

ЕКОЛОГІЯ ТА ОХОРОНА НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА

УДК 556.531 + 681.3

Артеменко В.А., Петрович В.В., канд. техн. наук

УСУНЕННЯ ПРОПУСКІВ В ГІДРОХІМІЧНИХ ЧАСОВИХ РЯДАХ МЕТОДОМ БАГАТООБРАЗНОСТІ МАЛОЇ РОЗМІРНОСТІ

Анотація. Розроблено метод усунення пропусків в гідрохімічних часових рядах. Об'єкт дослідження: часові ряди значень концентрацій нітратних $[NO_3^-]$ та аммонійних $[NH_4^+]$ йонів у річній воді, *мг/л*.

Мета роботи: усунення пропусків в часових рядах гідрохімічних даних за допомогою метода багатобразності малої розмірності.

Метод дозволяє усувати різного виду пропуски не тільки в гідрохімічних, але і в інших природних часових рядах.

Ключові слова: гідрохімічні часові ряди, усунення пропусків у часових рядах, метод багатобразності малої розмірності.

UDC 556.531 + 681.3

Artemenko V., Petrovich V., Cand. Eng. Sci. (Ph.D)

ELIMINATION OF GAPS IN HYDROCHEMICAL TIME SERIES BY THE METHOD OF MANIFOLDS OF SMALL DIMENSION

Abstract. A method for eliminating omissions in hydrochemical time series has been developed.

The object of the study is the time series of concentrations of nitrate and ammonium ions in river water.

The aim of this work is to eliminate omissions in time series of hydrochemical data using the method of manifolds of small dimension.

The method allows to eliminate various kinds of omissions in any natural time series.

Key words: hydrochemical time series, elimination of gaps in time series, method of manifolds of small dimension.

УДК 556.531 + 681.3

Артёменко В.А., Петрович В.В., канд. техн. наук

УСТРАНЕНИЕ ПРОПУСКОВ В ГИДРОХИМИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДАХ МЕТОДОМ МНОГООБРАЗИЙ МАЛОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Аннотация. Разработан метод устранения пропусков в гидрохимических временных рядах.

Объект исследования: временные ряды значений концентраций нитратных $[NO_3^-]$ и аммонийных $[NH_4^+]$ ионов в речной воде, мг / л.

Цель работы: устранение пропусков во временных рядах гидрохимических данных с помощью метода многообразий малой размерности.

Метод позволяет устранять различного вида пропуски не только в гидрохимических, но и любых других природных временных рядах.

Ключевые слова: гидрохимические временные ряды, устранение пропусков во временных рядах, метод многообразий малой размерности.

*Знание некоторых принципов
легко возмещает незнание
некоторых фактов.*

К. Гельвеций

Введение

В настоящее время одна из ключевых проблем гидрохимии состоит в отсутствии исходных данных в надлежащем количестве (по разным рекам) и с хорошим качеством (проведение регулярных измерений с минимальными пропусками).

Вместе с тем, для разработки различных прогнозных моделей необходимо иметь надёжную исходную информацию. Наличие пропущенных значений во временных рядах наблюдений значительно усложняет реализацию эффективных

алгоритмов прогнозирования, поскольку такие алгоритмы в большинстве случаев требуют эквидистантных данных без пропусков.

Устранение пропусков в исходных данных и, соответственно, приведение их к эквидистантному виду представляет собой отдельную важную задачу.

В данном случае будем полагать, что все исходные данные эквидистантны, но в этих данных есть пропуски, что чаще всего встречается на практике.

В настоящее время для устранения пропусков (пробелов) во временных рядах исходных данных существует большое число различных методов [1 - 7]. При этом алгоритмы устранения пробелов разработаны преимущественно для эмпирических таблиц.

В работе [8] рассмотрены основы эффективного метода итерационного моделирования неполных данных с помощью многообразий малой размерности.

Главная идея метода достаточно проста: множество точек, которые и являются соответствующим многообразием, позволяет даже при наличии пропусков строить различные линейные и нелинейные приближения. Посредством этих приближений (то есть моделей) затем заполняют пропущенные значения в данных.

Даже при большом количестве пропусков метод позволяет получать результаты значительно лучшие, чем при использовании большинства других известных методов.

Заметим, что моделирование неполных данных многообразиями малой размерности в своей простейшей реализации через ортогональные факторизации матриц ближе всего к классической регрессии. А регрессия, как известно, всегда учитывает специфику данных и базируется на выявлении скрытых закономерностей, имеющих место в тех или иных временных рядах.

Согласно современной терминологии, такой подход можно назвать интеллектуальным алгоритмом восстановления пропусков в исходных данных.

Однако в работе [8] были изложены лишь основы метода, но нет указаний на то, как можно построить и конкретно реализовать такой алгоритм.

Данное исследование проведено с целью практического устранения пропусков в исходных гидрохимических временных рядах с помощью метода многообразий малой размерности.

В работе использована векторно-матричная нотация, принятая в системе **MATLAB** и её аналогах.

Общие положения метода

Решение данной проблемы базируется на идеях сингулярного разложения матриц и метода главных компонент. При таком подходе выявляются скрытые закономерности в исходных данных [9]. На основании выявленных закономерностей далее выполняется устранение собственно пробелов.

Сингулярное разложение в его классическом виде (например, как в системе **MATLAB**) не применяется. С точки зрения практики сингулярное разложение более удобно выполнять в виде, которое приводится ниже.

На основе исходных временных рядов были сформированы соответствующие траекторные матрицы.

Поскольку в исходных временных рядах есть пропуски (пробелы), то и в образуемых траекторных матрицах также будут пропуски.

При реализации метода маркировку пропусков задавали в виде **NAN**-значений.

Значения **NAN(NOT A NUMBER)** - это специально выделенные действительные числа с «плавающей» точкой, которые имеют двоичное представление, отличающее их от обычных чисел. В системах программирования для них по-особому определены основные операции (сложение, вычитание, умножение, деление и некоторые другие). При этом **NAN**-числа могут участвовать во всех операциях наравне с обычными числами.

