

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ТРАНСФОРМАЦІЇ РУСЛОВОЇ ВИТРАТИ НА ВЕЛИЧИНУ ЗАГАЛЬНОГО РОЗМИВУ

### RESEARCH THE INFLUENCE OF THE TRANSFORMATION OF RIVERBED CONSUMPTION ON THE SIZE OF GENERAL WASHOUT



**Башкевич Ірина Василівна**, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, кафедра «Мости та тунелі», асистент, e-mail: iv.bashkevych@gmail.com, +380509292285

<https://orcid.org/0000-0001-7640-4317>



**Солодкий Сергій Йосифович**, доктор технічних наук, професор, Національний університет «Львівська політехніка», завідувач кафедри «Автомобільні дороги та мости», e-mail: s.solodkyu@ukr.net, тел. +380322582517

<https://orcid.org/0000-0001-9829-5123>

**Анотація.** Проектування мостових переходів передбачає довгострокове прогнозування загального розмиву під мостами за багаторічний період [1], але його широке впровадження загальмовується відсутністю теоретичного обґрунтування деяких засадничих принципів. Зокрема способу визначення залишкового розмиву від попередніх паводків.

**Ключові слова:** мостовий перехід, руслові деформації, загальний розмив, залишковий розмив.

**Вступ.** Гідрологічний режим ріки й гідроморфологічні параметри її русла являють собою систему, що може підсилувати або послабляти інтенсивність загальних руслових деформацій у зоні впливу мостових переходів. Однак головним фактором розвитку загального розмиву є величина й характер трансформації руслової витрати, обумовлена стисненням ріки підходами до моста. Загальний розмив під мостом залежить як від абсолютної величини коефіцієнта трансформації руслової витрати, так і від характеру його зміни в границях зони стиску. Тому варто встановити зв'язок між величиною загального розмиву під мостом і різними характеристиками трансформації руслової витрати.

**Мета і методи.** З метою встановлення зв'язка між величиною загального розмиву під мостом і різними характеристиками трансформації руслової витрати, формула для визначення характеристики трансформації руслової витрати записується з узагальненим показником степеня [2]:

$$\beta = \frac{1}{\left(1 - \frac{l}{R}\right)^n} \quad (1)$$

де  $l$  – відстань від початку стиснення;  $R$  – параметр центральної струмини, який становить

$$R = \frac{\beta_m \cdot l_c}{\beta_m - 1} \quad (2)$$

де  $\beta_m$  - коефіцієнт стиснення потоку під мостом;  $l_c$  - довжина зони стиснення.

Якщо врахувати (2) в (1), матимемо

$$\beta = \frac{1}{\left(1 - \frac{l}{l_c} \cdot b\right)^n} \quad (3)$$

де  $b = 1 - \frac{1}{\beta_m^n}$ .

Для перевірки зроблених перетворень розглядаються граничні умови:

коли  $l = 0$ , маємо  $\beta_m = 1$  - початок зони стиснення;

коли  $l = l_c$ , маємо  $\beta_m = \beta_m$  - під мостом.

Надаючи показнику степеня різні значення від 0,1 до 1,3 одержимо різні характеристики трансформації руслової витрати, які наведені на рис. 1.

Як свідчать теоретичні дослідження, при невеликому стисненні (рис. 1), тобто в момент залишкового розмиву, характеристики трансформації руслової витрати змінюється практично за лінійним законом. Для залишкового розмиву ця витрата повинна бути щонайменшою з можливих, тобто не менше допустимої похибки її гідрометричного визначення в натурних умовах, яка за даними О.А.Лучшевої [3] становить 2%. Таким чином, найменша витрати заплавного потоку, яку можна заміряти, дорівнює двом відсоткам витрати руслового потоку в брівках, який на цей момент дорівнює загальній витраті ріки  $0,02 \cdot Q_{p.б.} = Q$ .

