

## УДОСКОНАЛЕННЯ НЕКЛАСИЧНОЇ РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ МІЦНОСТІ КОМПОЗИТНОЇ БАЛОЧНО-ПЛИТНОЇ КОНСТРУКЦІЇ АВТОДОРОЖНІХ МОСТІВ



**Канін Олександр Петрович**, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, професор кафедри транспортного будівництва та управління майном, e-mail:kaninap@ukr.net, +380442807909, <http://orcid.org/0000-0001-6849-2505>



**Гриневицький Борис Володимирович**, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри опору матеріалів та машинознавства, e-mail:bvgryn@ukr.net, +380676415260, <http://orcid.org/0000-0002-2220-6654>



**Цибульський Віталій Миколайович**, Національний транспортний університет, кафедра опору матеріалів та машинознавства, старший викладач, e-mail:mega.sopromat@ukr.net, +380977058876, <http://orcid.org/0000-0003-3150-3965>

**Анотація.** Плита автодорожнього моста – це складна конструкція складається з композитних шарів та вимагає реалізації моделей деформування та перевірки міцності. Це дає можливість отримати розв'язки актуальних задач у транспортному будівництві. Шаруваті системи конструкцій мають неоднорідні структури та виготовляються як з традиційних матеріалів, так і з сучасних композитних матеріалів.

В свою чергу, при дослідженні таких композитних шаруватих систем із різними фізико-механічними властивостями виникає необхідність в уточненні класичних моделей розрахунку при оцінці міцності. Кожен шар в удосконаленій некласичній моделі розглядається, як окрема структурна складова зі своїми характеристиками та товщиною, в тому числі арматура, яка приймається окремим шаром еквівалентним до її загальної площі.

Методика розрахунку напружено-деформованого стану плити проїзної частини автодорожнього моста пов'язана з теорією згину шаруватих конструкцій з врахуванням поперечних нормальних напружень від обтиснення шарів та теорією пружності для оцінки міцності. В приведеній уточненій некласичній моделі розрахунку враховується додатково вплив деформацій зсуву за допомогою окремої функції. Для шаруватих систем, що мають підвищену піддатливість в поперечному напрямку, доведено що вплив цього фактору є особливо суттєвим. В дослідженні отримані уточнені залежності розподілу нормальних та дотичних напружень з врахуванням деформацій зсуву.

**Ключові слова:** некласична модель, балочно-плитна система, напруження, міцність, автодорожні мости.

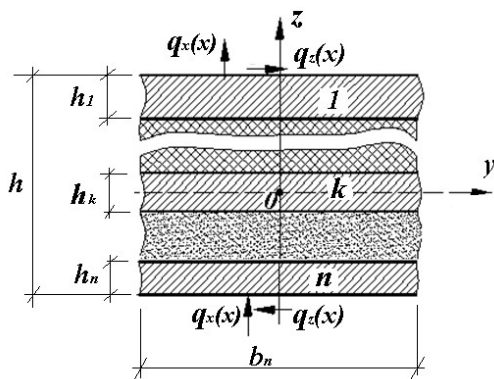
**Вступ.** Розв'язку задач теорії пружності для однорідної плити присвячені роботи С.П.Тимошенка, Дж.Гудієра. Точний тривимірний розв'язок задачі згину вільно обпертих тришарових плит несиметричної будови отримано А.П.Прусаковим та його співавторами. Аналіз різних теорій розрахунку шаруватих систем приведений в роботі, що виконана В.Г.Піскуновим та О.О.Расказовим [1].

Уточнені розв'язки задачі згину анізотропних плит конструктивних елементів складних систем, армованих по товщині з використанням тривимірних моделей для дослідження напружено-деформованого стану шаруватих систем отримані А.Нуром та В.Бартоном [2], М.Савоя і Дж.Редді [3].

Використання аналітичних та числових методів для розв'язання задач напружено-деформованого стану конструкцій досліджували такі вчені, як: Н.П.Абовський, П.М.Варвак, Д.В.Вайнберг, Ю.В.Верюжський, В.М.Гордєєв, А.С.Городецький, В.І.Гуляєв, О.Зенкевич, Б.М.Лисицин, А.І.Лантух-Лященко, А.В.Перельму-гер, Л.О.Розін, А.С.Сахаров, О.В.Шимановський, В.К.Цихановський, І.П. Гамеляка, В.С. Сіпетова. Експериментальним дослідженням шаруватих систем присвячені роботи А.Я.Александрова, Л.М.Куршина, В.І.Корольова, Е.С.Остерника, О.О.Расказова [1].

**Мета і методи.** Метою дослідження є удосконалення неklasичної розрахункової моделі міцності композитної балочно-плитної конструкції автодорожніх мостів з врахуванням впливу деформацій поперечного зсуву та нормальних напружень.