Цель работы – устранить пропуски (пробелы) в траекторной матрице **M** путём замены её другой матрицей, матрицей **M*** без пробелов.

Матрица **M*** – это сумма одноранговых матриц **MM*** (матриц без пробелов) вида

$$M^* = MM_1^* + MM_2^* + MM_3^* + \dots \quad (1)$$

При этом одноранговая матрица – это матричное произведение вектора-столбца **X** на вектор-строку **Y**. Например, умножение вектора-столбца размером **5*1** на вектор-строку размером **1*3** даёт одноранговую матрицу размером **5*3**.

Таким образом, сумма одноранговых матриц может быть представлена в виде

$$M^* = (X_1^* Y_1) + (X_2^* Y_2) + (X_3^* Y_3) + \dots \quad (2)$$

Заметим при этом, что сумма одноранговых матриц в общем случае – не одноранговая матрица.

В итоге поиск наилучшего приближения исходной матрицы M (матрицы с пробелами) сводится к задаче определения матрицы M^* вида (2).

Решение задачи может выполняться последовательными итерациями по явным формулам (например, на основе метода наименьших квадратов).

Следует отметить, что согласно теории сингулярного разложения для матриц, в которых нет пробелов, число полученных одноранговых матриц обычно не превышает числа $MIN(SZ1, SZ2)$, где $SZ1, SZ2$ - размеры матрицы (количество строк, столбцов). Но когда в исходной матрице присутствуют пробелы, число одноранговых матриц (матриц без пробелов) может превышать и $SZ1$, и $SZ2$ исходной матрицы.

При этом оптимальное количество одноранговых матриц в различных рядах будет определяться как природой рядов, так и характеристикой пропусков в них (процентом пропущенных данных, взаимным расположением пропусков в матрице M и др.).

Организация процедур восстановления пропусков в рядах исходных данных

Для восстановления пропусков во временных рядах исходных данных был разработан специальный пакет, содержащий порядка десяти различных процедур. Для перевода временного ряда в траекторную матрицу была использована процедура ***NAN_ATTRACTOR_RECONSTRUCTION_01()***.

Далее процедура *ПЕРВОГО УРОВНЯ* ***NAN_SVD_LEVEL_01()*** реализует итерационный процесс вычислений при помощи следующих шагов:

ШАГ 1. Элементы матрицы (вектора) Y заполняем случайными значениями, а затем производим нормировку Y таким образом, чтобы эта норма была равна единице. При этом используется векторная “Норма 2” (Эвклидова норма).

ШАГ 2. Находим приближение матрицы (вектора) X :

$$X(I,1) = \frac{\sum_J (M(I,J) \cdot Y(1,J))}{\sum_{\substack{J \\ M(I,J) \neq \text{NAN}}} (Y(1,J)^2)} \cdot \quad (3)$$

ШАГ 3. Находим приближение матрицы (вектора) Y :

$$Y(1, J) = \frac{\sum_I (M(I, J) * X(I, 1))}{\sum_{\substack{I \\ M(I, J) \neq \text{NAN}}} (X(I, 1)^2)} \cdot \quad (4)$$

Повторяя последовательно ШАГ 2 и ШАГ 3 достаточное число раз (в цикле), находим текущие значения X_i , Y_i и $MM_i = X_i * Y_i$.

Это и есть результат работы процедуры *ПЕРВОГО УРОВНЯ*.

Для матрицы M (с пробелами) первое наилучшее приближение – матрица $MM_1 = X_1 * Y_1$ (матрица без пробелов).

Процедура *ПЕРВОГО УРОВНЯ* вложена в процедуру *ВТОРОГО УРОВНЯ* *NAN_SVD_LEVEL_02()*.

Процедура *ВТОРОГО УРОВНЯ* вызывает процедуру *ПЕРВОГО УРОВНЯ* для поиска матрицы MM_1 и далее вычитает из матрицы M (с пробелами) найденную ранее матрицу MM_1 (матрицу без пробелов):

$$M = M - MM_1. \quad (5)$$

Знак равенства в данном случае означает процедуру присваивания (в языке программирования).

Отметим, что процедуры *ПЕРВОГО* и *ВТОРОГО УРОВНЕЙ* в качестве входных аргументов принимают именно матрицы с пробелами, маркируемые *NAN*-значениями.

Выход процедуры *ВТОРОГО УРОВНЯ* представлен специфическими для языка **MATLAB** типами данных – массивом ячеек.

После выполнения операции (5) матрица M вновь поступает на вход процедуры *ПЕРВОГО УРОВНЯ*. Далее, на выходе процедуры *ПЕРВОГО УРОВНЯ*, получаем новые значения: X_2 , Y_2 и $MM_2 = X_2 * Y_2$.

Вновь работает процедура *ВТОРОГО УРОВНЯ*, реализуя операцию

$$M = M - MM_2. \quad (6)$$

Для полученной матрицы (6) далее повторяем те же операции, что были приведены выше.

В итоге совместная работа процедур уровней ОДИН и ДВА позволяет последовательно выделять одноранговые матрицы $MM_1, MM_2, MM_3, \dots$ (матрицы без пробелов). Сумма этих одноранговых матриц образует матрицу M^* , которая должна рассматриваться как исходная матрица, в которой устранены все пробелы в данных.

Количество необходимых итераций (что будет и количеством получаемых одноранговых матриц MM_i) можно задавать как самостоятельно (что мы и делаем), либо поручить этот процесс процедуре *ВТОРОГО УРОВНЯ*.

Как оказалось, число одноранговых матриц может быть изменено лишь в небольших пределах. Только в этом случае качество восстановления пропущенных значений получается достаточно хорошим.

