

ВИЗНАЧЕННЯ НАТЯГІВ ПІДВІСНИХ КАНАТІВ МОСТУ ЗА ЧАСТОТОЮ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ

DETERMINATION OF TENSIONS OF SUSPENDED ROPES OF THE BRIDGE BY FREQUENCY OF NATURAL OSCILLATIONS



Гамеляк Ігор Павлович, Національний транспортний університет, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри аеропортів, Київ, Україна, e-mail: gip65n@gmail.com, тел.: +380503524124

<https://orcid.org/0000-0001-9246-7561>



Крючатов Сергій Дмитрович, ТОВ «ПРОКСИС», директор, Київ, Україна, e-mail: hook@proxis.ua, тел.: +380674028273,

<https://orcid.org/0000-0001-9250-692X>



Оксень Євген Іванович, Державне підприємство «Науково-дослідний інститут будівельних конструкцій», доктор технічних наук, професор, Київ, Україна, e-mail: eioksen@gmail.com, тел.: +380506744778,

<https://orcid.org/0000-0003-1075-6840>

Анотація. У статті розглянуті питання розробки і використання обладнання для цифрових вимірювань натягів канатів за частотою вільних поперечних коливань. точне вимірювання сили натягу канатів має практичне значення. Актуальність цієї задачі для народного господарства України полягає в потребах розробки простого і надійного методу та обладнання для швидкого і зручного вимірювання інженерами-будівельниками і інженерами-експлуатантами натягів канатів в будівельній галузі. Практичне значення роботи полягає в потребах своєчасного приведення прогонової будови Аркового мосту Подільського мостового переходу через р. Дніпро в м. Києві в проектне положення після виконання монтажу металоконструкцій з передачею ваги ферми мосту на чотири капітальні опори та 64 підвісні канати з повним розвантаженням чотирьох монтажних опор для подальшого улаштування мостового полотна і завершення будівельних робіт.

Об'єкт дослідження – процес вимірювання натягів підвісних канатів від власної ваги металеві частини мосту під час приведення ферми Аркового мосту в проектне положення металевих конструктивних елементів мосту.

Предмет дослідження – фіксація впливу сукупного переміщення верхніх точок кріплення (різьбових циліндричних муфт) 64 підвісних канатів на перерозподіл частот власних коливань і натягів в їх контурах.

Проведені дослідження дозволили розробити спеціалізоване обладнання вимірювання та фіксації сигналів коливань підвісних канатів. Конструктивно обладнання вимірювання та фіксації сигналів коливань підвісних канатів складається з восьми каналного блока реєстрації, в який надаються попередньо нормалізовані високоточним зовнішнім перетворювачем сигналу ІЕРЕ виробництва Advantech ADAM-3017 з зовнішнім живленням з частотою пропускання сигналів до 50 кГц, блок живлення MeanWell MDR-20-24, зовнішнього 16 розрядного 8 каналного модулю АЦП

виробництва Advantech USB-5817 з частотою опитування до 200 кГц на всі канали, вимірювального та фіксуючого ноутбука. Для вимірювання коливань канатів застосовано низькочастотний п'єзоелектричний перетворювач прискорення ІЕРЕ виробництва Sensing Tech CT11000L з діапазоном вимірювання 0,2–500 Гц. Розроблене обладнання забезпечило реалізувати технологію покрокового встановлення ферми Аркового мосту в проектне положення.

Ключові слова: висячий міст, підвісний канат, коливання, власна частота, натяг, вимірювання, обладнання, промислове застосування.

Постановка проблеми

Робота конструктивних елементів висячий мостів потребує контролю і регулювання натягів канатів як при будівництві, так і в процесі експлуатації. Оптимізація геометрії моста і перерозподілу зусиль в підвісних канатах безпосередньо пов'язана з приведенням прогонових будов в проектне положення під час послідовного виконання етапів будівельних робіт з нарощуванням маси мосту: встановлення металевих частин, вкладання покриття мостового полотна, прокладання комунікацій, улаштування рейкового транспорту та інше. Зміна температури навколишнього середовища, нагрів та охолодження, що змінюють лінійні розміри конструктивних елементів мосту, також призводять до перерозподілу навантажень на канати висячих мостів. Тому точне вимірювання сили натягу канатів має практичне значення, а розробка простого і надійного методу та обладнання для швидкого і зручного вимірювання інженерами-будівельниками і інженерами-експлуатантами є актуальною задачею для народного господарства України. Практичне значення роботи полягає в потребах своєчасного приведення прогонової будови Аркового мосту Подільського мостового переходу через р. Дніпро в м. Києві в проектне положення після виконання монтажу металоконструкцій з передачею ваги ферми мосту на чотири капітальні опори та 64 підвісні канати з повним розвантаженням чотирьох монтажних опор для подальшого улаштування мостового полотна і завершення будівельних робіт.

