

УДК 621.022
UDC 621.022

DOI:10.33744/0365-8171-2023-114.1-151-159

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ПЛАНЕТАРНИХ ПЕРЕДАЧ ПРИВОДІВ ДОРОЖНИХ МАШИН ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ

PLANETARY GEARS DYNAMIC MODEL OF ROAD MACHINE DRIVES FOR CALCULATING FORCED VIBRATIONS



Варфоломеєв Юрій Михайлович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерії машин транспортного будівництва, Національний транспортний університет, м. Київ, Україна, e-mail: varfolomeev1947@gmail.com, тел.: +38 (096) 475 55 74

<https://orcid.org/0000-0001-5388-6624>



Левківський Сергій Анатолійович, старший викладач кафедри інженерії машин транспортного будівництва, Національний транспортний університет, м. Київ, Україна, e-mail: s.a.levkovsky@gmail.com, тел.: +38 (093) 605 72 20

<https://orcid.org/0000-0003-1515-4240>



Мороз Валентин Валентинович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерії машин транспортного будівництва, Національний транспортний університет, м. Київ, Україна, e-mail: frostvaliko@gmail.com, тел.: +38 (093) 679 42 38

<https://orcid.org/0000-0003-3000-4961>

Анотація. В роботі запропонована експериментальна методика для знаходження нерівномірності розподілу крутного моменту між шестернями планетарної передачі та в той же час розподілу навантаження вздовж зуба на основі п'яти датчиків навантаження на валу кожної планетарної шестерні.

Об'єкт дослідження – жорсткісні та інерційні параметри елементів планетарної передачі.

Мета дослідження полягає в створенні динамічної моделі планетарної передачі для розрахунку вимушених коливань, які викликані перемінними у часі зазорами – натягами, що виникають в зубчастих зачепленнях.

В роботі наводиться аналіз завдання для розробленої моделі та фактори, що ускладнюють її створення. Виділені рекомендації, що засновані на результатах проведених теоретичних досліджень. Такими рекомендаціями є необхідність обов'язкового виділення в моделі в якості окремих мас осей сателітів. Також кожен сателіт представлений в моделі окремою масою, яка включає в себе його момент інерції в обертальному русі та приведену до неї масу в поступальному русі разом з водилом. Всі з'єднання між рухомими та нерухомими масами представлені в моделі в вигляді безмасових пружних елементів з відповідними значеннями жорсткостей. Побудована математична модель, що аналітично зображує переміщення мас в запропонованій динамічній моделі. Модель складається з десяти неоднорідних диференційних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами.

Для перевірки адекватності отриманої моделі, визначені параметри жорсткості та інерції елементів планетарної передачі. Отримані результати вказують, що жорсткість пружних зв'язків між масами, які введені до математичної моделі, не відрізняються від реальних.

Проведені дослідження вказують на можливість використання даної математичної моделі для розрахунку вимушених коливань, які викликані перемінними у часі зазорами – натягами, що виникають в зубчастих зачепленнях.

Ключові слова: планетарний редуктор, коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження між сателітами, динамічна модель, вимушені коливання, поліноміальні моделі, адекватність.

Вступ

Постановка проблеми. Розрахунки планетарних передач на міцність мають свої особливості в порівнянні з загальними методиками розрахунків рядових зубчастих передач. Головною їх відмінною є необхідність урахування нерівномірності розподілу навантаження між сателітами при визначенні розрахункового моменту. В сучасних методиках розрахунку використовується коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження між сателітами, значення якого визначаються на підставі розрізаних досліджень, а силовий аналіз передач проводиться тільки у статиці. Слід зазначити, що переважна більшість планетарних передач у складі приводів різноманітних машин працює в умовах динаміки. Зважаючи на це, визначення сил в зачепленнях цих передач повинно здійснюватися в умовах динамічного або квазидинамічного навантаження. Теоретичне дослідження такого процесу можливе лише на підставі даних, отриманих в результаті рішення динамічної моделі.