Что касается критерия останова итераций, то в работе [8] в качестве такого критерия использовалась “малость” относительного улучшения значения минимизируемого функционала на итерации (вид функционала см. там же), либо “малость” значения самого функционала.

Не анализируя глубоко достоинства и недостатки различных критериев останова итераций в процедуре *ПЕРВОГО УРОВНЯ*, отметим только, что в данной работе был использован принципиально другой способ ограничения числа итераций. Так, если исходная матрица M имеет размеры $SZ1 * SZ2$ (полагая, что $SZ1 > 1, SZ2 > 1$), то количество итераций в данной процедуре определяется как $MAX(SZ1, SZ2)$.

На практике предложенный нами критерий показал достаточно надежные результаты.

Для перевода матрицы обратно в обычный ряд (но уже после устранения всех пробелов в траекторной матрице) использована процедура *ATTRACTOR_TO_SERIES_01()*.

Полные листинги процедур *ПЕРВОГО* и *ВТОРОГО УРОВНЕЙ* на языке программирования *MATLAB* приведены ниже.

Процедура ПЕРВОГО УРОВНЯ:

```
function [ P , X , Y ] = NAN_SVD_LEVEL_01( A );

P = [ ];
X = [ ];
Y = [ ];

if IS_NAN_REAL_MATRIX( A ) == false
    return
end

SZ1 = size( A , 1 );
SZ2 = size( A , 2 );

X = rand( SZ1 , 1 );
Y = rand( 1 , SZ2 );

Y = Y ./ norm( Y );

MAX_ITER = max( [ SZ1 , SZ2 ] );

for NI = 1 : MAX_ITER
    for I = 1 : SZ1
        SUMMA01 = 0;
        SUMMA02 = 0;
        for J = 1 : SZ2
            if isnan( A( I , J ) ) == false
                SUMMA01 = SUMMA01 + A( I , J ) .* Y( 1 , J );
                SUMMA02 = SUMMA02 + Y( 1 , J ) .* Y( 1 , J );
            end
        end
        X( I , 1 ) = SUMMA01 ./ SUMMA02;
    end
    for J = 1 : SZ2
        SUMMA03 = 0;
        SUMMA04 = 0;
        for I = 1 : SZ1
            if isnan( A( I , J ) ) == false
                SUMMA03 = SUMMA03 + A( I , J ) .* X( I , 1 );
                SUMMA04 = SUMMA04 + X( I , 1 ) .* X( I , 1 );
            end
        end
        Y( 1 , J ) = SUMMA03 ./ SUMMA04;
    end
end

P = X( : , 1 ) * Y( 1 , : );

end
```


Процедура ВТОРОГО УРОВНЯ:

```
function [ P , B , A , RM ] = NAN_SVD_LEVEL_02( X , N );

P = [ ];
B = [ ];
A = [ ];
RM = [ ];

if IS_NAN_REAL_MATRIX( X ) == false
    return
end

if IS_POSITIVE_INTEGER_NUMBER( N ) == false
    return
end

A{ N , 1 } = [ ];
B{ N , 1 } = [ ];
P{ N , 1 } = [ ];

for J = 1 : N
    [ PP , BB , AA ] = NAN_SVD_LEVEL_01( X );
    P{ J , 1 } = PP;
    B{ J , 1 } = BB;
    A{ J , 1 } = AA;
    X = X - PP;
end

RM = X;

end
```

Данные процедуры могут работать также в бесплатных аналогах системы **MATLAB** (**FREEMAT**, **OCTAVE**) как в **OC Windows**, так и **LINUX**. Какие-либо особые функции **MATLAB** при этом не вызываются.

Процедуры **ПЕРВОГО** и **ВТОРОГО УРОВНЕЙ** могут быть выполнены и на других языках программирования (**DELPHI**, **LAZARUS** и др.).

Очень удобным оказался язык программирования **FREE PASCAL**. В этом случае вместо массива ячеек имеет смысл использовать трехмерные матрицы.

Как отмечено выше, реализация процедур восстановления данных стартует с выбора случайных значений (работает “Генератор псевдослучайных чисел”). При этом такой генератор инициализировался текущим временем. Таким

образом, каждый раз одни и те же исходные данные с пропусками будут восстанавливаться несколько по-другому.

При излишне больших пропусках в данных (например, более 50%) работа алгоритмов становится неустойчивой и получить какой-либо удовлетворительный результат вообще не удаётся. При этом следует заметить, что в работе использовались линейные алгоритмы в наиболее простой своей реализации. Соответственно, имея достаточное количество времени на тщательную проработку вопроса, можно получить устойчивую работу алгоритмов и высокое качество восстановления даже при большем проценте пропущенных данных.

Восстановление временных рядов гидрохимических показателей

При проведении численных экспериментов первоначально были использованы временные гидрохимические ряды без пропусков в исходных данных.

В ряды далее искусственно вводились *NAN* – значения, имитирующие пропуски.

В экспериментах по восстановлению пропусков в рядах общая длина ряда *N* составляла 100 точек, количество отсутствующих данных (*NAN* -точек) было равно 33 (или 33%), непрерывная длина одного повреждённого участка ряда не превосходила 7 точек.

Далее временной ряд преобразовывали в траекторную матрицу.

Как известно, для превращения временного ряда в траекторную матрицу следует задавать параметры *DIM (DIMENSION)* и *TAY* [10].

В данном случае величина *TAY* была принята равной единице, но значение параметра *DIM* могло изменяться в широких пределах (параметр *DIM* определяет число столбцов траекторной матрицы).

В экспериментах было использовано значение *DIM = 33*.

В результате была сформирована траекторная матрица размером 68x33 элемента с соответствующим наличием *NAN* – значений.

Для восстановления пропусков оперировали суммой из 33 одноранговых матриц, поскольку при этом получалось наилучшее качество восстановления данных.