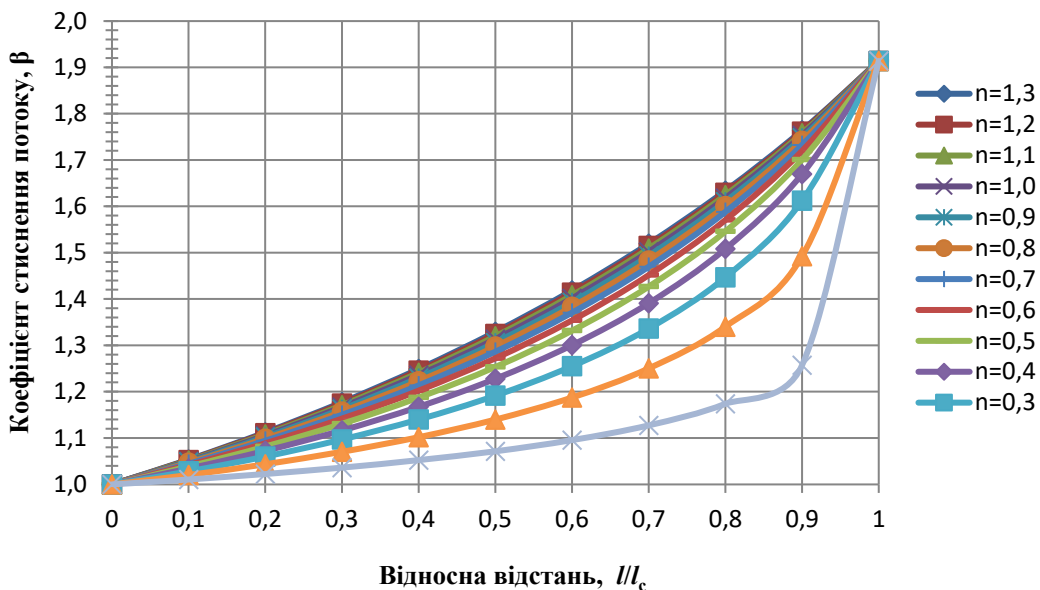


Рисунок 1 – Узагальнені характеристики трансформації руслової витрати.

Figure 1 – Generalized characteristics of channel flow transformation.

Якщо збільшити зону, яка відповідає залишковому розмиву, отримаємо рисунок 2.

Аналізуючи дані, які наведені на рисунку 2 видно, що при невеликому стисненні, тобто в момент залишкового розмиву, характеристика трансформації руслової витрати змінюється практично за лінійним законом.

Для одержання змістовних результатів, що відбивають сутність впливу різних умов формування змінного уздовж шляху руслової витрати на величину загального розмиву під мостом, досить обмежиться аналізом його верхньої межі. У зв'язку із цим виникає необхідність в одержанні аналітичного виразу для верхньої межі загального розмиву, що враховує різні характеристики трансформації руслової витрати.

Математична модель для рішення поставленого завдання має вигляд [4] і складається з диференціального рівняння балансу наносів, транспортуючої спроможності потоку, рівняння витрати потоку, характеристики трансформації руслової витрати з узагальненим показником степені:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial G}{\partial l} - B_p \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \\ G = A \cdot Q_p \cdot Fr^{1,5} \\ Q_p = \int_0^B V \cdot h \cdot db \\ \beta_p = \left(1 - \frac{l}{l_c}\right)^{-n} \end{array} \right. \quad (4)$$

де  $G$  і  $Q$  – витрати наносів і води;  
 $h$  і  $B_p$  – глибина і ширина русла;  
 $V$  – швидкість руслового потоку;  
 $A$  – коефіцієнт, що враховують фізичні властивості наносів;  
 $\beta_p$  – коефіцієнт трансформації руслової витрати в зоні стиснення;  
 $l$  – відстань від початку стиснення;  
 $l_c$  – коефіцієнт стиснення потоку під мостом.