Як відомо, для вимірювання сили натягу канатів застосовуються наступні методи контролю [1]:

- вимірювання кінцевого зусилля;
- вимірювання подовження;
- поперечна відтяжка;
- за частотою вільних поперечних коливань.

Вимірювання натягів першими двома методами пов'язано з необхідністю встановлення в ланцюгах навантаження кожного з канатів стаціонарних датчиків сили або датчиків переміщення, що значно підвищує витрати і потребує періодичного розвантаження з демонтажу датчиків для їх калібрування. Метод поперечною відтяжки головним чином [2] застосовується для канатів з діаметром до 50 мм, оскільки при подальшому збільшенні діаметру габарити та вага вимірювального обладнання в подальшому непропорційно зростає, що ускладнює його встановлення на канаті і унеможливає ефективне використання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Метод контролю натягу канатів за частотою вільних поперечних коливань отримав достатньо широке розповсюдження в практиці будівництва і експлуатації висячих мостів завдяки простоті використання. Метод має достатньо високу точності при використанні для відносно тонких розтягнутих канатів – у яких співвідношення діаметру до довжини менше ніж 0,008, а натяг перевищує 15 % від межі міцності. При цьому за результатами зіставлення розрахунків з експериментальними даними похибка не перевищує 4 %.

Оскільки метод вимірювання натягу канатів за частотою вільних поперечних коливань за принципом вимірювання є непрямым значення натягів встановлюють розрахунково відповідно до прийнятої моделі коливання канатів (рис. 1).

Для розрахунків натягів канатів в мостовій практиці [3–9] рекомендуються аналітичні залежності, які пройшли апробацію для класичних висячих, вантових мостів і мостів Нільсена:

– згідно з теорією плоскої деформації натягнутої струни, для якої нехтується розтягом при провисанні, жорсткістю на згин і кутом нахилу [3, 4], кН:

$$T = \frac{4qL^2 f^2}{1000n^2}, \quad (1)$$

де, q – погонна маса каната, кг/м;

L – довжина каната, м;

n – мода коливань каната;
 – з урахуванням жорсткості канату на згин
 [5], кН:

$$T = \frac{4qL^4 f^2 - \pi^2 EIn^4}{1000L^2 n^2}, \quad (2)$$

де, E – модуль деформації матеріалу каната, Па;
 I – момент інерції перетину каната, м⁴;
 – з урахуванням жорсткості канату на згин і кута нахилу відносно горизонту [8], кН:

$$T = g \frac{8mL^4 f^2 + gL^3 n^2 \sin \alpha - 2\pi^2 EIn^4}{2L^2 n^2}, \quad (3)$$

де, m – погонна маса каната, т/м;
 α – кут нахилу каната відносно горизонту.

Доцільність застосування аналітичних формул (1), (2) та (3) обумовлено тим, що значення співвідношення стріли провисання до довжини прольоту часто невідоме, оскільки вимірювання статичної форми кабелю потребує великих витрат. Крім того, у деяких практичних випадках значення жорсткості на вигин і осьова жорсткість канату часто недоступні або не відповідають умовам експлуатації [6].

В разі потреб визначення натягів з більшою точністю в роботі [7] пропонується застосовувати метод ідентифікації системи на основі кінцево-елементної моделі, режими якої відповідають виміряним частотам, використовуючи алгоритм оновлення чутливості та ітераційний алгоритм рішення. Застосування таких ускладнених методів на основі чисельного моделювання обумовлено тим, що точні аналітичні рішення рівнянь коливання закріпленого по краях канату з урахуванням прогинів і розтяжності невідомі.

Генерування власних коливань в контурі канату під час вимірювання за частотою вільних поперечних коливань здійснюється шляхом штучного навантаження:

- ударом;
- розгойдуванням;
- переміщенням транспортних засобів по мостовому полотну.

Постановка завдання

Значення частот власних коливань встановлюють амплітудно-частотним аналізом фрагментів сигналів поперечних коливань канату на ділянках їх затухання, які сформовані у вигляді вікна спостереження в режимі реального часу або з записом в файли. Потреби запису сигналів коливань канатів під час вимірювань для подальшої обробки обумовлені:

- самим принципом виконання амплітудно-частотного аналізу, для якого потрібен сигнал коливань у вигляді часового ряду;
- необхідністю аналізу двовимірної коливальної процесу в канаті на протязі достатньо тривалого інтервалу часу для визначення характеру зміни частоти коливань в площині розташування одновимірної датчика;
- багатомодальним коливальним процесом в канаті і необхідністю виділення мод з найбільшою енергією.