Аналіз останніх досліджень. Серед існуючих моделей для дослідження динаміки планетарних передач можливо виділити три основні. Динамічна модель, яку запропонував доктор техн. наук, професор Вейц В.Л. [1] включає в себе масу центрального колеса з зовнішніми зубцями, одну приведену масу сателіта та безмасове водило. Вона призначена для розрахунку вільних коливань одноступеневого редуктора. За допомогою моделі, яка була розроблена під керівництвом доктора техн. наук Генкіна М.Д., також проводилися розрахунки власних частот тільки вже для двохступеневого редуктора [2]. Особливістю цієї моделі є те, що сателіт представлений двома масами: моментом інерції в обертальному русі навколо власної вісі та масою у поступальному русі разом з водилом. В кожній ступені маси трьох сателітів приведені до однієї відповідно для кожного виду руху. Ця динамічна модель описується системою одинадцяти лінійних однорідних диференційних рівнянь другого порядку. Також під керівництвом доктора техн. наук Айрапетова Е.Л. була створена динамічна модель [3] для розрахунків з використанням методу динамічної піддатливості. При цьому підході редуктор розділяється на прості підсистеми, наприклад, центральне колесо з зовнішніми зубцями, водило, сателіт, центральне колесо з внутрішніми зубцями, які поєднані пружними зв'язками. Коливання кожної підсистеми описується невеликою кількістю рівнянь. Загальне рішення системи отримується за допомогою рівнянь спільних деформацій. До того ж, в цій моделі центральне колесо з внутрішніми зубцями представлено як елемент з розподіленою масою. Доцільність такого зображення епіциклу має сенс лише в окремих випадках, коли співвідношення товщини його ободу та радіусу знаходиться в межах $\delta = 0,05 \cdot R$, а його з'єднання з корпусом здійснюється за допомогою пружних елементів. Тоді в тонкостінному кільці, яким по суті стає епіцикл, при роботі передачі можуть виникати специфічні форми коливань. Така модель була призначена для вивчення віброакустичних характеристик приводів.

На підставі зазначеного, можливо зробити висновок, що всі розглянуті дослідження були спрямовані на аналіз вільних коливань. Це робилося з метою запобігання виникненню резонансу в нових конструкціях редукторів. Відсутність наукових праць спрямованих на визначення сил в зачепленнях планетарних передач в умовах динамічного або квазідинамічного навантаження пояснюється не тільки складнощами розробки багатосателітної динамічної моделі, але і необхідністю математичного опису випадкових зазорів, що виникають в зачепленнях.

Мета роботи полягає в створенні динамічної моделі планетарної передачі для розрахунку вимушених коливань, які викликані перемінними у часі зазорами – натягами, що виникають в зубчастих зачепленнях.

Загальні положення

Основна частина. Оцінка рівня динамічної напруженості зачеплень зубчастих передач проводиться на підставі результатів динамічного розрахунку. Точність отриманих даних в значній мірі залежить від правильного вибору динамічної моделі. Будь-яка модель розглядає спрощення процесу і є заміною реального об'єкта його динамічною схематизацією. Вибір динамічної моделі є неоднозначним і залежить від поставленої мети динамічного аналізу. Створення моделі також передбачає прийняття деяких припущень, які дозволяють спростити математичні викладки та при цьому не вносять значних похибок у кінцевий результат.

В розглядуваних передачах центральне колесо з внутрішніми зубцями «*b*» запресоване в корпус або жорстко приєднане до нього за допомогою різьбового з'єднання. Така конструкція передачі дає підставу схематизувати всі маси як зосереджені.

Зміна жорсткості зачеплення через різну кількість зубців, що водночас знаходяться в контакті, може приводити до виникнення параметричного резонансу. При розробці нової передачі конструктори обов'язково проводять її перевірку на можливість прояви цього явища і у разі потреби здійснюють відстроювання конструкції зміною кінематичних параметрів. Це дозволяє не враховувати зміну жорсткостей і розглядати майбутню модель як систему з постійними параметрами.

Дисипативні властивості передачі суттєво впливають на динамічні характеристики лише в зоні резонансу. Вивчення резонансних явищ не є метою даної роботи. Тому динамічну систему розглядуваних планетарних передач будемо вважати за консервативну.

Головним завданням моделі, що розробляється, є можливість отримувати амплітуди пружних коливань усіх мас редуктора, що спричинені внутрішніми збурюючими силами, які викликані проявом зазорів – натягів в зубчастих зачепленнях.

Основними факторами, що ускладнюють створення такої моделі є багатопоточність редуктора, складний рух окремих його деталей, значна кількість мас.

Результати проведених теоретичних досліджень вказують на необхідність обов'язкового виділення в моделі в якості окремих мас осей сателітів. Хоча такий крок не відповідає загальним рекомендаціям по розробці динамічних моделей через те, що вони мають дуже малі маси, він забезпечує відображення в моделі кінематичних зв'язків між деталями при складному русі. Всі інші рухомі деталі передачі також схематизовані окремими масами.

Кожен сателіт передачі (рис. 1) представлений в моделі окремою масою, яка включає в себе його момент інерції в обертальному русі та приведену до неї масу в поступальному русі разом з водилом.

