УДК 656.13:303.732 DOI: 10.33744/0365-8171-2021-110-136-143

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДОРОЖНЬО-ТРАНСПОРТНИХ ПОДІЙ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРІЇ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

MATHEMATICAL MODEL OF ROAD TRAFFIC ACCIDENT DEVELOPMENT USING THE SYSTEM ANALYSIS THEORY

Гусєв Олександр Володимирович, *кандидат технічних наук, доцент Національний транспортний університет, доцент кафедри «Аеропорти», e-mail: avg_ntu@yandex.ua, тел. +380442808402,*

https://orcid.org/0000-0002-0420-0443

Рутковська Інеса Анатоліївна*, кандидат технічних наук, професор Національний транспортний університет, професор кафедри «Аеропорти», e-mail: ria_ntu@yandex.ua, тел. +380442807073,*

https://orcid.org/0000-0001-7832-4222

Герасименко Алла Володимирівна, *старший викладач Національний транспортний університет, старший викладач кафедри «Аеропорти», e-mail: a_gerasimenko@yandex.ua, тел. +380442808402*

https://orcid.org/0000-0001-7038-3703

Анотація. У статті розглянуті принципи та алгоритми створення математичної моделі ДТП на ділянці швидкісної магістралі з використанням теорії системного аналізу та системи масового обслуговування.

Ключові слова: системний аналіз, математична модель ДТП, система масового обслуговування.

Постановка задачі. Розглянемо ситуацію на швидкісні магістралі. Виділимо ділянку швидкісної магістралі довжиною „один автомобіль + відстань безпечного руху”. Будемо вважати, що поява автомобіля на початку виділеної ділянки – це запит на обслуговування, а пропустити автомобіль через усю виділену ділянку – це означає обслужити запит. Тобто виділену ділянку швидкісної магістралі можна представити як систему масового обслуговування (СМО) з відмовами, структурну схему якої може мати наступний вигляд.

Дослідження такої СМО з відмовами за допомогою класичних методів [5] є не доцільним через високу динаміку подій: статистичні показники інтенсивності надходження запитів суттєво відрізняються від пуассонівських, зіткнення автотранспортних засобів та ін. Все це приводить до різкої зміни динаміки подій на швидкісній магістралі, до непередбачуваної зміни станів СМО з відмовами. Для дослідження динаміки функціонування такої СМО створимо наступну математичну модель і методику її дослідження.

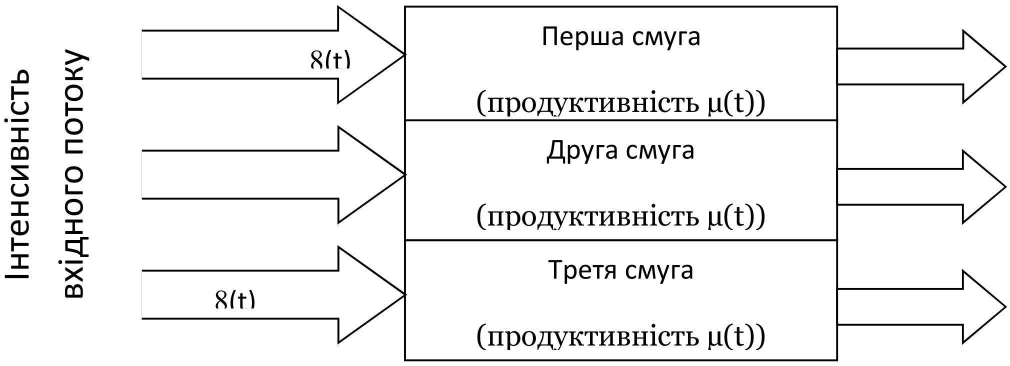

Рисунок 1 – Структурна схема ділянки дороги, представленої як СМО
Figure 1 - Block diagram of the road section presented as GS

Створення математичної моделі СМО з відмовами. Спочатку розглянемо випадок „спокійного” обслуговування запитів. Складемо наступний граф станів СМО.