Мета роботи – підвищення надійності, оперативності і якості управлінських рішень, які приймаються співробітниками будівельної і проектної організацій в процесі встановлення в проектне положення металевих конструктивних елементів висячого мосту, а саме арки, підвісних канатів,

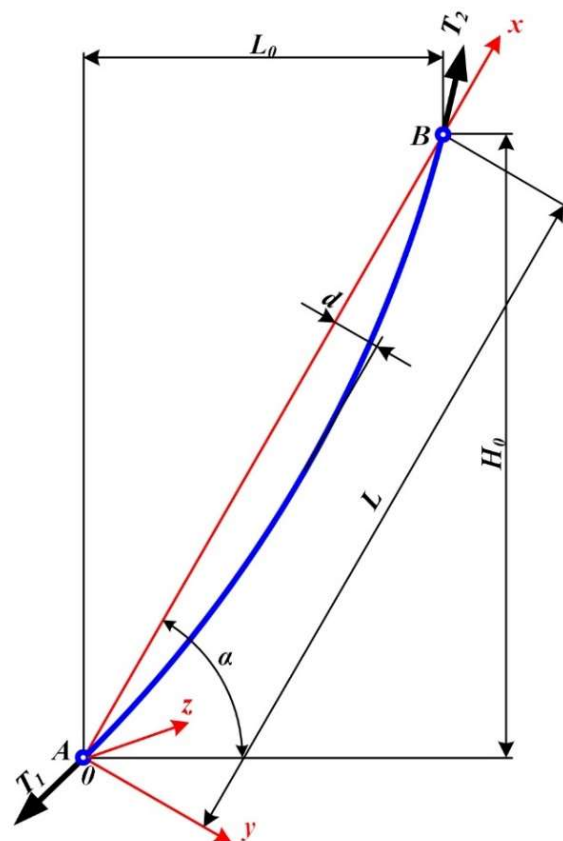


Рисунок 1 – Розрахункова схема поперечного коливання канату
 Figure 1 – Calculation diagram of the transverse oscillation of the rope

ферми, капітальних опор, деформаційних швів з об'єднанням прогонової будови мосту з естакадами під дією навантажень від власної ваги металевої частини мосту з повним розвантаженням чотирьох монтажних опор, шляхом визначення фактичних натягів за частотою їх власних коливань для приведення до проектних значень.

Виклад основного матеріалу

Арковий міст через р. Дніпро є частиною Подільського мостового переходу у м. Києві. Конструктивно ферма мосту шириною 35,8 м та довжиною 472 м встановлена на чотирьох капітальних опорах, але її центральна частина довжиною 344 м підвішена відносно металевої арки на 68 сталевих канатах (рис. 2).



Рисунок 2 – Арковий міст через р. Дніпро є частиною Подільського мостового переходу у м. Києві

Figure 2 – The arched bridge over the Dnipro River is part of the Podilsk bridge crossing in the city of Kyiv

Для вимірювання натягу канатів за частотою вільних поперечних коливань розроблено спеціалізоване обладнання вимірювання та фіксації сигналів коливань підвісних канатів. Конструктивно обладнання вимірювання та фіксації сигналів коливань підвісних канатів (рис. 3) складається з:

- восьми канального блока реєстрації, в який надаються попередньо нормалізовані високоточним зовнішнім перетворювачем сигналу ІЕРЕ виробництва Advantech ADAM-3017 з зовнішнім живленням з частотою пропускання сигналів до 50 кГц при коефіцієнті підсилення 100 та з частотою пропускання сигналів до 50 кГц при коефіцієнті підсилення 1 та 10;

- блок живлення MeanWell MDR-20-24 для монтажу на DIN рейку;

- зовнішнього 16 розрядного 8 канального модулю аналогово-цифрового перетворення (АЦП) виробництва Advantech USB-5817 з частотою опитування до 200 кГц на всі канали, що надає можливість розкриття проявів сигналів з частотою до 12,5 кГц при одночасному включенні всіх каналів для вимірювань;

- вимірювального та фіксуєного ноутбука, який пов'язуються з АЦП через USB-кабель.