**Результати і пояснення.** Балочно-плитна конструкція автодорожнього моста складається з шарів певної товщини та ширини, які мають відповідні фізико-механічні характеристики ( $E_k, \nu_k, G_k$ ). При цьому, якщо конструкція включає сталеву чи композитну арматуру, то вона замінюється еквівалентним до її загальної площі шаром з відповідною до цієї площі товщиною. Дорожній одяг проїзної частини враховується як окремий шар загальної конструкції[4]. Шарувата система буде знаходитися під дією нормальних і тангенціальних навантажень.



- $q_z(x)$  - нормальні навантаження, що прикладені на зовнішніх поверхнях і на межах шарів;
- $q_x(x)$  - тангенціальні навантаження, що прикладені на зовнішніх поверхнях і на межах шарів;
- $b_n$  - ширина нижнього (останнього) шару конструкції;
- $h_1$  - товщина верхнього шару конструкції;
- $h_k$  - товщина шару на рівні центра ваги конструкції;
- $h_n$  - товщина нижнього (останнього) шару конструкції.

Рисунок 1 – Конструкція шаруватої системи плити прогонової будови моста  
 Figure 1 – The design of the layered plate system of the girder structure of the bridge

При побудові неklasичної моделі було використано залежності теорії згину шаруватої конструкції, в яких враховано поперечні напруження від обтиснення шарів[1] та залежності теорії пружності. На початку замість гіпотези прямої нормалі для переміщень в плиті прийнято гіпотезу розподілу тангенціальних переміщень за товщиною шару [5]. Використовуючи закон Гука та співвідношення Коші, визначено нормальні та дотичні напруження [7]:

$$\sigma_x^{(k)} = E_k \left[ \frac{\partial u(x, h_z)}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} (z_k - h_z) \right]; \quad (1)$$

$$\tau_{zx}^{(k)} = -\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} [F_1^{(k)}(z)] + Q_n [F_2^{(k)}(z)] - Q_k. \quad (2)$$

де  $E_k$  - модуль пружності відповідного шару;

$h_z$  - координата поверхні зведення відносно центру жорсткості перерізу;

$u(x, h_z)$  - тангенціальне переміщення на рівні поверхні зведення;

$F_1^{(k)}(z), F_2^{(k)}(z)$  - функції розподілу напружень за товщиною шару;

$Q_n$  - тангенціальне поверхневе навантаження;

$Q_k$  - міжшарове навантаження.

Наступним етапом було врахування впливу деформацій зсуву з допомогою додаткової функції - так званої «функції зрушення»:

$$\chi = \chi(x). \quad (3)$$

Відповідні повздовжні деформації та повздовжні переміщення, які задовольняють умови міжшарового контакту будуть:

$$\varepsilon_x^{(k)} = \frac{du(x, h_z)}{dx} - \frac{d^2 w}{dx^2} \psi_0^{(k)}(z) - \frac{d^2 \chi}{dx^2} \psi_1^{(k)}(z) + \frac{dQ_n}{dx} \psi_2^{(k)}(z) - \frac{dQ_k}{dx} \psi_3^{(k)}(z); \quad (4)$$

$$u^{(k)}(x, z) = u(x, h_z) - \frac{dw}{dx} \psi_0^{(k)}(z) - \frac{d\chi}{dx} \psi_1^{(k)}(z) + Q_n \psi_2^{(k)}(z) - Q_k \psi_3^{(k)}(z). \quad (5)$$

де  $\psi_0^{(k)}$  - функції розподілу складових переміщення за товщиною шару  $k$ .

Враховуючи додаткову функцію від впливу деформацій зсуву уточнений вираз нормальних та дотичних напружень набуває вигляду:

$$\sigma_z^{(k)} = -\frac{dQ_n}{dx} (F_{11}^{(k)}(z)) - \frac{dQ_k}{dx} (F_{22}^{(k)}(z)) - b_{nz} Q_{nz} (F_{33}^{(k)}(z)) - Q_{kz}; \quad (6)$$

$$\tau_{zx}^{(k)} = -\frac{d^3 w}{dx^3} [F_1^{(k)}(z)] - \frac{d^3 \chi}{dx^3} [F_2^{(k)}(z)] + \frac{d^2 Q_n}{dx^2} [F_3^{(k)}(z)] - \frac{d^2 Q_k}{dx^2} [F_4^{(k)}(z)] + Q_n [F_5^{(k)}(z)] - Q_k. \quad (7)$$

де  $F_{11}^{(k)}, F_{22}^{(k)}, F_{33}^{(k)}(z)$  - функції розподілу цих напружень у шарі  $k$ .

Використання таких удосконалених некласичних моделей розрахунку розширяє можливості дослідження напружено-деформованого стану шаруватих композитних систем з врахуванням деформацій зсуву.

**Висновок.** Проведені дослідження показали залежності основних компонентів напружено-деформованого стану від геометричних та фізико-механічних властивостей матеріалу шарів, що враховано в удосконаленій некласичній моделі розрахунку за допомогою тангенціальних навантажень, функцій міжшарових та поверхневих напружень. Удосконалена некласична розрахункова модель міцності балочно-плитної системи дозволяє отримати уточнені напруження з врахуванням впливу деформацій поперечного зсуву.