Всі з'єднання між рухомими та нерухомими масами представлені в моделі в вигляді безмасових пружних елементів з відповідними значеннями жорсткостей. Таким чином, планетарна передача, з'єднана на вході з масою, наприклад, двигуна, а на виході – з робочим органом машини, схематизується 10 – масовою динамічною моделлю, зображену на рис. 2.

В моделі прийняті такі позначення мас та жорсткостей:

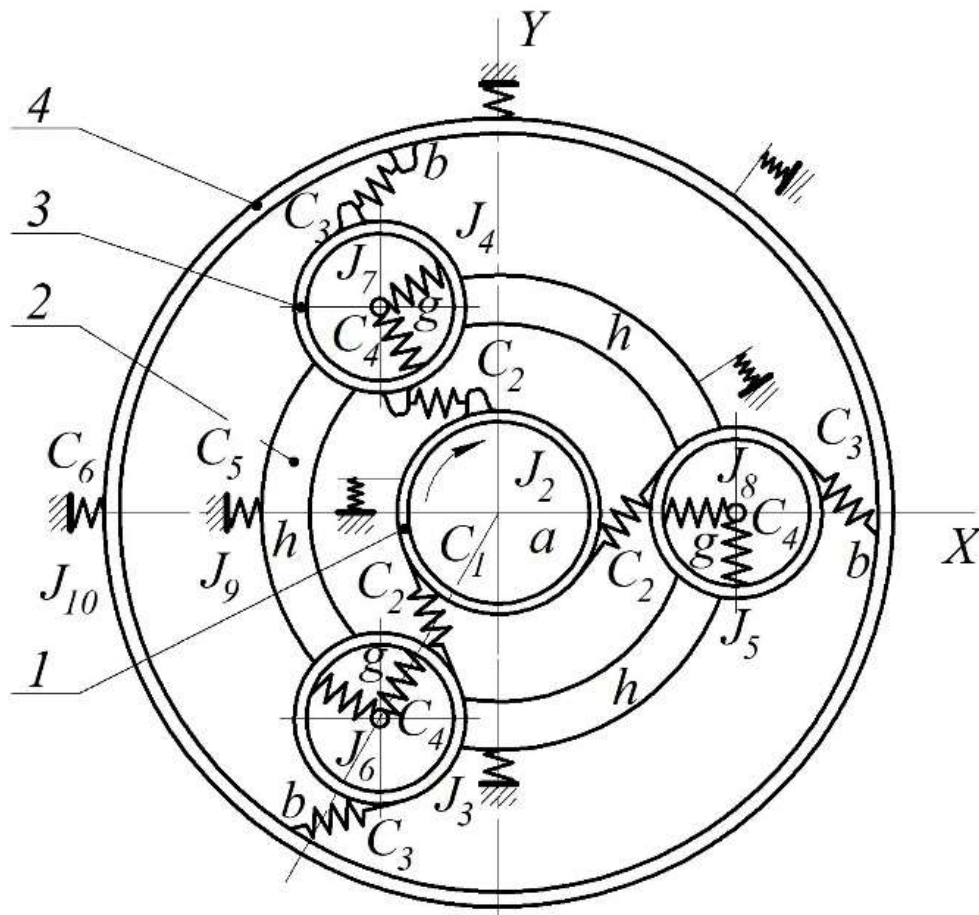
J_1 – момент інерції маси двигуна;

J_2 – момент інерції центрального колеса «*a*» з зовнішніми зубцями;

J_3, J_4, J_5 – моменти інерції сателітів «*g*» в обертальному русі та приведені до них маси у поступальному русі разом з водилом «*h*»;

J_6, J_7, J_8 – моменти інерції мас осей сателітів;

- J_9 – момент інерції водила « h »;
 J_{10} – момент інерції маси, приєднаної до вихідного вала передачі;
 C_1 – жорсткість вхідного вала передачі;
 C_2 – жорсткість зубчастого зачеплення « $a - g$ »;
 C_3 – жорсткість зубчастого зачеплення « $g - b$ »;
 C_4 – жорсткість встановлення сателіта у водилі « h »;
 C_5 – жорсткість водила « h »;
 C_6 – жорсткість з'єднання передачі з робочим органом.