Для вимірювання коливань канатів застосовано низькочастотний п'єзоелектричний перетворювач прискорення ІЕРЕ виробництва Sensing Tech CT11000L з діапазоном вимірювання 0,2–500 Гц. Кріплення перетворювача СТ11000L на канаті за допомогою клемового затискача наведено на рис. 4.



Рисунок 3 – Загальний вигляд обладнання вимірювання та фіксації коливань підвісних канатів

Figure 3 – General view of the equipment for measuring and fixing the vibrations of suspended ropes



Рисунок 4 – Кріплення п'єзоелектричного перетворювача прискорення Sensing Tech CT11000L на канаті за допомогою клемового затискача

Figure 4 – Mounting the Sensing Tech CT11000L Piezoelectric Accelerometer to a Rope Using a Terminal Clamp

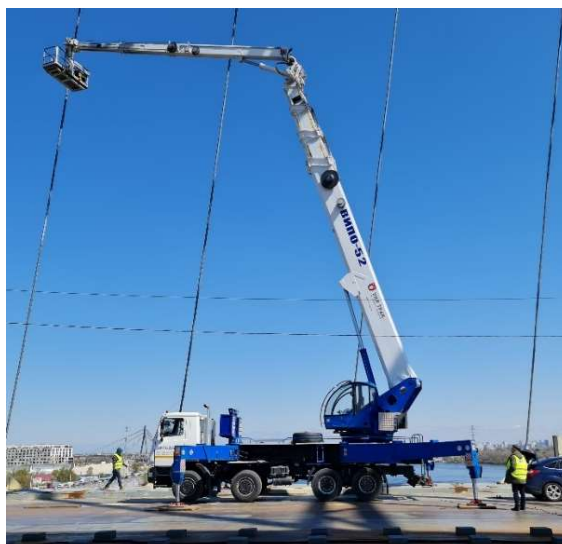


Рисунок 5 – Застосування автогідропідійомника ВІПО-52-01 МАЗ-6516 для генерації імпульсу коливань підвісних канатів

Figure 5 – Application of the VIPO-52-01 MAZ-6516 auto-hydraulic lift for the generation of the vibration pulse of suspended ropes

Для підвищення надійності збереження інформації запис результатів вимірювання здійснюється в послідовність коротких файли в бінарному форматі. Розмір файлу с записом встановлюється відповідно до потреб. Так, про кількості вимірювань в одному каналі 32768 каналі з частотою записів 10 кГц в файлі фіксується приблизно 3,25 с коливального процесу, а його довжина при цьому складає 262 кбайт. Пакети файлів з результатами вимірювань для кожного з випробувань надалі заносяться в базу даних і зберігаються на окремих архівних накопичувачах.

Вимірювання натягів підвісних канатів за частотою їх власних коливань здійснювалось для кожного з підвісних канатів окремо в наступному порядку:

- на підвісному канаті закріплюється перетворювач поперечних коливань;
- під'єднуються вимірювальні кабелів між перетворювачами та нормалізаторами сигналів;
- під'єднуються кабелі живлення до вимірювального комп'ютеру та нормалізаторів сигналів;
- вмикається обладнання та запускаються програми контролю та фіксації сигналів;
- вимірюється температура металу ферми, канату та арки за допомогою безконтактного пірометра. Значення температури металу ферми, канату та арки заносяться в програму запису сигналів коливань канату і зберігаються в бінарному форматі як масив разом з іншими даними
- за допомогою програми контролю виконується тестування коректності роботи обладнання вимірювання та фіксації сигналів коливань підвісних канатів;
- вмикається програма фіксації сигналів коливань;
- динамічним навантаженням генеруються коливання в підвісному канаті. Для генерації імпульсу коливань підвісних канатів застосовується автогідропідійомник ВІПО-52-01 МАЗ-6516 з висотою підйому 52 м (рис. 5);
- виконується фіксація сигналів коливань підвісного канату на протязі 10–60 с.

Оскільки ділянки сигналів, що містять самі імпульси згенерованих вібраційних коливань, займають в загальному об'ємі записів лише деяку частину, пошук, виділення та аналіз безпосередньо таких фрагментів сигналів виконуються в спеціалізованій програмі обробки результатів вимірювань.

Розрахунки частот власних коливань і натягів здійснюється окремо для кожного з підвісних канатів з експертним визначенням ділянок сигналів коливань в сукупності файлів. Вихідними даними для програми обробки результатів вимірювання є:

- файл з даними підвісних канатів, фрагмент якого наведено в табл. 1;

– сукупність послідовних файлів з записами результатів вимірювання з наступними даними: номер канату, температури арки, канату і ферми мосту, пароль доступу, частота опитування каналу SR , вектор прискорення канату.