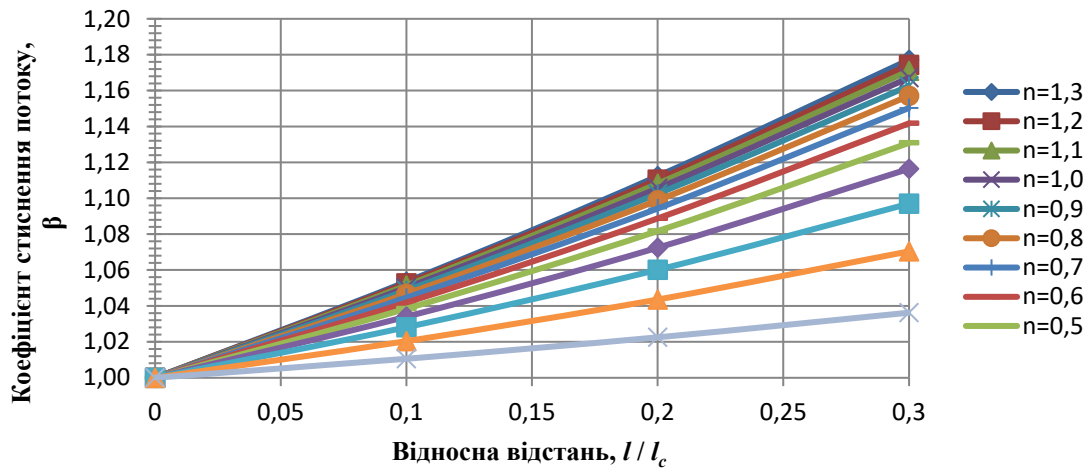


Рисунок 2 – Коефіцієнт стиснення потоку на початку зони стиснення.

Figure 2 – The compression ratio of the flow at the beginning of the compression zone.

Найпростішою розрахунковою схемою буде така, коли перша в серії повинь проходити по нерозмитому (пласкому) дну. В цьому випадку початкові умови мають вид:  $h = h_{pn}$ .

Перехід від змінної  $l$  до змінної  $\beta$  здійснюється за правилом:

$$\frac{\partial G}{\partial l} = \frac{\partial G}{\partial \beta} \cdot \frac{d\beta}{dl} \quad (5)$$

Похідна  $\frac{d\beta}{dl}$  буде такою:

$$\frac{d\beta}{dl} = -\frac{n}{\left(1 - \frac{l}{l_c} \cdot b\right)^{n+1}} \cdot \left(-\frac{b}{l_c}\right) \quad (6)$$

Якщо показник ступені  $n+1$  помножити і поділити на  $n$ , то вираз похідної буде:

$$\frac{d\beta}{dl} = \frac{n \cdot b}{l_c} \cdot \beta^{1+\frac{1}{n}} \quad (7)$$

З врахуванням отриманої похідної  $\frac{d\beta}{dl}$  похідна  $\frac{\partial G}{\partial l}$  записується таким чином:

$$\frac{\partial G}{\partial l} = \frac{n \cdot b}{l_c} \cdot \beta^{1+\frac{1}{n}} \cdot \left( \frac{4\beta^3}{B_p^3 \cdot h^{4,5}} - \frac{3\beta^4}{B_p^3 \cdot h^{4,5}} \frac{dB_p}{d\beta} - \frac{4\beta^4}{B_p^3 \cdot h^{5,5}} \frac{dh}{d\beta} \right) \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot \quad (8)$$

Після підстановки рівняння балансу наносів матимемо квазілінійне рівняння загального розмиву:

$$\begin{aligned} & \frac{4 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^3 \cdot h^{5,5}} \cdot \frac{dh}{d\beta} + B_p \frac{dh}{dl} = \\ & = \frac{4 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{4+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^3 \cdot h^{4,5}} - \frac{3 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{4,5}} \cdot \frac{dB_p}{d\beta} \end{aligned} \quad (9)$$

В теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними доводиться, що квазілінійному рівнянню з двома незалежними змінними відповідає система з двох звичайних диференціальних рівнянь, яка в симетричній формі набуває виду:

$$\begin{aligned} & \frac{d\beta}{\frac{4 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^3 \cdot h^{5,5}}} = \frac{dt}{B_p} = \\ & = \frac{dh}{\frac{4 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{4+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^3 \cdot h^{4,5}} - \frac{3 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{4,5}}} \end{aligned} \quad (10)$$

Складові елементи системи (10) являють собою відношення диференціалів незалежних змінних до коефіцієнтів при відповідних похідних розшукованої функції. Для складання двох звичайних рівнянь треба згуртувати їх попарно в будь-якому порядку. Таких неповторюючих самих себе комбінацій може бути тільки три. Наприклад, перше з другим, перше з третім і третє з другим. З метою отримання загального рішення квазілінійного рівняння нема потреби розв'язувати їх всі три. Досить розв'язати будь-які два. Вибір цих рівнянь залежить від складності їх рішення і пов'язані з цим ускладнень, що виникають при врахуванні початкових умов.

Перше звичайне диференціальне рівняння утворюється внаслідок комбінації крайніх членів системи (10):

$$\begin{aligned} & \frac{4 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^3 \cdot h^{5,5}} \cdot dh = \\ & = \frac{4 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{4+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^3 \cdot h^{4,5}} \cdot d\beta - \frac{3 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^4} \cdot \frac{dB_p}{d\beta} \cdot d\beta \end{aligned} \quad (11)$$

Після зведення подібних членів, рівняння (11) набувають виду звичайного з відокремленими змінними:

$$\frac{dh}{h} = \frac{d\beta}{\beta} - \frac{3}{4} \frac{dB_p}{B_p}. \quad (12)$$

Проінтегрувавши ліву і праву частити, отримується його загальне рішення:

$$B_p^{3/4} \cdot \frac{h}{\beta} = \psi_1. \quad (13)$$

Друге рівняння доцільно утворити, поєднавши перший і другий члени системи (10):

$$\frac{4 \cdot A_g \cdot Q_{pn}^4 \cdot n \cdot b \cdot \beta^{5+\frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{5,5}} \cdot dt = d\beta. \quad (14)$$

Проінтегрувавши ліву і праву частину рівняння:

$$\frac{4 \cdot A_g \cdot n \cdot b}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{5,5}} \cdot \int Q_{pn}^4 dt = \int \frac{d\beta}{\beta^{5+\frac{1}{n}}}, \quad (15)$$

розв'язок якого становить:

$$\frac{4 \cdot A_g \cdot n \cdot b \cdot \Gamma}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{5,5}} + \frac{1}{\left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot \beta^{4+\frac{1}{n}}} = \psi_2, \quad (16)$$

де  $\Gamma = \int Q_{pn}^4 dt$  – інтегральна функція гідрографу. У виразах (13) і (16)  $\psi_1$  та  $\psi_2$  – сталі інтегрування.

На відмінну від звичайних диференціальних рівнянь, для яких загальне рішення повністю визначається невідомою сталою величиною, загальне рішення диференціальних рівнянь з частинними похідними являє собою невизначену функцію  $\Phi$  від інтегралів (13) і (16). Таким чином, загальне рішення квазілінійного рівняння (10) становить:

$$\Phi \left( B_p^{\frac{3}{4}} \frac{h}{\beta}, \frac{4 \cdot A_g \cdot n \cdot b \cdot \Gamma}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{5,5}} + \frac{1}{\left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot \beta^{4+\frac{1}{n}}} \right) = 0.$$

Вид функції  $\Phi$  визначається шляхом врахування початкових умов, тобто розв'язання задачі Коші.