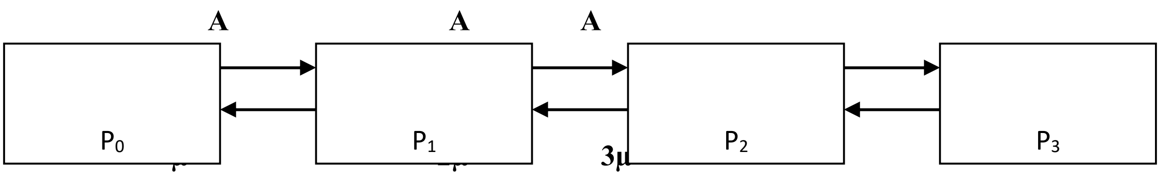

Рисунок 2 – Граф станів СМО з відмовами
Figure 2 - Graph of GS states with failures

Користуючись складеним графом станів СМО і правилом Колмогорова можна скласти математичну модель дослідження динаміки подій в системі масового обслуговування з відмовами у вигляді наступної системи диференційних рівнянь першого порядку.

$$\frac{d}{dt}p_0 = -\lambda \cdot p_0 + \mu \cdot p_1$$

$$\frac{d}{dt}p_1 = \lambda \cdot p_0 - \lambda \cdot p_1 + 2\mu \cdot p_2 - \mu \cdot p_1$$

$$\frac{d}{dt}p_2 = \lambda \cdot p_1 - \lambda \cdot p_2 + 3 \cdot \mu \cdot p_3 - 2\mu \cdot p_2$$

$$\frac{d}{dt}p_2 = \lambda \cdot p_2 - 3 \cdot \mu \cdot p_3$$

Доповнимо її рівнянням-обмеженням:

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

Варіант 1. Уведемо перший набір початкових значень інтенсивностей потоків автомобілів на смугах дороги (початкові значення інтенсивностей надходження запитів на вході СМО):

$$\lambda 1 := 5.1 \qquad \lambda 2 := 5.1 \qquad \mu 2 := 3 \qquad \mu 1 := 3$$

і протяжність часового інтервалу для дослідження СМО: $t := 0..90$

Доповнимо алгоритм наступними двома програмами, за допомогою яких будемо керувати інтенсивністю надходження запитів і продуктивністю (інтенсивністю обслуговування запитів) СМО протягом інтервалу дослідження.

$$\lambda(t) := \left| \begin{array}{l} \lambda 1 \ \ \text{if } 30 < t < 60 \\ \lambda 2 \ \ \text{otherwise} \end{array} \right. \qquad \mu(t) := \left| \begin{array}{l} \mu 1 \ \ \text{if } 30 < t < 60 \\ \mu 2 \ \ \text{otherwise} \end{array} \right.$$

Методика дослідження. Для отримання розв'язків системи звичайних диференційних рівнянь використаємо метод Рунне-Кутта, реалізований засобами MathCAD. Для чого уведемо вектор початкових умов – вектор початкових значень невідомих і ветор-функцію D:

$$p := \begin{pmatrix} .5 \\ .5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D(t,p) := \begin{pmatrix} -\lambda(t)\cdot p_0 + \mu(t)\cdot p_1 \\ \lambda(t)\cdot p_0 - \lambda(t)\cdot p_1 + 2\cdot\mu(t)\cdot p_2 - \mu(t)\cdot p_1 \\ \lambda(t)\cdot p_1 - \lambda(t)\cdot p_2 + 3\cdot\mu(t)\cdot p_3 - 2\cdot\mu(t)\cdot p_2 \\ \lambda(t)\cdot p_2 - 3\cdot\mu(t)\cdot p_3 \end{pmatrix}$$

Для розв'язку системи диференційних рівнянь використаємо вбудовану в MathCAD функцію:

$$Z := \text{rkfixed}(p, 0, 90, 1500, D)$$

Розв'язок системи диференційних рівнянь представимо у вигляді матриці розв'язків, часових графіків і фазових портретів – траєкторій зміни станів СМО у фазовому просторі:

Матриця розв'язків:

Z =

	0	1	2	3	4
0	0	0.5	0.5	0	0
1	0.06	0.44	0.44	0.105	0.016
2	0.12	0.389	0.41	0.159	0.042
3	0.18	0.349	0.392	0.193	0.067
4	0.24	0.316	0.38	0.216	0.088