Відповідно до логіки програми оператор призначає кількість файлів з записами результатів вимірювання після зчитування яких формується вектор прискорення канату (рис. 6) та встановлює часові координати початку і кінця вікна аналізу фрагменту S вектору коливань підвісного канату (рис. 7). За цими даними програма виконує швидке перетворення $C = \text{fft}(S)$, визначає частоти перших трьох максимумів амплітуд енергій коливань і будує амплітудно-частотну характеристику віконного фрагменту вектору коливань підвісного канату $E(v_i)$ (рис. 8), де:

$E(v_i) = |C_i|$ – поточні значення вектору енергій коливань;

SR – кількість опитувань каналу в секунду, Гц;

$v_i = i \frac{SR}{N}$ – поточні значення вектору частот коливань, Гц;

N – довжина вектору енергій коливань.

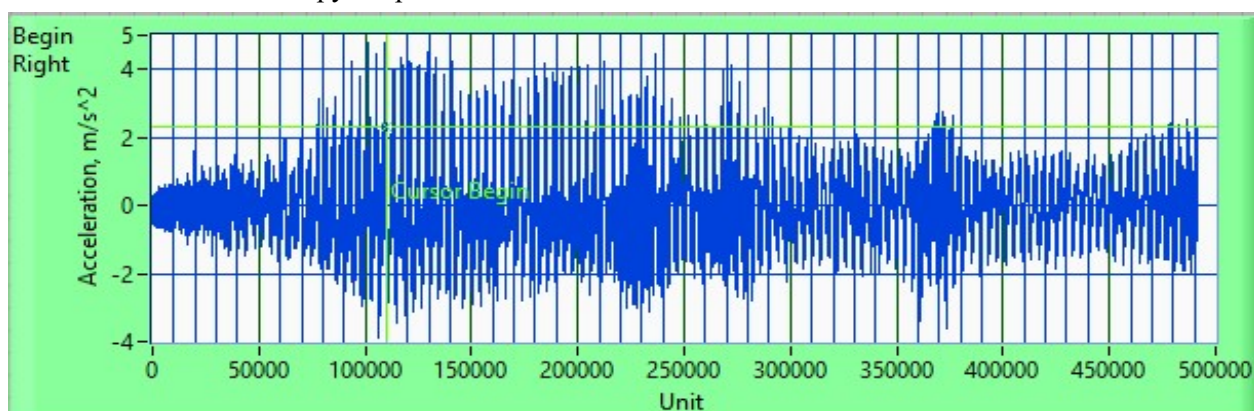


Рисунок 6 – Діаграма коливань підвісного канату

Figure 6 – Diagram of oscillations of a hanging rope

Для значень перших трьох максимумів амплітуд енергій коливань відповідно до залежностей (1), (2) та (3) розраховуються натяги канатів. За основу беруться натяги канатів, які визначені за частотами першої моди коливань. Значення натягів за частотами інших мод коливань використовуються для зіставлення і контролю.

Розроблене обладнання вимірювання натягів канатів за частотами власних коливань застосовано для приведення Аркового мосту в проектне положення шляхом покрокового натягування. За час приведення здійснено для 64 канатів мосту (чотири кутових канати з номерами 1 та 34 з обох сторін мосту за проектом на етапі монтажу металевої частини в роботу не включалися) три операції вимірювання при основному натягуванні, три операції вимірювання при регулюванні кутових канатів і три операції вимірювання при контролі загального стану мосту.

Після завершення операцій приведення прогонової будови Аркового мосту Подільського мостового переходу в проектне положення було виконано підсумкове вимірювання частот власних коливань підвісних канатів та проведені заключні розрахунки натягів підвісних канатів. Результати обробки вимірювання частот власних коливань та визначення відповідних натягів підвісних канатів для покращення сприйняття наведені у вигляді діаграми (рис. 9).

