

## ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ НАЙКОРОТШОГО ШЛЯХУ НА ТРАНСПОРТНОЇ МЕРЕЖІ

### USING INFORMATION TECHNOLOGIES TO FIND THE SHORTEST WAY ON THE TRANSPORT NETWORK



**Прокудін Георгій Семенович**, доктор технічних наук, завідувач кафедри міжнародних перевезень та митного контролю Національного транспортного університету,

<https://orcid.org/0000-0001-9701-8511>



**Єрко Ярослав Володимирович**, аспірант кафедри міжнародних перевезень та митного контролю Національного транспортного університету,

<https://orcid.org/0000-0002-6759-9578>

**Анотація.** Приведений аналіз функціонування транспортно-дорожнього комплексу України, який представляє собою складну організаційно-технічну систему, яка вимагає нових підходів до оптимізації міжнародними вантажними перевезеннями. Актуальність досліджень у цьому напрямку визначається необхідністю підвищення ефективності перевезень вантажів у міжнародному сполученні за рахунок розробки і впровадження моделей, методів та програмного забезпечення процесу раціональної організації і оптимізації маршрутів міжнародних вантажних перевезень. Процедура знаходження оптимальних планів перевезень вантажів на транспортних маршрутах дозволяє з усіх існуючих варіантів перевезення вантажів вибрати найбільш дешеві по двох режимах оптимізації перевезення вантажів – або за критерієм вартості, або за критерієм часу. Використання в процесі знаходження оптимального плану маршрутів міжнародних вантажних перевезень дозволяє значною мірою підвищити якість рішень, які приймаються.

Для розв'язання транспортної задачі про найкоротший шлях на мережі як задачі про вантажопотоки у мережах запропоновано використання матрично-мережевої моделі вантажних перевезень з використанням сучасних інформаційних технологій. Більшість оптимізаційних задач на мережах – це задачі про потоки у мережах (network flow problems). Для мережевих задач оптимізації фундаментальним є принцип збереження потоку в будь-якому вузлі, а саме – сума потоків на виході вузла дорівнює сумі потоків на його вході плюс потенціал вузла (+ пропозиція/ - попит). Класичними задачами на графах є задачі про побудову найкоротших шляхів та їх сукупностей у вигляді відповідних дерев чи контурів. Однією з таких задач є пошук найкоротшого шляху між двома заданими вузлами: джерелом і стоком. Об'єктами потоків у практичних задачах виступають вантажі, газ, пасажери, транспортні засоби, сигнали зв'язку, рідини тощо. Для обчислення потоку у вузлах використовується функція обчислення суми величин, координати яких задовольняють визначеній умові (тобто, якщо певні величини належать відповідній множині). В Excel таку процедуру виконує функція СУММЕСЛИ (аргументи). Це дає можливість автоматизувати задачі про вибір найкоротшого шляху на мережі, особливо у міжнародних перевезеннях.

**Ключові слова:** міжнародні вантажні перевезення, найкоротший шлях, задачі про вантажопотоки, Excel-програми.

**Вступ.** Світова транспортна система зараз переживає процес глибоких, фундаментальних змін. Одержано інтенсивні імпульси для розвитку процесів створення єдиного торгового ринку на різних

континентах, істотно спрощено процедуру перетинання кордонів. Підвищення ефективності міжнародних перевезень у першу чергу пов'язано з вирішенням задач про найкоротший шлях на мережі. Для вирішення задач оптимізації рекомендується використання матричних або мережевих моделей транспортних систем.

Аналіз матричної моделі представлення вантажних перевезень дозволив зробити наступні висновки: вантажні перевезення і заснована на них транспортна задача є частковим випадком загальної задачі лінійного програмування; у підході, заснованому на лінійному програмуванні, кожна досліджувана система розглядається як сукупність декількох елементарних операцій, названих технологічними процесами. На початковому етапі до неї подаються матеріальні ресурси (машини, люди, сировина, устаткування), а результатом є продукти чи послуги промислового або іншого виробництва; зведення вантажних перевезень до системи лінійних рівнянь і далі до матричного представлення припускає використовувати до їх оптимізації стандартні матричні методи [1].