Для оценки качества восстановленных данных использовался критерий *MRAE (Mean Relative Absolute Error)*, проц., часто называемый также критерием *MAPE (Mean Absolute Percentage Error)*:

$$MRAE = MEAN \left(ABS \left(\frac{R - F}{R} \right) \right) * 100\%,$$

где R – вектор истинных значений;

F – вектор спрогнозированных (в данном случае восстановленных) значений.

При этом длина вектора R (количество элементов вектора) должна быть равна длине вектора F .

Сама процедура для нахождения критерия $MRAE$ была выполнена на языке программирования **MATLAB** таким образом, чтобы корректно учитывался случай отдельных нулевых значений, которые может принимать вектор R .

Результат восстановления пропусков в ряду среднесуточных концентраций нитрат-ионов крупной реки Украины приведен на рис. 1.

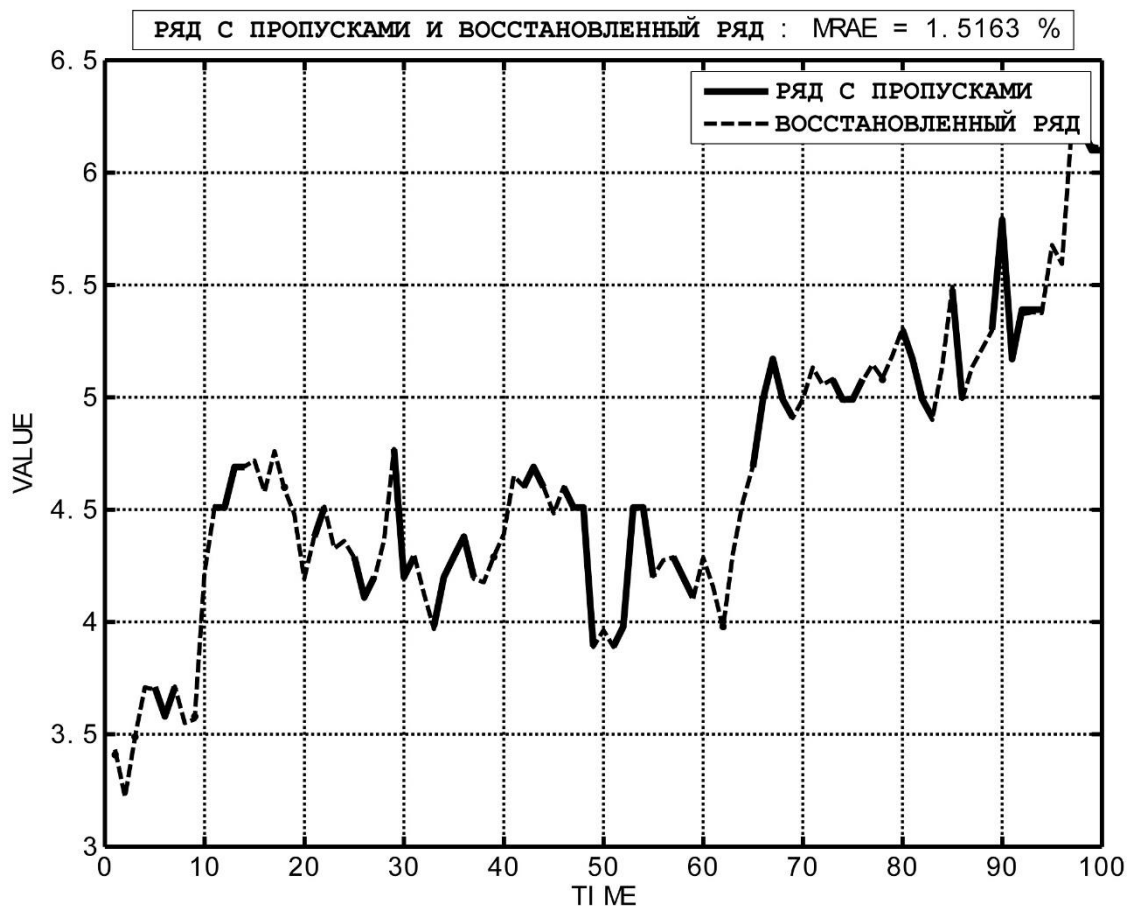


Рисунок 1 – Ряд с пропусками и восстановленный ряд среднесуточных концентраций нитрат-ионов

При восстановлении данных получено значение $MRAE = 1.5163\%$.

Ряд с пропусками и восстановленный ряд среднесуточных концентраций аммонийных ионов приведен на рис. 2.