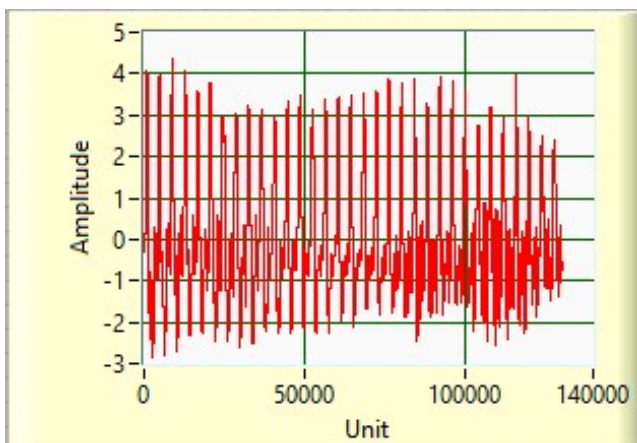


Рисунок 7 – Вікно фрагменту вектору коливань підвісного канату
Figure 7 – Window of a fragment of the suspension rope oscillation vector

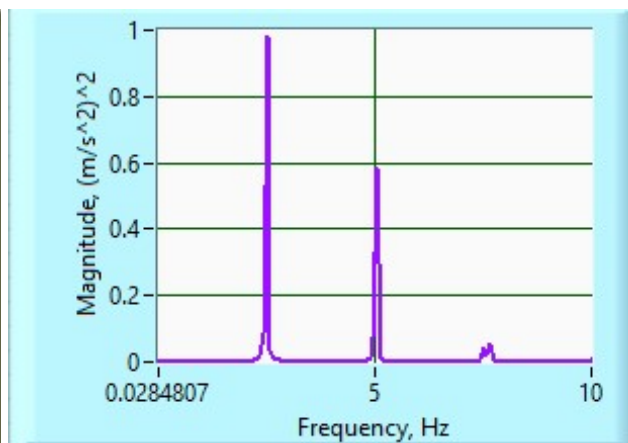


Рисунок 8 – Амплітудно-частотна характеристика віконного фрагменту вектору коливань підвісного канату
Figure 8 – Amplitude-frequency characteristic of the window fragment of the vector of vibrations of the hanging rope

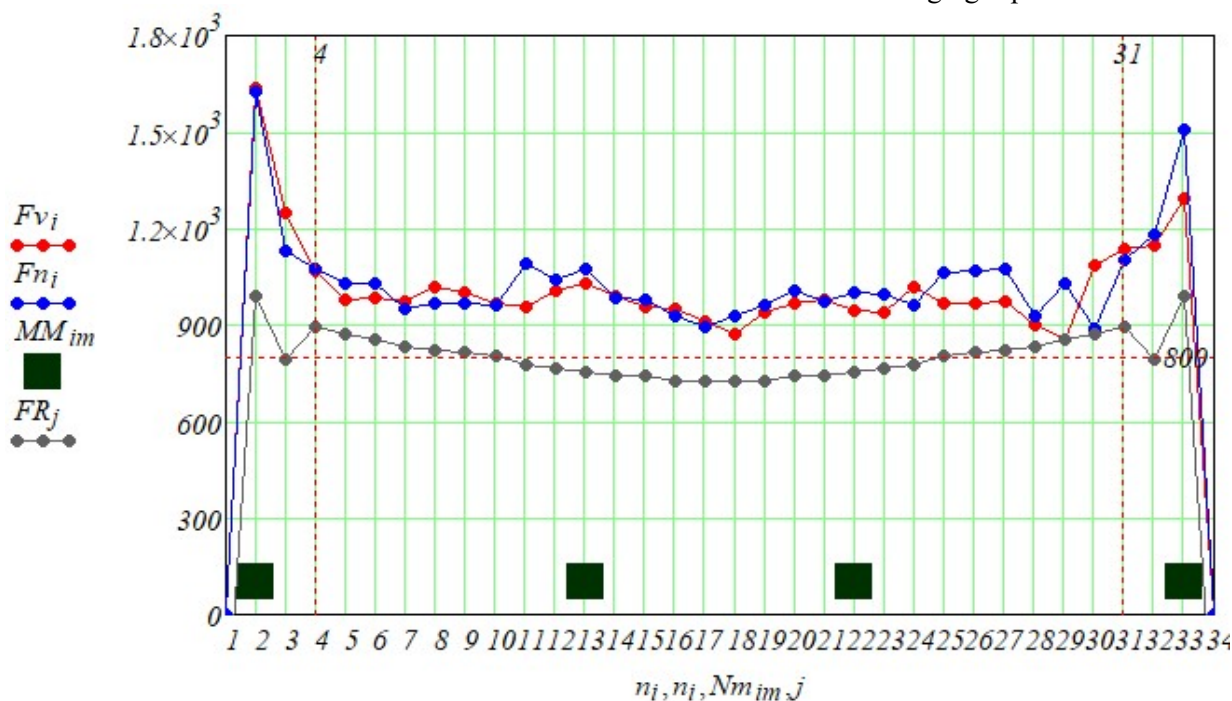


Рисунок 9 – Результати вимірювання натягів підвісних канатів
Figure 9 – The results of measuring the tension of hanging ropes

На діаграмі розташовано:

FR_j – нормативні значення зусилля в підвісних канатах при навантаженні вагою сталевих елементів конструкцій;

F_{v_j} – визначені натяги в підвісних канатах верхової сторони мосту;

F_{n_j} – визначені натяги в підвісних канатах верхової сторони мосту;

MM_{im} – місця розташування монтажних опор мосту;

j – номер канату починаючи від Труханова острова.