Мережева модель представлення вантажних перевезень є більш наочна і природна по відношенню до матричної моделі, але існуючі методи оптимізації перевезень вантажів на цієї моделі є досить складними і важко піддаються формалізації. Оптимізація перевезень на транспортній мережі за допомогою методу потенціалів дозволяє розв'язати лише транспортні завдання невеликої розмірності, а сама процедура одержання кінцевого результату – оптимального плану перевезень вантажу безпосередньо на транспортній мережі, є достатньо громіздкою і слабо формалізованою [2].

Описана у роботі матрично-мережева модель перевезень вантажів дозволяє отримати нові результати по розв'язанню проблеми оптимізації вантажопотоків на транспортних мережах за рахунок широкого застосування методів і алгоритмів обчислювальної математики, сучасних інформаційних технологій і розв'язати транспортних завдань різної розмірності і конфігурації.

Класичними задачами на графах є задачі про побудову найкоротших шляхів та їх сукупностей у вигляді відповідних дерев чи контурів. Однією з таких задач є пошук найкоротшого шляху між двома заданими вузлами:  $s$  (джерелом) і  $t$  (стоком). Більшість оптимізаційних задач на мережах – це задачі про потоки у мережах (network flow problems). Для мережевих задач оптимізації фундаментальним є принцип збереження потоку в будь-якому вузлі, а саме – сума потоків на виході вузла дорівнює сумі потоків на його вході плюс потенціал вузла (+ пропозиція/ - попит). Класичними задачами на графах є задачі про побудову найкоротших шляхів та їх сукупностей у вигляді відповідних дерев чи контурів. Однією з таких задач є пошук найкоротшого шляху між двома заданими вузлами: джерелом і стоком. Об'єктами потоків у практичних задачах виступають вантажі, газ, пасажери, транспортні засоби, сигнали зв'язку, рідини тощо [3].

Мета і завдання роботи - автоматизувати задачі про вибір найкоротшого шляху на мережі, особливо у міжнародних перевезеннях.

**Виклад основного матеріалу.** Більшість оптимізаційних задач на мережах – це задачі про потоки у мережах (network flow problems). Для мережевих задач оптимізації фундаментальним є принцип збереження потоку в будь-якому вузлі, а саме – сума потоків  $F_{вих}(x)$  на виході вузла дорівнює сумі потоків на його вході  $F_{вх}(x)$  + потенціал  $p(x)$  вузла (+ пропозиція/ - попит) [3].

Потік у кожному вузлі мережі – це функція, що задовольняє лінійним рівнянням і нерівностям, де кожній дузі  $(x_i, x_j)$  мережі поставлено у відповідність одне чи кілька позитивних чисел. Наприклад, величина  $C(x_i, x_j)$  в задачі про максимальний потік є пропускною здатністю дуги (максимальна кількість продукту, що може бути доставлена з вузла  $x_i$  у вузол  $x_j$  по цій дузі за одиницю часу), в транспортній задачі – це або відстань, або час перевезення, або вартість перевезення одиниці вантажу по цій дузі. Отже величина потоку по дузі  $(x_i, x_j)$  не перевищує пропускної здатності цієї дуги  $C(x_i, x_j)$ , якщо вона задана.