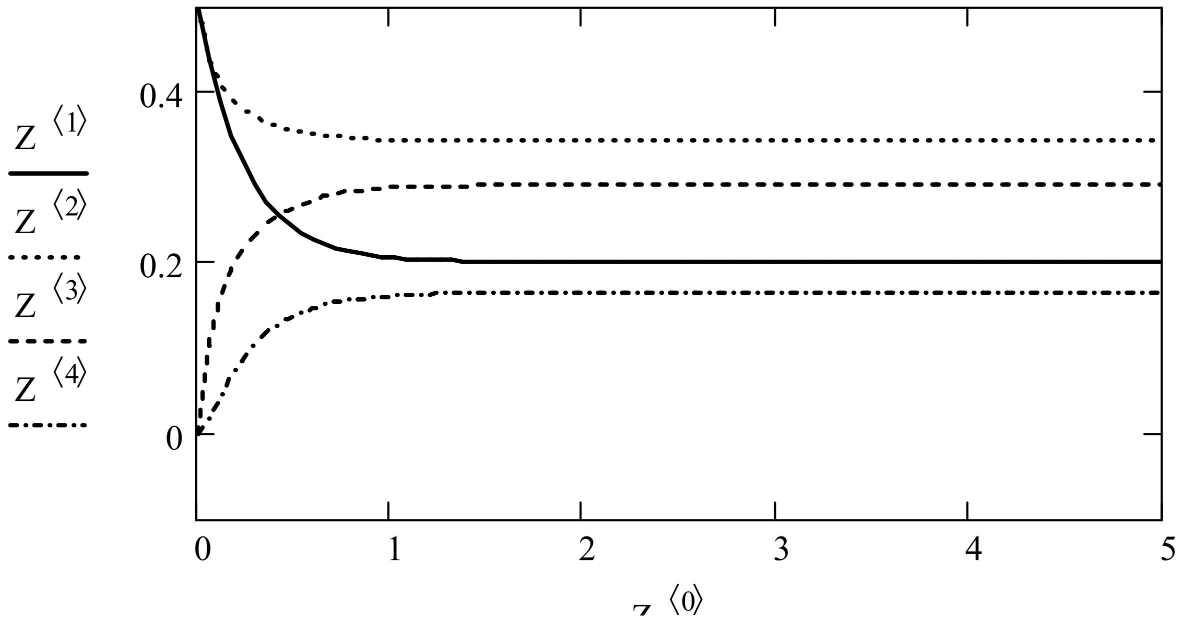

Рисунок 3 – Часові графіки розв’язків системи диференційних рівнянь
Figure 3 - Time graphs of the differential equations system solutions

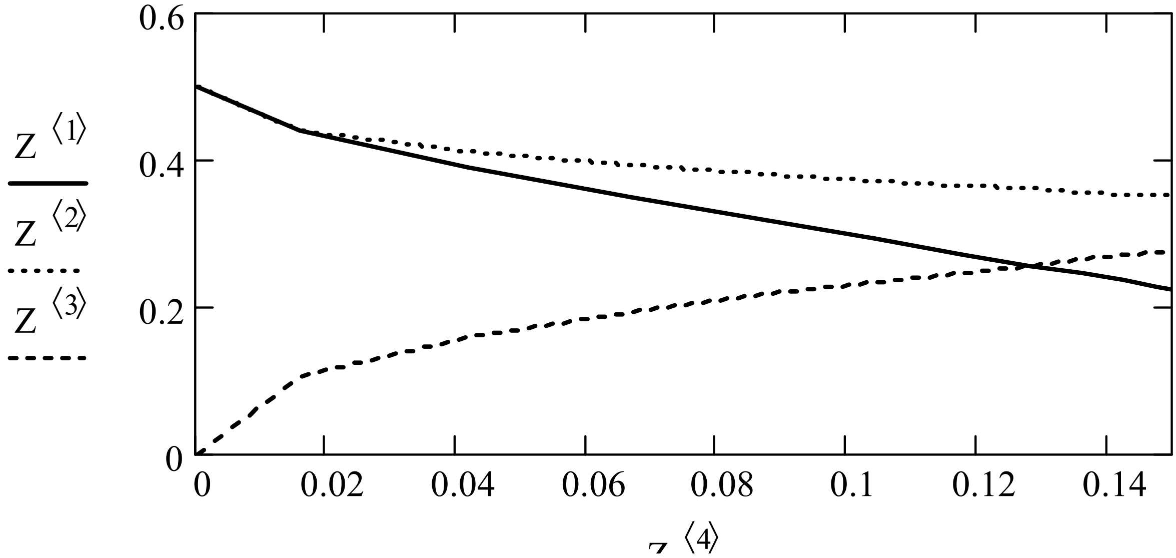

Рисунок 4 – Відносна динаміка зміни станів СМО
Figure 4 - Relative dynamics of GS state changes