За результатами вимірювань визначено, що встановлені натяги підвісних канатів відповідають проектним вимогам ПМП АМ 37/24 КШ.О 3М1 «Подільський мостовий перехід через р. Дніпро в м. Києві. Міст через р. Дніпро. Робоча документація. Несучі конструкції арки канати підвіси» при навантаженні вагою сталевих елементів, а конструкція Аркового мосту рекомендується для подальших будівельних робіт.

Під час виконання циклу корегування натягів кутових підвісних канатів встановлені наступні конструктивні недоліки конструкції Аркового мосту Подільського мостового переходу:

- значна жорсткість кутових канатів за номерами 2 та 3 при їх незначній довжині призводить до суттєвої зміни натягів навіть при незначних переміщеннях (поворотах) регулюючих гайок;
- нахил кутових канатів (а також і всіх канатів, які розташовані з суттєвим нахилом відносно вертикального положення) призводить до значної зміни натягів при температурній деформації ферми (подовження та скорочення ферми при зміні температури навколишнього середовища).

Вказані недоліки суттєво ускладнюють регулювання натягів кутових підвісних канатів і призводять до уразливості всієї конструкції мосту при сезонній зміні температур.

Висновки

1. Розроблене обладнання та програмне забезпечення дозволили реалізувати технологію покрокового встановлення ферми Аркового мосту в проектне положення і забезпечили на третьому кроці формування натягів в підвісних канатах на рівні 100 тс. Як свідчать результати вимірювання натягів підвісних канатів Аркового мосту:

- встановлено факт відриву опорних поверхонь ферми від опорних частин монтажних опор. Натяги підвісних канатів в цілому відповідають проектним значенням, але кутові канати обох сторін мосту за номерами 2, 3, 4 та 33 мають перевищення проти проектних значень;
- мінімальне значення натягів складає 895 кН для канату номер 17 низової сторони. Максимальні значення натягів притаманні кутовим канатам обох сторін мосту з номерами 2 та 33 які сягають 1636 і 1626 та 1296 і 1509 кН.

2. Враховуючи достатньо високу точність таймера АЦП Advantech USB-5817 (роздільна здатність за частотою 12 розрядів/с, роздільна здатність за часом 50 пс) похибка визначення частоти коливань при вимірюванні частот до 100 Гц розробленого обладнання не перевищує 0,001 %. При використанні розробленого обладнання та програмного забезпечення для вимірювання натягів висячих мостів точність результатів обумовлюється непрямим методом таких вимірювань і зосереджується в призначенні залежностей для підсумкових розрахунків.

Перелік посилань

1. ДСТУ Б В.2.6-124:2010 (ГОСТ 22362-77, MOD) Конструкції залізобетонні. Методи вимірювання сили натягу арматури.
2. Инструкция по эксплуатации стальных канатов в угольной и сланцевой промышленности – М.: Недра, 1968. — 66 с.
3. Irvine H. M., Caughey T. K. The linear theory of free vibration of a suspended cable. // Proc., Royal Soc., London, England, Series A, Vol. 34I, 1974, p. 299–315.
4. Shinke T., Hironaka K., Zui H., Nishimura H. Practical formulas for estimation of cable tension by vibration method. // Proc. JSCE, 294, 1980, p. 25–34.
5. Shimada, T., Kimoto, K. and Narui, S. Study on estimating tension of tied hanger rope of suspension bridge by vibration method // Proc. JSCE, 404(I-11), 1989, p. 455–458.
6. Zui, H., Shinke T. and Namita Y.H. Practical formulas for estimation of cable tension by vibration method // Journal of Structural Engineering, ASCE, 122(6), 1996, pp. 651–656.
7. Byeong Hwa Kim, Taehyo Park, Hyunyang Shin, Tae-Yang Yoon A Comparative Study of the Tension Estimation Methods for Cable Supported Bridges // Steel Structures 7, 2007, p. 77–84.
8. Корнієв М. М. Сталеві мости: Теоретичний і практичний посібник з проектування. – У двох томах. – К.: Вид-во «Академпрес», 2010. – Т.1. – 532 с.
9. Корнієв М. М. Сталеві мости: Теоретичний і практичний посібник з проектування. – У двох томах. – К.: Вид-во «Академпрес», 2010. – Т.2. – 490 с.