Класичними задачами на графах є задачі про побудову найкоротших шляхів та їх сукупностей у вигляді відповідних дерев чи контурів. Однією з таких задач є пошук найкоротшого шляху між двома заданими вузлами:  $s$  (джерелом) і  $t$  (стоком). Більшість оптимізаційних задач на мережах – це задачі про потоки у мережах (network flow problems). Для мережевих задач оптимізації фундаментальним є принцип збереження потоку в будь-якому вузлі, а саме – сума потоків на виході вузла дорівнює сумі потоків на його вході плюс потенціал вузла (+ пропозиція/ - попит). Класичними задачами на графах є задачі про побудову найкоротших шляхів та їх сукупностей у вигляді відповідних дерев чи контурів. Однією з таких задач є пошук найкоротшого шляху між двома заданими вузлами: джерелом і стоком. Об'єктами потоків у практичних задачах виступають вантажі, газ, пасажери, транспортні засоби, сигнали зв'язку, рідини тощо.

Для прикладу використання сучасних інформаційних технологій пропонується розв'язання

транспортної задачі про найкоротший шлях на мережі від вузла-джерела – м. Рівне до вузла-стоку – м. Прага, так як основна частина витрат на здійснення перевезення припадає саме на витрати на паливо.

Як правило, перевезення вантажів відбувається на маршруті м. Рівне (Україна) – м. Прага (Чехія) – м. Рівне (Україна) через транзитну країну Польщу, який будується на використанні електронних карт і наведено на рис.1.

Дослідження показали, що загальна довжина традиційного маршруту складає 2400 км.

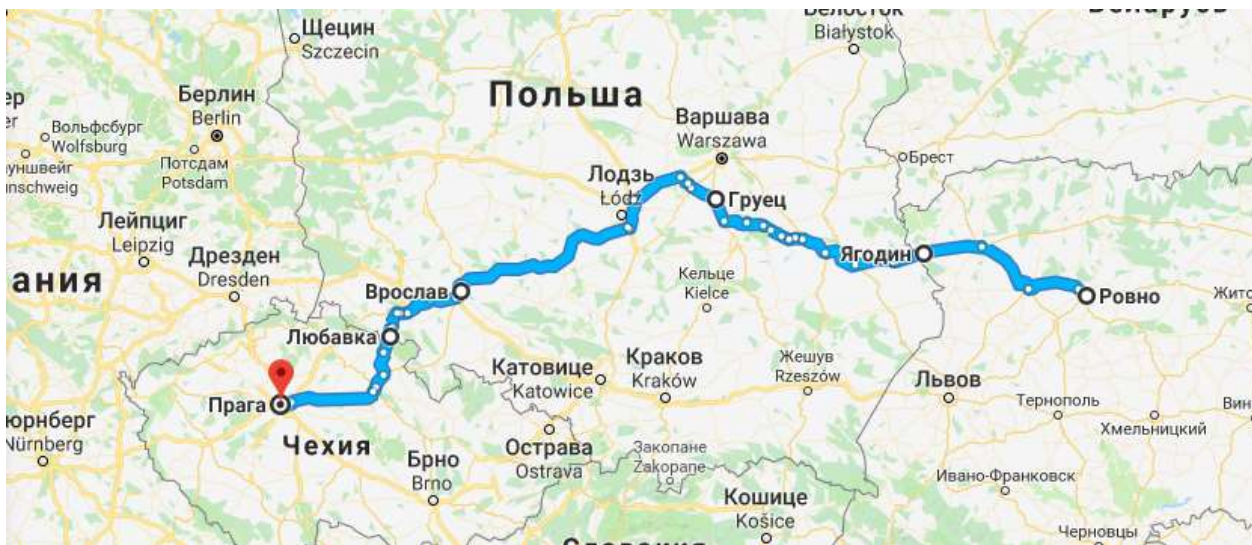


Рисунок 1 – Схема маршруту перевезення м. Рівне (Україна) – м. Прага (Чехія) – м. Рівне (Україна), який побудовано на використанні електронних карт

Figure 1 – Scheme of the route of transportation Rivne (Ukraine) - Prague (Czech Republic) - Rivne (Ukraine), which is based on the use of electronic maps

Знайдемо найкоротший шлях на транспортній мережі від вузла джерела вузла-джерела – м. Рівне до вузла-стоку – м. Прага (нехай на всіх ділянках цієї транспортної мережі допустимий двосторонній рух, а їхня довжина в обох напрямках однакова).