Аналіз динаміки станів СМО по результатах дослідження для першого набору інтенсисвностей: 81 = 82, μ1 = μ2.

Аналіз результатів – динаміки розвитку подій по часових графіках розв’язків системи диференційних рівнянь - показує, що в ідеальному випадку, коли інтенсивність надходження запитів мають постійне значення, система поводить себе „спокійно”: на початку інтервалу дослідження система переходить до сталого режиму і знаходиться в ньому до кінця часового інтервалу дослідження.

Варіант 2. Уведемо другий набір початкових значень інтенсивностей потоків автомобілів на смугах дороги (початкові значення інтенсивностей надходження запитів на вході СМО): $81 >< 82$, $\mu 1 >< \mu 2$:

$$\lambda 1 := 3.1 \qquad \lambda 2 := 5.1 \qquad \mu 1 := 1.2 \qquad \mu 2 := 3$$

і протяжність часового інтервалу для дослідження СМО: $t := 0..9($

Доповнимо алгоритм наступними двома програмами, за допомогою яких будемо керувати інтенсивністю надходження запитів і продуктивністю (інтенсивністю обслуговування запитів) СМО протягом інтервалу дослідження.

$$\lambda(t) := \begin{vmatrix} \text{rnd}(\lambda 1) + \dfrac{\lambda 1}{2} \ \text{ if } 30 < t < 60 \\ \lambda 2 \ \text{ otherwise} \end{vmatrix} \qquad \mu(t) := \begin{vmatrix} \text{rnd}(\mu 1) + \dfrac{\mu 1}{2} \ \text{ if } 30 < t < 60 \\ \mu 2 \ \text{ otherwise} \end{vmatrix}$$

При цьому врахуємо надзвичайність ситуації – зіткнення автомобілів на одній із смуг дороги і ліквідацію наслідків зіткнення протягом інтервалу часу $30 < t < 60$ на інтервалі дослідження, коли інтенсивність і продуктивність системи випадково змінюються. На цей час відбудеться перерозподіл вхідного потоку, наприклад за схемою, що показана на рис. 6.5.

Методика дослідження. Для отримання розв’язків системи звичайних диференційних рівнянь, коефіцієнти при невідомих якої мають вигляд функцій, що утримують випадкову компоненту, яка враховує стихійність перерозподілу потоку автомобілів на вході СМО, знову використаємо метод Рунне-Кутта, реалізований засобами MathCAD. Для цього уведемо вектор початкових умов – вектор початкових значень невідомих і ветор-функцію D.

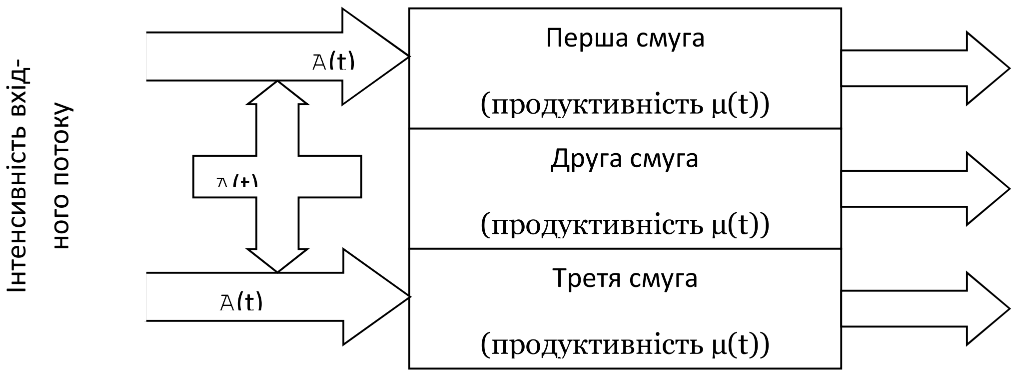

Рисунок 5 – Структурна схема ділянки дороги в надзвичайній ситуації, що представлена як СМО з відмовами