Для здобуття частинного рішення, треба інтеграли (13) і (16) записати стосовно початкового моменту  $t_0 = 0$ . Тобто всім членам явно залежним від часу  $t$  надати значення, які вони повинні мати в початковий момент. Такою величиною є тільки природна руслова витрата води  $Q_{pn}$ . Тому в початковий момент розвитку руслових деформацій інтегральна функція гідрографу  $\Gamma = \int Q_{pn}^m dt = 0$ . Інтеграл (13) залишається без змін, а інтеграл (16) позбувається другої складової:

$$B_p^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{h}{\beta} = \psi_1, \quad (17)$$

$$\frac{1}{\left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot \beta^{4+\frac{1}{n}}} = \psi_2. \quad (18)$$

Визначивши з останніх виразів функцію  $h$  та аргумент  $\beta$ , матимемо їх явні залежності від інтегралів  $\overline{\psi}_1$  та  $\overline{\psi}_2$ :

$$h = \frac{1}{B_p^{\frac{3}{4}}} \cdot \overline{\psi}_1 \cdot \beta, \quad (19)$$

$$\beta = \left[ \frac{1}{\left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot \overline{\psi}_2} \right]^{\frac{1}{4 + \frac{1}{n}}}. \quad (20)$$

Тепер, якщо підставити у (19) початкові умови  $h = h_{pn}$ , отримаємо

$$h_{pn} = \frac{1}{B_p^{\frac{3}{4}}} \cdot \overline{\psi}_1 \cdot \left[ \frac{1}{\left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot \overline{\psi}_2} \right]^{\frac{1}{4 + \frac{1}{n}}}. \quad (21)$$

Підставимо (17) і (18) у вираз (21), отримаємо:

$$h_{pn} = \frac{h}{\beta} \cdot \left[ \frac{1}{\frac{1}{\beta^{4 + \frac{1}{n}}} + \frac{4 \cdot \left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot A \cdot b \cdot \Gamma}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{5,5}}} \right]^{\frac{1}{4 + \frac{1}{n}}}. \quad (22)$$

Виконавши звичайні алгебраїчні перетворення, отримуємо:

$$h = h_{pn} \cdot \beta \cdot \left[ \frac{1}{\beta^{4 + \frac{1}{n}}} + \frac{4 \cdot \left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot A_g \cdot b \cdot \Gamma}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{5,5}} \right]^{\frac{1}{4 + \frac{1}{n}}}.$$

Тоді основна розрахункова залежність набуває такого виду:

$$h = h_{pn} \cdot \left[ 1 + \frac{4 \cdot \left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot A_g \cdot b \cdot \Gamma \cdot \beta^{4 + \frac{1}{n}}}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{5,5}} \right]^{\frac{1}{4 + \frac{1}{n}}}. \quad (23)$$

Якщо треба визначити глибину загального розмиву тільки під мостом, одержуємо таку залежність:

$$h = h_{pn} \cdot \left[ 1 + \frac{4 \cdot \left(4 + \frac{1}{n}\right) \cdot A_g \cdot b \cdot \Gamma \cdot \beta_m^4 \cdot (\beta_m^{1/n} - 1)}{l_c \cdot B_p^4 \cdot h^{5,5}} \right]^{\frac{1}{4 + \frac{1}{n}}} \quad (24)$$

**Результати і пояснення.** Дослідження залежності глибини, що відповідає загальному розмиву, від параметра  $n$ , що визначає характеристику трансформації руслової витрати, виконано за допомогою аналітичної формули (24) для мостового переходу через річку Вільшанка [5 – 7].

*Загальний опис р. Вільшанка.* Річка Вільшанка бере початок поблизу села Моринці Звенигородського р-ну Черкаської області на висоті 230 м над рівнем моря. Спершу тече на південний схід, у середній течії круто повертає на північ, від міста Городище тече на північний схід. Впадає до Дніпра неподалік від села Лозівок на висоті 76 м над рівнем моря. Довжина річки від гирла 100 км. Площа водозбірного басейну 1260 км<sup>2</sup>. Середній похил річки 0,9 м/км. Долина трапецієподібна. Річка протікає в лісостеповій зоні. Заплава у нижній течії заболочена. Річище звивисте, завширшки 20 – 25 м. Глибина змінюється від 2 до 3 років. Живлення змішане. Замерзає наприкінці листопада, скресає у березні. Використовується на водопостачання, зрошення.