Орієнтований граф називають мережею (network), де визначається:

- вузол-джерело, що має тільки вихідні дуги (позначається буквою s, від source - джерело);
- вузол-стік, що має тільки вхідні дуги (позначається буквою t, від terminal – кінцевий пункт);
- всі інші вузли – проміжні (транзитні), з'єднані між собою дугами, серед яких є і вхідні, і вихідні дуги.

Орієнтовані дуги у мережі позначаються стрілками, неорієнтована дуга замінюється двома назустріч спрямованими стрілками. Дуга зі стрілкою і певним значенням відповідного параметру (це може бути: пропускна здатність транспортної комунікації, відстань між парою вузлів, вартість або час перевезення тощо) визначає універсальне поняття – потік (flow), що рухається з початкового вузла дуги в кінцевий. Об'єктами потоків у практичних задачах виступають вантажі, газ, пасажери, транспортні засоби, сигнали зв'язку, рідини тощо.

Задана сітка у вигляді змішаного зваженого графа з 10 вузлами і 18 дугами, початкові дані мають наступний вигляд у Excel-таблиці (рис.1).

Треба визначити найкоротший шлях від вузла-джерела – м. Рівне до вузла-стоку – м. Прага у наступній математичній постановці:

- знайти вектор дуг  $X = (x_1, x_2, \dots, x_{18})$ , де елемент  $x_i = 1$ , якщо відповідна дуга належить найкоротшому шляху, і 0 у протилежному випадку;  $i$  – порядковий номер дуги ( $i = 1, 2, \dots, 18$ );
- щоб загальна довжина шляху

$$D = \sum_{i=1}^{18} d_i x_i \rightarrow \min$$

де  $d_i$  – довжина  $i$ -ої дуги;

- за умови збереження балансу потоків для кожного  $j$ -го вузла ( $j = 1, 2, \dots, 10$ ):  $F_{вих}(x_j) - F_{вх}(x_j) = 0$ , де  $F_{вих}(x_j)$ ,  $F_{вх}(x_j)$  – сума потоків на виході та вході кожного  $j$ -го вузла; для вузла-джерела  $F_{вих}(x_1) - F_{вх}(x_1) = 1$ ; для вузла – стока  $F_{вих}(x_{10}) - F_{вх}(x_{10}) = -1$ ;  
 - при всіх  $x_i \geq 0$ .