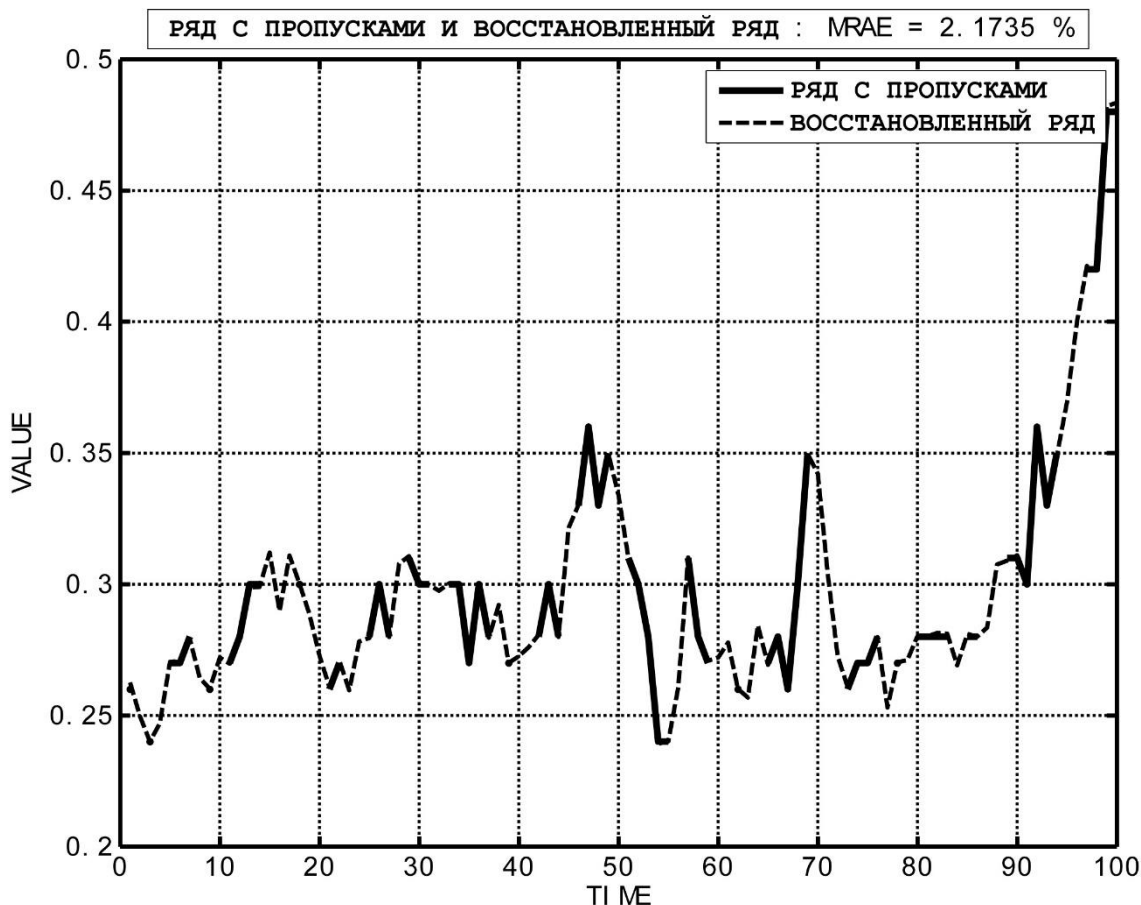


Рисунок 2 – Ряд с пропусками и восстановленный ряд среднесуточных концентраций аммонийных ионов

Величина **MRAE** в этом случае составила 2,1735%.

В этой связи можно говорить о том, что гидрохимические ряды обладают определённой структурой, которая хорошо “улавливается” процедурой восстановления.

Аналогичные численные эксперименты также были проведены со среднемесячными рядами гидрохимических данных.

На рис. 3. приведен восстановленный ряд среднемесячной концентрации нитрат-ионов. При этом, как показал анализ ряда, даже пик концентраций, находящийся по времени между отметками 60 и 70, был восстановлен верно.

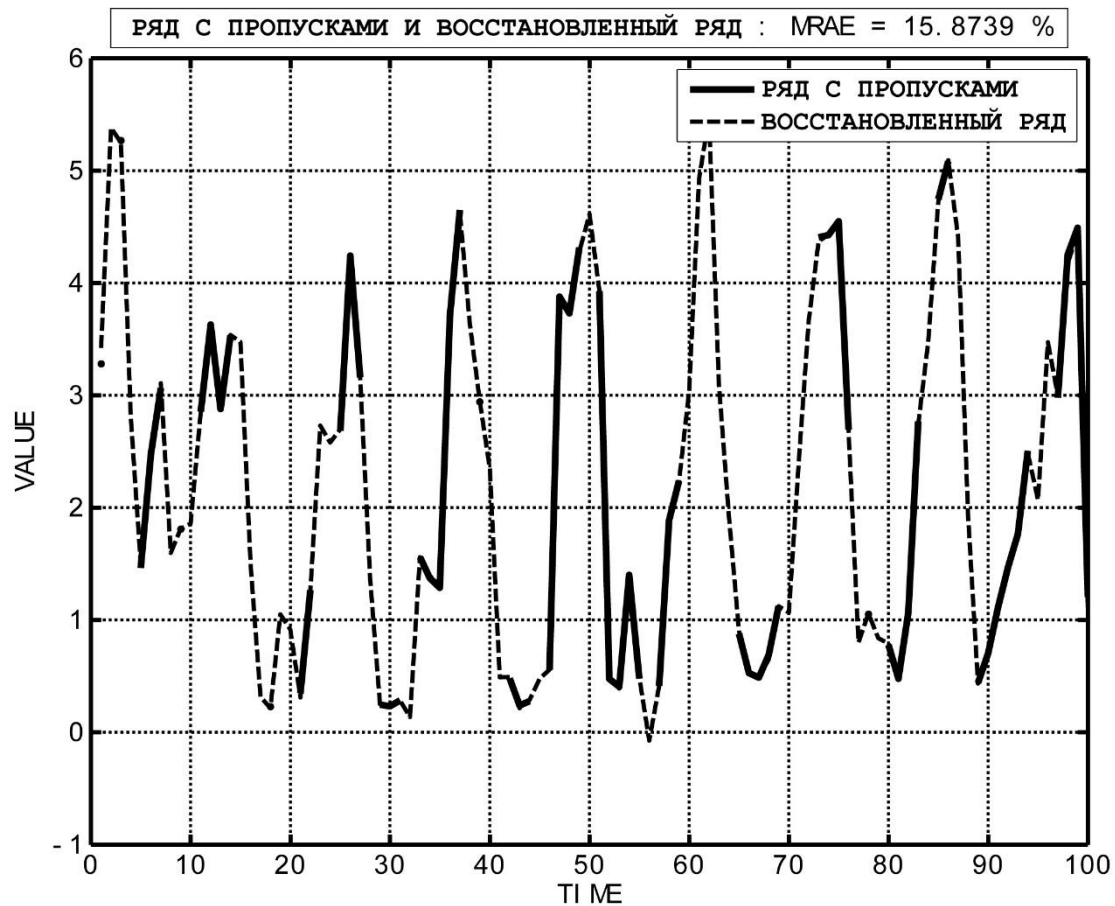


Рисунок 3 – Ряд с пропусками и восстановленный ряд среднемесячных концентраций нитрат-ионов

Проведенный анализ восстановленного ряда среднемесячных значений концентраций аммонийных ионов (рис. 4) также свидетельствует о надежности предложенного подхода.