Вихідними даними до гідравлічного розрахунку були: морфологічні характеристики р. Вільшанка (табл. 1), ряди спостережень, криві витрат, водомірні графіки [8]. Для визначення глибини в розмитому руслі (24), були побудовані гідрограф руслової та загальної витрати 1% забезпеченості та інтегральна функція гідрографа 1% забезпеченості. Графічне зображення результатів дослідження показано на (рис. 3).

Table 1 – Морфологічні характеристики р. Вільшанка  
 Таблица 1 – Morphological characteristics of the river Vilshanka

Ширина розливу ріки, м	$B$	149
Середня ширина русла, м	$B_p$	60
Природна відмітка дна, м	$Z_d$	76,75
Середня відмітка заплав, м	$Z_z$	82
Коефіцієнт, залежний від крупності наносів	$A_g$	0,000681
Поздовжній похил дна	$I$	0,00033

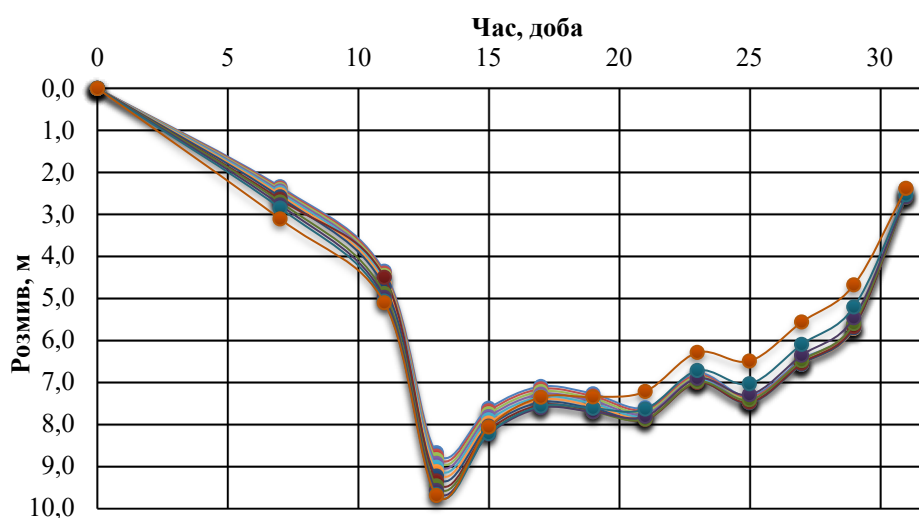


Рисунок 3 – Залежність загального розмиву від характеру трансформації загальної витрати під час проходження паводку

Figure 3 – Dependence of the total erosion on the nature of the transformation of the total flow during the flood

**Висновки та рекомендації.** Аналізуючи дані, які наведені на рисунку 2.14, можна побачити, що при зміні показника степеня  $n$  від  $n = 0,4$  до  $n = 1,3$  графіки, що показують глибину в розмитому руслі під час проходження паводку, майже накладаються один на одного. Це свідчить про те, що величина загального розмиву на мостових переходах не залежить від характеру трансформації руслової витрати. Значення величини загального розмиву зростають зі збільшенням показника степеня  $n$  в характеристиці трансформації руслової витрати.

Коефіцієнт стиснення потоку під мостом  $\beta_m$  при залишковому розмиві практично лінійно зменшується до 1,0 на початку зони стиснення.

Характеристика руслової витрати з показником степеня  $n = 0,1$  виходить за межі теоретичної області існування коефіцієнтів  $n$  і в подальшому може бути виключена із аналізу.