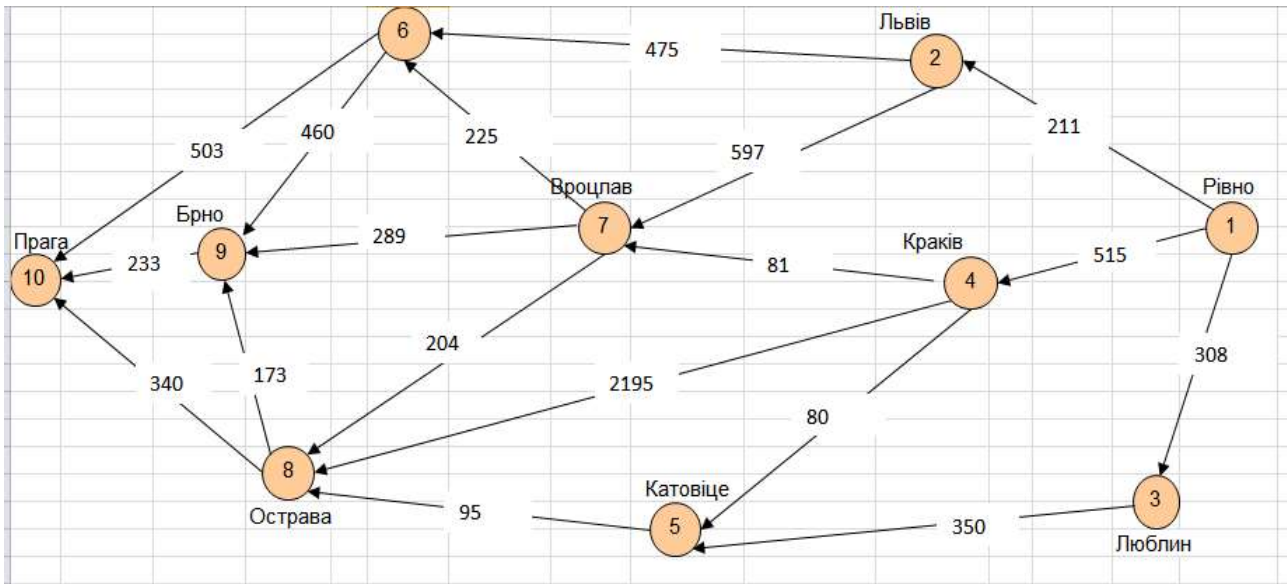


Рисунок 1 – Транспортна мережа м. Рівне (Україна) – м. Прага (Чехія)

Figure 1 – Transport network of Rivne (Ukraine) - Prague (Czech Republic)

Для цього в Excel-таблиці для всіх дуг визначаємо діапазон для невідомих  $X$  (Дуга) і обчислюємо значення цільової функції за формулою – СУММПРОИЗВ (Дуга; Довжина), а для всіх вузлів обчислюємо суми вхідних (Вхід) і вихідних (Вихід) потоків, їх суму (Вихід-Вхід), задаємо колонку правих частин обмежень (Обмеження).

На рис. 3 показано графічне зображення отриманого результату, а саме – найкоротший шлях, який зображений на транспортній мережі у вигляді стрілок.

Для обчислення потоку у вузлах використовується функція обчислення суми величин, координати яких задовольняють визначеній умові (тобто, якщо певні величини належать відповідній множині). В Excel таку процедуру виконує функція СУММЕСЛИ (аргументи). Наприклад, сума вхідних потоків вузла визначається за формулою – СУММЕСЛИ (всі кінці дуг; вузол; потоки), тобто, підсумовуються потоки по тих дугах, кінці яких співпадають з поточним вузлом. За формулою – СУММЕСЛИ (всі початки дуг; вузол; потоки) підсумовуються вихідні потоки. На рис. 2 показано розв'язання поставленої задачі за допомогою команди «Пошук рішення» в середовищі Excel-програми, з якого видно, що вектор  $X = (0,1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0)$ , а це, у свою чергу означає, що найкоротший шлях з міста Рівно в місто Прага пройде послідовно через м. Краків, м. Катовіце, м. Острава складе 1030 км.