При восстановлении ряда среднемесячных концентраций получено значение $MRAE = 15.8739\%$ для нитрат-ионов и значение $MRAE = 7.5144\%$ для ионов аммонийных.

Как видно, при переходе от среднесуточных исходных данных с пропусками к данным среднемесячным наблюдается закономерное снижение качества восстановления данных. По-видимому, это вызвано тем, что при операциях усреднения “теряется” часть информации и процедура восстановления находит и анализирует закономерности в поведении таких рядов с большими трудностями.

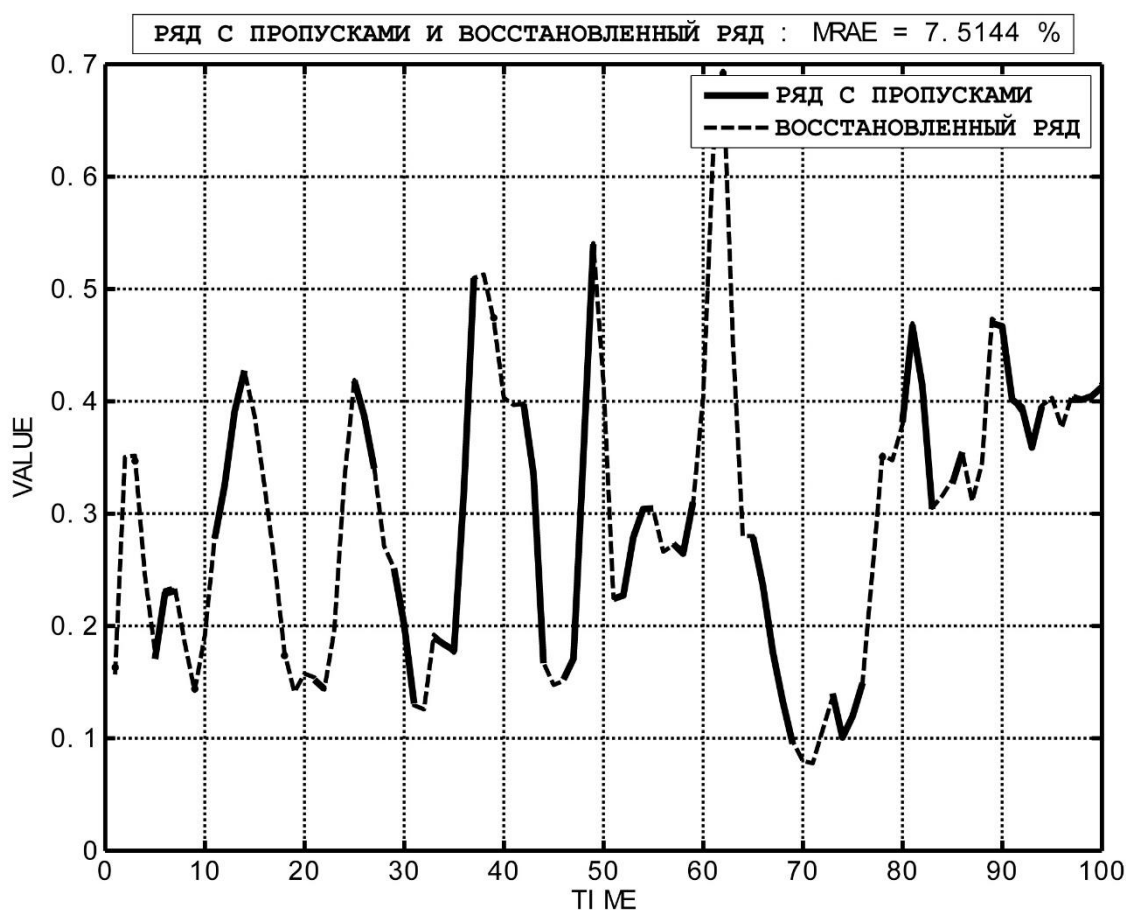


Рисунок 4 – Ряд с пропусками и восстановленный ряд среднемесячных концентраций аммонийных йонов

Заметим, что все исходные данные относились к одному и тому же участку реки и соответствующему промежутку времени.

Оценивая полученные результаты, делаем вывод о достаточно хорошем качестве восстановления утраченных гидрохимических данных.

Следует особо отметить, что использование метода многообразий малой размерности позволяет восстанавливать временные ряды, которые не поддаются восстановлению другими известными методами (например, ряды йонов аммонийных [11]). Качество восстановленных среднемесячных рядов йонов аммонийных оказалось в данном случае даже выше, чем у рядов нитрат-йонов!

Таким образом, все рассмотренные выше гидрохимические ряды показали адекватные результаты по восстановлению пропусков в исходных данных. Это говорит о том, что ряды эти не являются рядами случайными. Проведя эксперименты с действительно случайными рядами, можно убедиться, что

восстановить пропуски в любых случайных рядах даже с удовлетворительной точностью не представляется возможным.

Другие приложения метода

Метод многообразий малой размерности является универсальным и позволяет устранять различного вида пропуски не только в гидрохимических, но и в любых других природных временных рядах.

На рис. 5 в качестве примера приведен фрагмент ряда с пропусками и восстановленного ряда среднемесячных приземных температур воздуха на одной из метеостанций данного региона.