DETERMINATION OF TENSIONS OF SUSPENDED ROPES OF THE BRIDGE BY FREQUENCY OF NATURAL OSCILLATIONS

Gameliak Igor P., Doctor of Technical Sciences, Professor, National Transport University, Head of the Airports Department, e-mail: gip65n@gmail.com tel. +380442807073, +380503524124, Ukraine, 01010, Kyiv, Omelyanovicha-Pavlenko str. 1, k. 344. <https://orcid.org/0000-0001-9246-7561>

Kriuchatov Sergii D., Technical Chief "PROXIS", director, Kyiv, Ukraine, e-mail: hook@proxis.ua, tel. +380674028273, <https://orcid.org/0000-0001-9250-692X>

Oksen Yevhen I., Doctor of Technical Sciences., Professor, State Enterprise «Research Institute of Building Structures» of Kyiv, Department of Research of the Technical Condition of Buildings and Structures in Hazardous Geological Processes, Leading Researcher, e-mail: eioksen@gmail.com, tel. +380506744778, Ukraine, 03162, Kyiv, Lesya Kurbasa Ave., bldg. 16, apt. 24. <https://orcid.org/0000-0003-1075-6840>

Abstract. The article deals with the issues of development and use of equipment for digital measurements of rope tension based on the frequency of free transverse oscillations. accurate measurement of rope tension is of practical importance. The relevance of this task for the national economy of Ukraine lies in the need to develop a simple and reliable method and equipment for quick and convenient measurement by construction engineers and operating engineers of rope tension in the construction industry. The practical significance of the work lies in the need to timely bring the span structure of the Arch Bridge of the Podilsky bridge crossing over the Dnipro River in Kyiv to the design position after the installation of metal structures with the transfer of the weight of the bridge truss to four main supports and 64 suspension cables with full unloading of four mounting supports for further arrangement of the bridge deck and completion of construction works.

The object of the research is the process of measuring the tension of suspension ropes from the own weight of the metal part of the bridge during bringing the truss of the Arch Bridge to the design position of the metal structural elements of the bridge.

The subject of the study is the determination of the impact of the combined movement of the upper attachment points (threaded cylindrical couplings) of 64 suspended ropes on the redistribution of the frequencies of natural oscillations and tensions in their contours.

The conducted research made it possible to develop specialized equipment for measuring and recording vibration signals of hanging ropes.

References

1. DSTU B V.2.6-124:2010 (HOST 22362-77, MOD) Konstruktsii zalizobetonni. Metody vymiriuvannia syly natiahu armatury. [in Ukrainian].
2. Ynstruktsiya po ekspluatatsyy stalnykh kanatov v uholnoi y slantsevoi promyshlennosti – M.: Nedra, 1968. – 66 s. [in Russian].
3. Irvine H. M., Caughey T. K. The linear theory of free vibration of a suspended cable. // Proc., Royal Soc., London, England, Series A, Vol. 34I, 1974, p. 299–315. [in English].
4. Shinke T., Hironaka K., Zui H., Nishimura H. Practical formulas for estimation of cable tension by vibration method. // Proc. JSCE, 294, 1980, p. 25–34. [in English].
5. Shimada, T., Kimoto, K. and Narui, S. Study on estimating tension of tied hanger rope of suspension bridge by vibration method // Proc. JSCE, 404(I-11), 1989, p. 455–458. [in English].
6. Zui, H., Shinke T. and Namita Y.H. Practical formulas for estimation of cable tension by vibration method // Journal of Structural Engineering, ASCE, 122(6), 1996, pp. 651–656. [in English].
7. Byeong Hwa Kim, Taehyo Park, Hyunyang Shin, Tae-Yang Yoon A Comparative Study of the Tension Estimation Methods for Cable Supported Bridges // Steel Structures 7, 2007, p. 77–84. [in English].
8. Korniiiev M. M. Stalevi mosty: Teoretychnyi i praktychnyi posibnyk z proektuvannia. – U dvokh tomakh. – K.: Vyd-vo «Akadempres», 2010. – T.1. – 532 s. [in Ukrainian].
9. Korniiiev M. M. Stalevi mosty: Teoretychnyi i praktychnyi posibnyk z proektuvannia. — U dvokh tomakh. – K.: Vyd-vo «Akadempres», 2010. – T.2. – 490 s. [in Ukrainian].