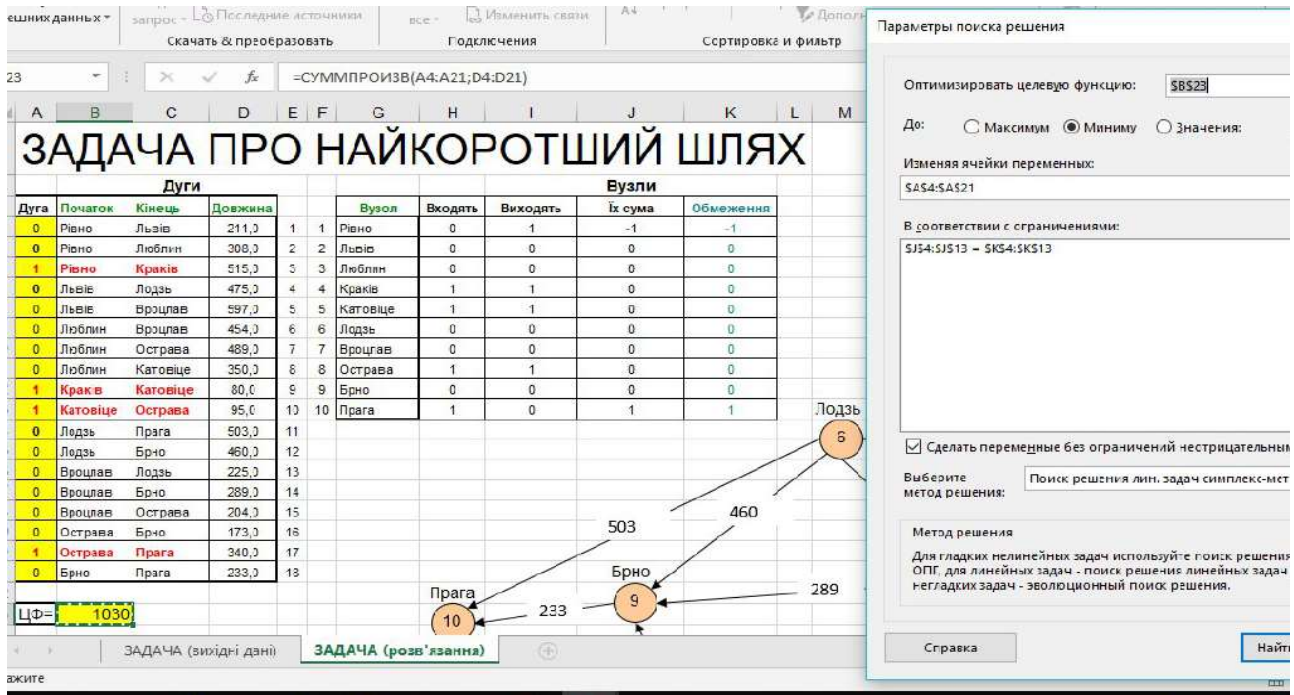


Рисунок 2 – Розв’язання задачі про найкоротший шлях на мережі

Figure 2 – Solving the problem of the shortest path on the network

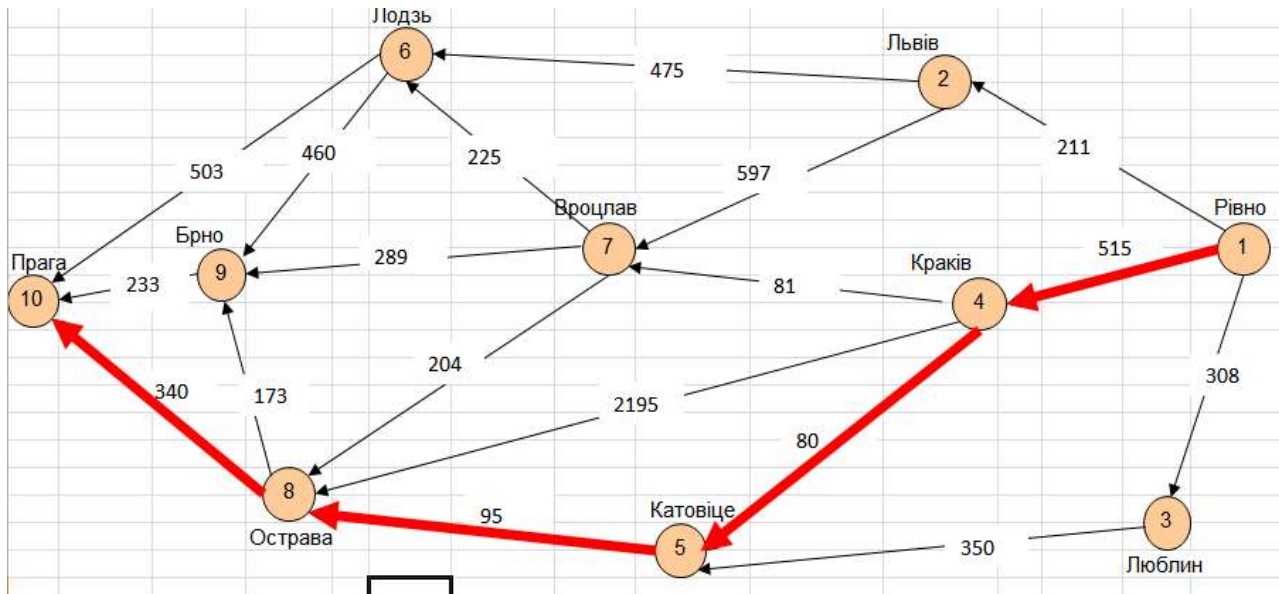


Рисунок 3 – Графічне зображення розв’язання задачі про найкоротший шлях на мережі  
 Figure 3 – Graphical representation of the solution of the problem of the shortest path on the network

Проведені розрахунки показали, що запропонований варіант маршруту має найкоротший шлях у 1030 км, що більше ніж у два рази коротше традиційного маршруту (2400 км).

**Висновки.** Для розв’язання транспортної задачі про найкоротший шлях на мережі як задачі про вантажопотоки у мережах запропоновано використання матрично-мережевої моделі вантажних перевезень з використанням сучасних інформаційних технологій. Більшість оптимізаційних задач на мережах – це задачі про потоки у мережах (network flow problems). Для мережевих задач оптимізації фундаментальним є принцип збереження потоку в будь-якому вузлі, а саме –сума потоків на виході вузла

дорівнює сумі потоків на його вході плюс потенціал вузла (+ пропозиція/ - попит). Класичними задачами на графах є задачі про побудову найкоротших шляхів та їх сукупностей у вигляді відповідних дерев чи контурів. Однією з таких задач є пошук найкоротшого шляху між двома заданими вузлами: джерелом і стоком. Об'єктами потоків у практичних задачах виступають вантажі, газ, пасажери, транспортні засоби, сигнали зв'язку, рідини тощо. Для обчислення потоку у вузлах використовується функція обчислення суми величин, координати яких задовольняють визначеній умові (тобто, якщо певні величини належать відповідній множині). В Excel таку процедуру виконує функція СУММЕСЛИ (аргументи). Це дає можливість автоматизувати задачі про