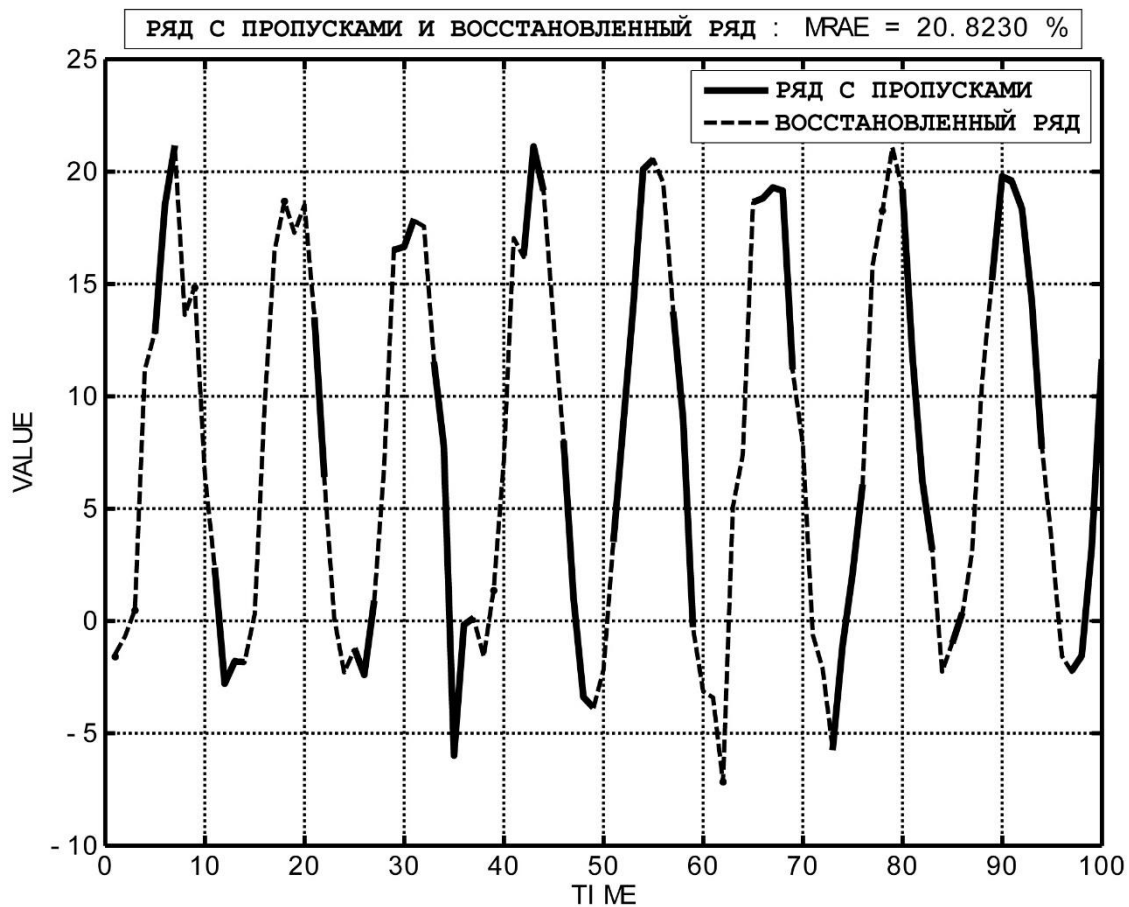


Рисунок 5 – Ряд с пропусками и восстановленный ряд среднемесячных приземных температур воздуха

Метод позволяет также восстанавливать пропуски в полях исходных данных.

В качестве экспериментального было выбрано метеорологическое поле приземного давления.

Заметим, что в случае наличия поля траекторную матрицу формировать не надо.

Исходное поле (13x41 точку) включало область с отсутствием данных, где квадрат 5x5 заполнялся *NAN* – значениями (рис. 6).

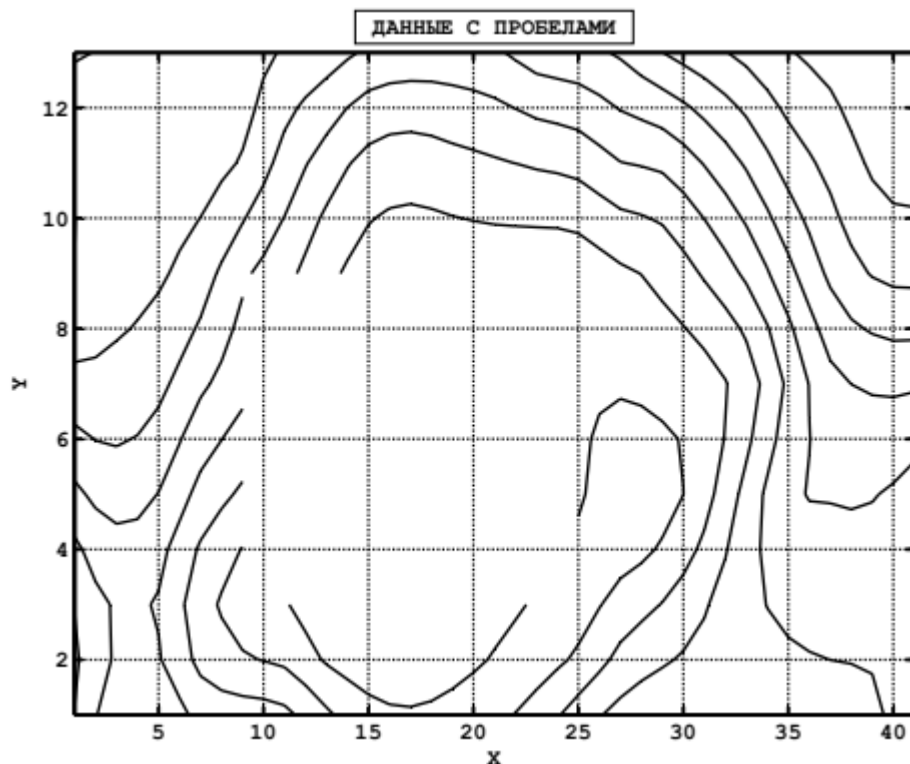


Рисунок 6 – Приземное метеорологическое поле давления с пропусками.

Таким образом, область с отсутствием данных включала в себя 25 точек, т.е. 4,6904% области поля было повреждено.

