помощью этих законов возможно выражение перемещений (искомых непрерывных величин) в пределах заданного конечного элемента через значения величин в конечных точках. Число узлов и число их возможных перемещений (степень свободы) для конечного элемента могут варьироваться, но меньше минимального количества, необходимого для рассмотрения состояний конечных элементов под действием напряжения или деформации в данной принятой модели, их быть не должно. Степени свободы конечных элементов определяются числом независимых перемещений во всех их узлах. Степень свободы всей рассчитываемой конструкции и, как следствие, алгебраический порядок уравнений системы будет определяться суммированием числа перемещений всех известных ее узлов. Исходя из того, что основные неизвестные в расчете методом перемещений – искомые узловые перемещения, то понятия степени свободы конечных элементов и конструкции целиком становятся особо важными в методе конечных элементов.

Способ дискретизации рассматриваемой области, количество конечных элементов, число их степеней свободы, а также форма используемых приближенных функций оказывают непосредственное влияние на точность расчета всей конструкции. Таким образом, метод конечных элементов, как наиболее алгебраический, помогает не только при расчете отдельных строительных конструкций, но и в целом при решении строительных задач. После расчета по методу конечных элементов можно оценить деформации грунта и конструкций.

Выводы

Каждый метод имеет свою область применения: какие-то – для полигональных поверхностей; одни подходят только для однородных грунтов, другие – могут быть использованы при разнородной толще. Кроме того, методы делятся по механизмам расчетов: удовлетворяющие общему равновесию моментов (Феллениуса, Бишопа), методы равновесия сил (Шахунянца, Крея, Маслова-Берера) и методы равновесия моментов и сил (Янбу, Моргенштейна и Прайса, Спенсера). В механике грунтов они все относятся к приближенным методам. Л.К. Гинзбург (основоположник метода расчета свайной противо

оползневой конструкции), например, на основе экспериментов признал наиболее приемлемым метод проф. Шахунянца (добавлен в программе "Устойчивость откоса" GEO5). Из зарубежных можно выделить, метод Бишопа "Практикум по Plaxis-8" [10,11], как самый основной и распространенный. А как наиболее сложный и имеющий меньше всего допущений – метод Morgenшейн-Прайса, подходящий для любых поверхностей, учитывающий и моменты и силы и близкий к нему метод Спенсера. В отличие от методы предельного равновесия, методы снижения прочности в процессе расчета, поверхность скольжения и коэффициент устойчивости определяются одновременно. и наиболее преимущество методы снижения прочности является его единство с другими возможностями численного моделирования.

Литература

1. Шахунянц Г.М. Расчет устойчивости склонов и откосов против скольжения пород. В сб. «Материалы совещания по вопросам изучения оползней и мер борьбы с ними». Изд-во Киевского университета, 1964.
2. Маслов Н.Н. Условия устойчивости склонов и откосов в гидро- энергетическом строительстве. М., Госэнергоиздат, 1955.
3. Терцаги К. Теория механики грунтов (перевод издания 1942). М., Госстройиздат, 1961.
4. Bishop, A.W., (1955), "The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes", *Geotechnique*, Vol. 5, pp 7 - 17.
5. Morgenstern, N. and Price, V.E., (1965), "The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces",
6. [Spencer E.](#), M.Sc. Tech, A Method of analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-Slice Forces, Volume 17 Issue 1, March 1967, pp. 11-26
7. Чугаев Р.Р. Расчёт устойчивости земляных откосов и бетонных плотин на нескальном основании по методу круглоцилиндрических поверхностей обрушения. М.: Госэнергоиздат, 1963. - 144 с.
8. Вавринюк Т.С., Федоренко Е.В. Расчеты устойчивости земляного полотна с геосинтетическими материалами. Журнал «Красная линия», выпуск Дороги №69 май 2013.
9. Рекомендации по применению геосинтетических материалов в конструкциях промышленных дорог. СПб.:Миакон, 2013.
10. Практикум по Plaxis. Часть 1. Виртуальная лаборатория Soil Test. 2016 (электронное издание).
11. Практикум по Plaxis. Часть 2. Напряжения. Прочность/ 016 (электронное издание).

Рецензенти:

Кузло М.Т., д-р техн. наук, Національний університет водного господарства та природокористування.

Балашова Ю.Б., канд. техн. наук, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури.

Reviewers:

Kuzlo M.T., Dr. Tech. Sci., National University of Water and Environmental Engineering.

Balashova Yu.B., Cand. Eng. Sci. (Ph.D.), Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture.

Стаття надійшла до редакції: **10.04.2017 р.**