Figure 5 – Block diagram of the road section in an emergency, presented as a GS with failures

$$p := \begin{pmatrix} .5 \\ .5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D(t,p) := \begin{pmatrix} -\lambda(t)\cdot p_0 + \mu(t)\cdot p_1 \\ \lambda(t)\cdot p_0 - \lambda(t)\cdot p_1 + 2\cdot\mu(t)\cdot p_2 - \mu(t)\cdot p_1 \\ \lambda(t)\cdot p_1 - \lambda(t)\cdot p_2 + 3\cdot\mu(t)\cdot p_3 - 2\cdot\mu(t)\cdot p_2 \\ \lambda(t)\cdot p_2 - 3\cdot\mu(t)\cdot p_3 \end{pmatrix}$$

Для розв'зку системи диференційних рівнянь використаємо вбудовану в MathCAD функцію:

$$Z := \mathrm{rkfixed}(p, 0, 90, 1500, D)$$

Розв’язок системи диференційних рівнянь представимо у вигляді матриці розв’язків, часових графіків і фазових портретів – траєкторій зміни станів СМО у фазовому просторі:

Матриця розв’язків:

Z =

	0	1	2	3	4
0	0	0.5	0.5	0	0
1	0.06	0.44	0.44	0.105	0.016
2	0.12	0.389	0.41	0.159	0.042
3	0.18	0.349	0.392	0.193	0.067
4	0.24	0.316	0.38	0.216	0.088

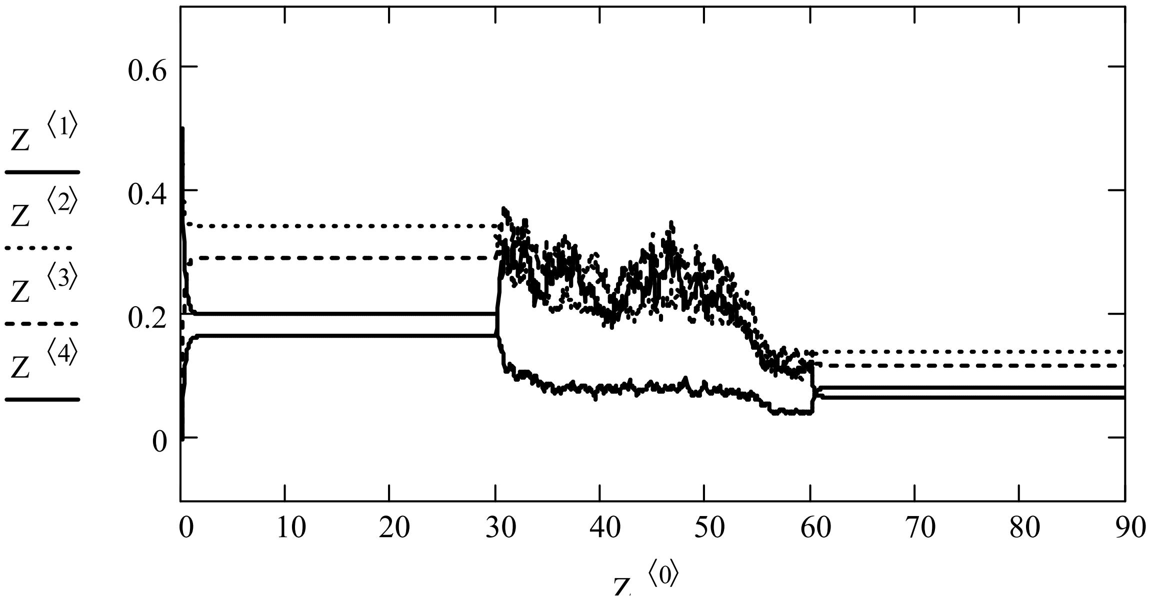

Рисунок 6 – Часові графіки розв’язків системи диференційних рівнянь, що утримують випадкову компоненту на часовому інтервалі часу 30< t < 60