При восстановлении пробелов оперировали суммой из 5 одноранговых матриц.

Результат восстановления пропусков в поле приземного давления с помощью розработанной программы приведен на рис. 7.

Ошибка составила 0,0406%, что свидетельствует о достаточно хорошем качестве восстановления данных.

Выводы

Рассмотрен один из простейших методов интеллектуального устранения пропусков (пробелов) в исходных данных – метод итерационного моделирования с помощью многообразий малой размерности.

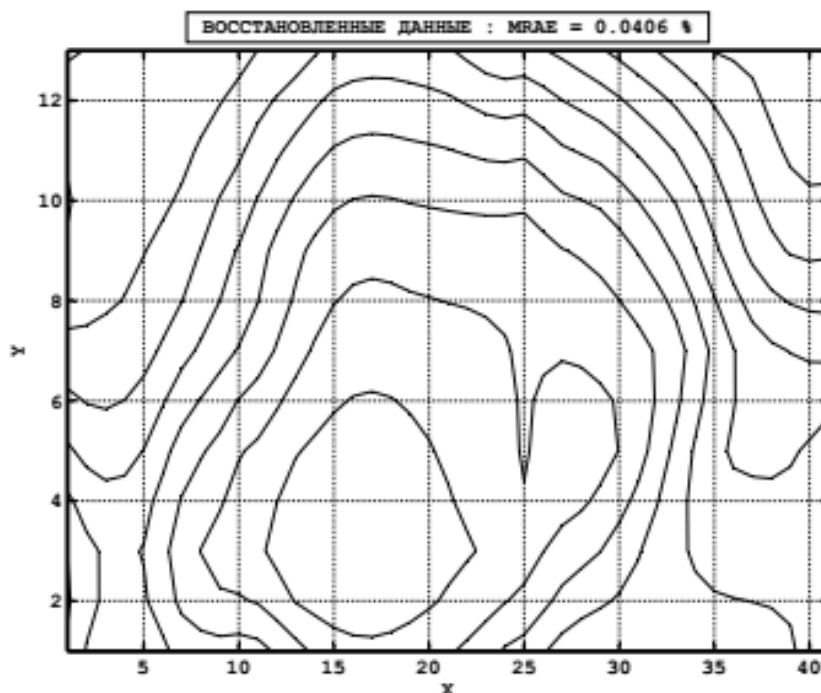


Рисунок 7 – Поле с восстановленными данными

Метод, по-сути, представляет собой сингулярное разложение исходной матрицы с пробелами (матрицы с неизвестными значениями).

Результирующая матрица, в которой устранены все пробелы, представлена соответственно суммой одноранговых матриц без пробелов.

Приведен алгоритм и конкретная реализация метода на языке программирования **MATLAB**.

Численные эксперименты показали высокую эффективность метода при восстановлении данных с большим количеством пропусков.

Метод многообразий малой размерности является универсальным и позволяет устранять различного вида пропуски (пробелы) не только в гидрохимических, но и любых других природных временных рядах.

Литература

1. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. – Новосибирск: Изд. Ин-та математики. – 1999. – 270 с.
2. Литтл Р.Дж.А. Статистический анализ данных с пропусками/ Р.Дж.А. Литтл, Д.Б. Рубин. – М.: Финансы и статистика. – 1991. – 336 с.
3. Россиев А.А. Моделирование данных при помощи кривых для восстановления пробелов в таблицах. – В сб. “Методы нейроинформатики” /Под ред. А.Н.Горбаня. – Красноярск: Изд. КГТУ. – 1998. – С. 6-22.
4. Горбань А.Н. Заполнение пробелов в данных при помощи линейного и нелинейного факторного анализа, мозаичной регрессии и формул Карлемана/

А.Н.Горбань, С.В. Макаров, А.А. Россиев. – Всеросс. научно-техн. конф. “Нейроинформатика -99”. Сб. научн. трудов. Часть 1. – М.: МИФИ. – 1999. – С.25-31.

5. Злоба Е. Статистические методы восстановления пропущенных данных/ Е.Злоба, И.Яцкив. –Computer Modelling and New Technologies. – 2002, Vol.6, №1. – Р.51-61 (Ин-т транспорта и связи, г.Рига).

6. Никульчев Е.В. Геометрический подход к моделированию нелинейных систем по экспериментальным данным. –М. Изд. МГУП. – 2007. – 162 с.

7. Васильев В.И. Восстановление пропусков и обнаружение ошибок в эмпирических данных// Кибернетика и вычислительная техника. – 2003. – Вып. 138. – С.24-30.

8. Россиев А.А. Итерационное моделирование неполных данных с помощью многообразий малой размерности. –Красноярск. – 2000. – 83 с.

9. Петрович В.В. Прогнозування часових природних рядів на основі методу SVD-розкладення /В.В. Петрович, В.А. Артеменко// Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, вип. 84. – К.: Вид-во Націон. трансп. ун-ту. – 2012. – С.13-29.

10. Артеменко В.А. Прогнозування нерегулярних часових рядів методом локальної аппроксимації/ В.А. Артеменко, В.В. Петрович// Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, вип.86. – К.: Вид-во Націон. трансп. ун-ту. -2012. – С.176-195.

11. Артёменко В.А. Метод восстановления пропусков в гидрохимических временных рядах/ В.А. Артёменко, В.В. Петрович// Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, вип.101. – К.: Вид-во Націон. трансп. ун-ту. -2017. – С.159-168.

Рецензенти:

Кузло М.Т., д-р техн. наук, Національний університет водного господарства та природокористування.

Балашова Ю.Б., канд. техн. наук, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури.

Reviewers:

Kuzlo M.T., Dr. Tech. Sci., National University of Water and Environmental Engineering.

Balashova Yu.B., Cand. Eng. Sci. (Ph.D.), Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture.

Стаття надійшла до редакції: **10.08.2017 р.**