вибір найкоротшого шляху на мережі, особливо у міжнародних перевезеннях. Проведені розрахунки показали, що запропонований варіант маршруту має найкоротший шлях у 1030 км, що більше ніж у два рази коротше традиційного маршруту (2400 км). Використання сучасних інформаційних технологій дає можливість автоматизувати задачі про вибір найкоротшого шляху на мережі, особливо у міжнародних перевезеннях, що значно підвищить ефективність міжнародних автомобільних перевезень.

**Keywords:** International Freight Transportation, Shortest Way, Problems About Freight Flows, Excel-Programs.

### Перелік посилань

1. Prokudin G. Application of Information Technologies for the Optimization of Itinerary when Delivering Cargo by Automobile Transport / O. Prokudin, O. Chupaylenko, O. Dudnik, A. Dudnik, V. Svatko // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. N. 2/3 (92). P. 51-59. (ISSN 1729-3774, DOI:10.15587/1729-4061.2018.128907, <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/128907>).
2. Prokudin G. Application of Information Technologies for the Optimization of Itinerary when Delivering Cargo by Automobile Transport / O. Prokudin, O. Chupaylenko, O. Dudnik, A. Dudnik, V. Svatko // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. N. 2/3 (92). P. 51-59. (ISSN 1729-3774, DOI:10.15587/1729-4061.2018.128907, <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/128907>).
3. Prokudin G. Logistics Approach to the Organization of Unbalanced Freight Transportation in Transport Networks / G. Prokudin, O. Chupaylenko, I. Lebid, N. Luzhanska // Proceedings of 24th International Scientific Conference. Transport Means 2020. Sustainability: Research and Solutions. PART I. September 30 - October 02, 2020 Online Conference - Kaunas, Lithuania. P. 22-26.