Figure 6 – Time graphs of the differential equations system solutions that hold a random component in the time interval 30 <t <60

Довжина „пробки” – кількість автомобілів m, що отримають відмову в обслуговуванні і накопичаться на вході СМО за період 30< t < 60:

$$ta := 30 \qquad m := ta\cdot(\lambda 2 - \lambda 1) \qquad m = $$

Відносна динаміка траєкторій у фазовому просторі матиме вигляд:

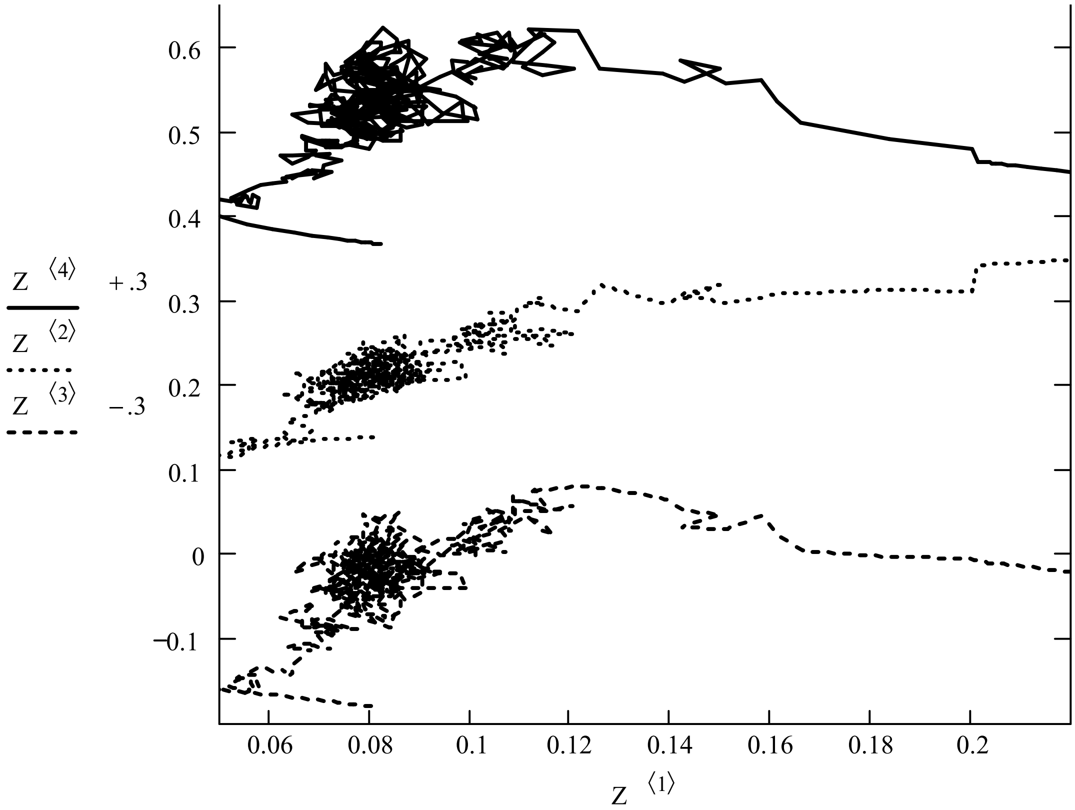

Рисунок 7 – Відносна динаміка траєкторій у фазовому просторі з урахуванням випадкової компоненти інтенсивності надходження запитів і інтенсивності обслуговування запитів

Figure 7 – The relative dynamics of trajectories in the phase space, taking into account the random component of the requests intensity and the service requests intensity

Аналіз результатів – динаміки розвитку подій по часових графіках розв'язків системи диференційних рівнянь - показує, що у випадку, коли інтенсивність надходження запитів утримує випадкову компоненту значень (після зіткнення автомобілів), система поводить себе адекватно, тобто на інтервалі часу $30< t < 60$ дослідження система переходить до не стійкого режиму функціонування і знаходиться в ньому до кінця часового інтервалу - до ліквідації наслідків надзвичайного стану і відновлення руху автомобілів на дорозі. Динаміка відносних траєкторій у фазовому просторі (рис. 6.7) вказує на складність організації управління рухом потоку автомобілів.