Витрата потоку для залишкового розмиву повинна бути щонайменшою з можливих, тобто не менше допустимої похибки її гідрометричного визначення в природі і приймається рівною  $0,02 \cdot Q_p$ .

Отримані результати дозволяють здійснити аналітичну реалізацію математичної моделі залишкового розмиву з лінійною характеристикою трансформації руслового потоку в системі багаторічного прогнозу руслових деформацій на мостових переходах.

### Перелік посилань

1. ДБН В.2.3-22:2009 Мости та труби. Основні вимоги проектування. К.: Мінрегіонбуд України, 2009. 367 с.
2. Андреев О.В. Проектирование мостовых переходов. М.: Транспорт, 1980. 215 с.
3. Лучшева А.А. Практическая гидрометрия. Л.: Гидрометеиздат, 1972, 380 с.
4. Ткачук С. Г. Прогнозування руслових деформацій на мостових переходах. Частина 3 і 4. К.: Редакційно-видавничий відділ НТУ, 2004. 98 с.
5. Вишневецький В. І., Косовець О.О. Гідрологічні характеристики річок України. Київ: Ніка-Центр, 2003. 324 с.
6. Малі річки України: Довідник за ред. А. В. Яцика. К.: Урожай, 1991. 296 с.
7. Паламарчук М. М. Водний фонд України: Довідниковий посібник за ред. В. М. Хорєва, К. А. Алієва, Н. Б. Хакочевга. К.: Ніка-Центр, 2001. 392 с.
8. Ткачук С. Г. Гідравліка. Гідрологія. Гідрометрія: підручник. Київ: Кафедра, 2013. 392 с.

### RESEARCH THE INFLUENCE OF THE TRANSFORMATION OF RIVERBED CONSUMPTION ON THE SIZE OF GENERAL WASHOUT

**Bashkevych Iryna V.** Candidate of Technical Sciences, National Transport University, Department of Bridges and Tunnels, Assistant, e-mail: iv.bashkevych@gmail.com, +380509292285, <https://orcid.org/0000-0001-7640-4317>

**Solodky Serhiy Yo.** Doctor of Technical Sciences, Professor, Lviv Polytechnic National University, Head of the Department of Motor Roads and Bridges, e-mail: s.solodkyu@ukr.net, tel. +380322582517, <https://orcid.org/0000-0001-9829-5123>

**Summary.** The design of bridge crossings involves the long-term prediction of the overall erosion of bridges over many years, but its widespread implementation is hampered by the lack of theoretical substantiation of some basic principles. In particular a method for determining residual erosion from previous floods.

**Keywords:** bridge crossing, channel deformations, general washout, residual washout.

### References

1. DBN V.2.3-22:2009 Mosti ta trubi. Osnovni vimogi proektuvannya. K.: Minregionbud Ukraini, 2009. 367 s.
2. Andreev O.V. Proektirovanie mostovyh perekhodov. M.:Transport, 1980. 215 s.
3. Luchsheva A.A. Prakticheskaya gidrometriya. L.:Gidrometeoizdat, 1972. 380 s.
4. Tkachuk S. G. Prognozuvannya ruslovih deformacij na mostovih perekhodah. CHastina 3 i 4. K.: Redakcijno-vidavnicij viddil NTU, 2004. 98 s.
5. Vishnevskij V. I., Kosovec' O.O. Hidrologichni charakteristiki richok Ukraini. Kiiv: Nika-Centr, 2003. 324 s.
6. Mali richki Ukraini: Dovidnik za red. A. V. YAcika. K.: Urozhaj, 1991. 296 s.
7. Palamarchuk M. M. Vodnij fond Ukraini: Dovidnikovij posibnik za red. V. M. Horeva, K. A. Alieva, N. B. Hakochevga. K.: Nika-Centr, 2001. 392 s.
8. Tkachuk S. G. Gidravlika. Hidrologiya. Hidrometriya: pidruchnik. Kiiv: Kafedra, 2013. 392 s.