## USING INFORMATION TECHNOLOGIES TO FIND THE SHORTEST WAY ON THE TRANSPORT NETWORK

**Prokudin GS**, Doctor of Engineering Sciences, Professor, head of the International Transportation and Customs Control Department, National Transport University, e-mail: [p\\_g\\_s@ukr.net](mailto:p_g_s@ukr.net), tel. +380633270243, Ukraine, 01010, city Kyiv, street M. Omelyanovicha-Pavlenka, 1, room 437, <https://orcid.org/0000-0001-9701-8511>

**Yerko YV**, postgraduate Department of International Transportation and Customs Control, National Transport University, e-mail: [yaroslav95@gmail.com](mailto:yaroslav95@gmail.com), tel. +380681420008, Ukraine, 01010, city Kyiv, street M. Omelyanovicha-Pavlenka, 1, room 437, <https://orcid.org/0000-0002-6759-9578>

**Abstract.** An analysis of the functioning of the transport and road complex of Ukraine, which is a complex organizational and technical system that requires new approaches to optimization of international freight. The relevance of research in this direction is determined by the need to increase the efficiency of international cargo transportation through the development and implementation of models, methods and software for the process of rational organization and optimization of international freight routes. The procedure of finding the optimal plans of cargo transportation on TM allows from all existing options of cargo transportation to choose the cheapest on two modes of optimization of cargo transportation - either on the criterion of cost, or on the criterion of time. The use of international freight routes in the process of finding the optimal plan allows to significantly improve the quality of decisions made.

To solve the transport problem of the shortest path on the network as a problem of freight flows in networks, it is proposed to use a matrix-network model of freight transportation using modern information technologies. Most network optimization problems are network flow problems. For network optimization problems, the principle of preserving the flow in any node is fundamental, namely, the sum of flows at the output of the node is equal to the sum of flows at its input plus the potential of the node (+ supply / - demand). The classic problems on graphs are the problems of constructing the shortest paths and their aggregates in the

form of corresponding trees or contours. One such task is to find the shortest path between two given nodes: source and drain. The objects of flows in practical problems are cargo, gas, passengers, vehicles, communication signals, liquids, and so on. To calculate the flow in the nodes, the function of calculating the sum of quantities whose coordinates satisfy a certain condition (ie, if certain quantities belong to the corresponding set) is used. In Excel, this procedure is performed by the function SUMMES (arguments). This makes it possible to automate the task of choosing the shortest path on the network, especially in international traffic.

### References

1. Prokudin G. Application of Information Technologies for the Optimization of Itinerary when Delivering Cargo by Automobile Transport / O. Prokudin, O. Chupaylenko, O. Dudnik, A. Dudnik, V. Svatko // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. N. 2/3 (92). P. 51-59. (ISSN 1729-3774, DOI:10.15587/1729-4061.2018.128907, <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/128907>).
2. Prokudin G. Application of Information Technologies for the Optimization of Itinerary when Delivering Cargo by Automobile Transport / O. Prokudin, O. Chupaylenko, O. Dudnik, A. Dudnik, V. Svatko // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. N. 2/3 (92). P. 51-59. (ISSN 1729-3774, DOI:10.15587/1729-4061.2018.128907, <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/128907>).
3. Prokudin G. Logistics Approach to the Organization of Unbalanced Freight Transportation in Transport Networks / G. Prokudin, O. Chupaylenko, I. Lebid, N. Luzhanska // Proceedings of 24th International Scientific Conference. Transport Means 2020. Sustainability: Research and Solutions. PART I. September 30 - October 02, 2020 Online Conference - Kaunas, Lithuania. P. 22-26.