### Література

1. Пискунов В.Г., А.О. Рассказов. Развитие теории слоистых пластин и оболочек // Прикл. механика. – 2002. – 38, № 2. – С. 22-57.
2. Noor A.K., Burton W.S. Three-dimensional solutions for antisymmetrically laminated anisotropic plates // J. Appl. Mech. ASME. – 1990. – 57. – P. 182-187.
3. Savoia M., Reddy J.N. A variational approach to three-dimensional elasticity solutions of laminated composite plates // J. Appl. Mech. ASME. – 1992. – 59. – P. 166-175.
4. Піскунов В.Г. Постановка методики розрахунку дорожнього одягу мостів з армобетонних конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем / В.Г. Піскунов, В.М. Цибульський – Вісник НТУ, 2012.
5. Піскунов В.Г. Розрахунок шаруватих конструкцій дорожнього одягу мостів армованого композитними матеріалами / В.Г. Піскунов, В.М. Цибульський – Вісник НТУ, 2012.
6. Пискунов В.Г., Сипетов В.С. и др. Расчет неоднородных пологих оболочек и пластин методом конечных элементов. – Киев: Изд-во «Вища школа», 1987. – 200 с.

## IMPROVEMENT OF NON-CLASSICAL CALCULATION MODEL OF STRENGTH OF COMPOSITE BEAM-PLATE STRUCTURE OF ROAD BRIDGES

**Kanin Alexander Petrovich**, PhD (Candidate of Technical Science), Associate Professor, National Transport University, Professor of Department of Transport Construction and Property Management, e-mail: kaninap@ukr.net, tel. +380442807909, <https://orcid.org/0000-0001-6849-2505>

**Hrynevitskyi Borys Volodymyrovych**, PhD (Candidate of Technical Science), Associate Professor, National Transport University, Associate Professor of Materials Resistance and Mechanical Engineering, e-mail: bvgryn@ukr.net, +380676415260, <http://orcid.org/0000-0002-2220-6654>

**Tsybul'skyi Vitalii Mykolaiovych**, National Transport University, Senior Lecturer of Materials Resistance and Mechanical Engineering, e-mail: mega.sopromat@ukr.net, +380977058876, <http://orcid.org/0000-0003-3150-3965>

**Abstract.** Road bridge slab is a complex structure consisting of composite layers and requires the implementation of models of deformation and strength testing. This makes it possible to obtain solutions to current problems in transport construction. Layered construction systems have heterogeneous structures and are made of both traditional materials and modern composite materials.

In turn, when studying such composite layered systems with different physical and mechanical properties, there is a need to refine the classical calculation models when assessing strength. Each layer in the advanced non-classical model is considered as a separate structural component with its own characteristics and thickness, including reinforcement, which is taken as a separate layer equivalent to its total area.

The method of calculating the stress-strain state of the roadway slab is related to the theory of bending of layered structures taking into account the transverse normal stresses from the compression of the layers and the theory of elasticity to assess the strength. In the given specified nonclassical model of calculation the influence of shear deformations by means of separate function is in addition considered. For layered systems with increased flexibility in the transverse direction, it is proved that the influence of this factor is particularly significant. The refined dependences of the distribution of normal and tangential stresses taking into account shear deformations are obtained in the study.

**Keywords:** non-classical model, beam-slab system, stress, strength, road bridges

### References

1. Pyskunov V.H., Rasskazov A.O. Razvitye teoryy sloystykh plastyn y obolochek // *Prykl. mekhanyka*. – 2002. – 38, № 2. – S. 22-57.
2. Noor A.K., Burton W.S. Three-dimensional solutions for antisymmetrically laminated anisotropic plates // *J. Appl. Mech. ASME*. – 1990. – 57. – P. 182-187.
3. Savoia M., Reddy J.N. A variational approach to three-dimensional elasticity solutions of laminated composite plates // *J. Appl. Mech. ASME*. – 1992. – 59. – P. 166-175.
4. Piskunov V.H. Postanovka metodyky rozrakhunku dorozhnogo odyagu mostiv z armobetonnykh konstruktyvnykh elementiv na osnovi modeli sharuvatykh system / V V.H. Piskunov, V.M. Tsybul'skyi – Visnyk NTU, 2012.
5. Piskunov V.H. Rozrakhunok sharuvatykh konstruktsii dorozhnoho odiahu mostiv armovanoho kompozytnykh materialamy / V.H. Piskunov, V.M. Tsybul'skyi – Visnyk NTU, 2012.
6. Piskunov V.G., Sipev V.S. i dr. Raschet neodnorodnykh pologih obolochek i plastin metodom konechnykh elementov. – Kiev: Izd-vo «Vishcha shkola», 1987. – 200 s.