Висновки

1. На підставі застосованого системного підходу розроблена математична модель системи масового обслуговування з відмовами, що дозволяє враховувати випадкову компоненту у складі потоку інтенсивності надходження запитів на обслуговування і інтенсивності обслуговування.
2. Розроблена методика дослідження математичної моделі СМО з урахуванням випадкових компонент в процесах функціонування таких СМО.
3. Математична модель і методика її дослідження можуть бути використані для моделювання випадкових марківських процесів і динаміки функціонування інших класів СМО.

Перелік посилань

1. WHO World Road Accidents Statistics Data. Geneva. WHO, 2015. 445 p. (Engl.)
2. Коноплянко В.И. Организация и безопасность дорожного движения. – М.: Транспорт. –1991. – 183 с.
3. Gusev O.V. Improving the road transport safety.Visnyk NTU. 2004. No. 9. P. 98 – 103. (Engl.)
4. Klebelsberg D. Verkehrspsychologie. –N.Y.: Springer–Verlag, 2002. – 523 p.
5. Gusev A.V. The development of prediction models. /Highways and highway construction, #7, Kiev, NTU, 2004. – P. 77–79.
6. Гусев А.В. Повышение безопасности движения автомобильного транспорта с учетом эффективности зрительных действий водителя./ А.В. Гусев // Автореф. дис. канд.техн.наук. – К.: УТУ, 1995. – 21 с.
7. Гусєв О.В. Забезпечення зберігання та безпеки вантажів на транспорті: [учбовий посібник] / О.В. Гусев. – К.: НТУ, 2005. – 156 с.

MATHEMATICAL MODEL OF ROAD TRAFFIC ACCIDENT DEVELOPMENT USING THE SYSTEM ANALYSIS THEORY

Gusev Alexander V., Ph.D., associate professor National Transport University, associate professor department of airports, e-mail: avg_ntu@yandex.ua, tel.: +380442808402, Omelyanovich Pavlenko St. 1, Kiev, Ukraine 01010. https://orcid.org/0000-0002-0420-0443

Rutkovskaya Innesa A., Ph.D., professor National Transport University, professor department of airports, e-mail: ria@yandex.ua, tel.: +380442808402, Omelyanovich Pavlenko St. 1, Kiev, Ukraine 01010. https://orcid.org/0000-0001-7832-4222

Gerasimenko Alla V., senior lecturer National Transport University, senior lecturer department of airports, e-mail: a_gerasimenko@yandex.ua, tel.: +380442807073, Omelyanovich Pavlenko St. 1, Kiev, Ukraine 01010,, rm.440. https://orcid.org/0000-0001-7038-3703

Abstract. The article describes the principles and algorithms for creating a mathematical model of the road traffic accidents on the highway section using system analysis theory and queuing system theory.

Keywords: system analysis, mathematical model of road accidents, queuing system.

References

1. WHO World Road Accidents Statistics Data. Geneva. WHO, 2015. 445 p. (Engl.)
2. Konoplianko V.Y. Orhanyzatsyia y bezopasnost dorozhnoho dvyzhenyia. – M.: Transport. –1991. – 183 s. (Rus)
3. Gusev O.V. Improving the road transport safety.Visnyk NTU. 2004. No. 9. P. 98 – 103. (Engl.)
4. Klebelsberg D. Verkehrspsychologie. –N.Y.: Springer–Verlag, 2002. – 523 p.
5. Gusev A.V. The development of prediction models. /Highways and highway construction, #7, Kiev, NTU, 2004. – P. 77–79 (Rus)
6. Husev A.V. Povushenye bezopasnosty dvyzhenyia avtomobylnoho transporta s uchetom effektyvnosty zrytelnukh deistvyi vodytelia./ A.V. Husev // Avtoref. dys. kand.tekhn.nauk. – K.: UTU, 1995. – 21 s (Rus).
7. Husiev O.V. Zabezpechennia zberihannia ta bezpeky vantazhiv na transporti: [uchbovyi posibnyk] / O.V. Husev. – K.: NTU, 2005. – 156 s. (Ukr).