1 – сонячна шестерня; 2 – водило; 3 – сателіти; 4 – епіцикл
 1 – sun gear; 2 – carrier; 3 – satellites; 4 – epicycle

Рисунок 1 – Розрахункова модель планетарної передачі:
 Figure 1 – Calculation model of planetary gear:

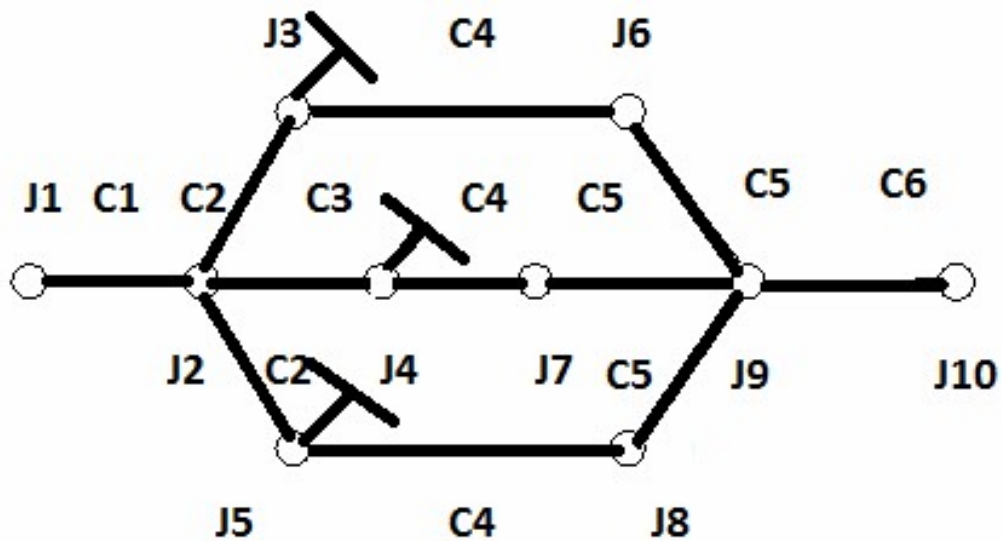


Рисунок 2 – Схема динамічної моделі планетарної передачі
 Figure 2 – Scheme of the dynamic model of the planetary gears

Математична модель, що аналітично зображує переміщення мас в запропонованій динамічній моделі, складається з десяти неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами.

$$\begin{aligned}
 J_1 \ddot{\phi}_1 + C_1 (\phi_1 - \phi_2) &= T_d; \\
 J_2 \ddot{\phi}_2 - C_1 (\phi_1 - \phi_2) + C_2 (\phi_2 - \phi_3) + C_2 (\phi_2 - \phi_4) + C_2 (\phi_2 - \phi_5) &= -C_\epsilon (\Delta\phi_3 + \Delta\phi_4 + \Delta\phi_5); \\
 J_3 \ddot{\phi}_3 - C_2 (\phi_2 - \phi_3) - C_3 \phi_3 + C_4 (\phi_3 - \phi_6) &= -C_\epsilon \Delta\phi_3; \\
 J_4 \ddot{\phi}_4 - C_2 (\phi_2 - \phi_4) - C_3 \phi_4 + C_4 (\phi_4 - \phi_7) &= -C_\epsilon \Delta\phi_4; \\
 J_5 \ddot{\phi}_5 - C_2 (\phi_2 - \phi_5) - C_3 \phi_5 + C_4 (\phi_5 - \phi_8) &= -C_\epsilon \Delta\phi_5; \\
 J_6 \ddot{\phi}_6 - C_4 (\phi_3 - \phi_6) + C_5 (\phi_6 - \phi_9) &= 0; \\
 J_7 \ddot{\phi}_7 - C_4 (\phi_4 - \phi_7) + C_5 (\phi_7 - \phi_9) &= 0; \\
 J_8 \ddot{\phi}_8 - C_4 (\phi_5 - \phi_8) + C_5 (\phi_8 - \phi_9) &= 0; \\
 J_9 \ddot{\phi}_9 - C_5 (\phi_6 - \phi_9) - C_5 (\phi_7 - \phi_9) - C_5 (\phi_8 - \phi_9) - C_6 (\phi_9 - \phi_{10}) &= 0; \\
 J_{10} \ddot{\phi}_{10} - C_6 (\phi_9 - \phi_{10}) &= -T_o,
 \end{aligned}$$

де ϕ_i – пружні крутні деформації відповідних мас динамічної моделі;

$\Delta\phi_3, \Delta\phi_4, \Delta\phi_5$ – додаткові переміщення мас сателітів, що викликані проявом зазорів – натягів в зубчастих зачепленнях «а – g»;

T_d – крутний момент двигуна;

T_o – крутний момент на робочому органі;

C_ϵ – приведена жорсткість планетарної передачі.

Значення амплітуд вимушених коливань мас динамічної системи, які визначаються шляхом рішення математичної моделі, будуть близькими до значень амплітуд коливань мас реального об'єкта тільки у випадку, коли значення жорсткості пружних зв'язків між масами, які введені до математичної моделі, не будуть значно відрізнятися від реальних. В іншому випадку, отримані рішення можуть

відрізнятися від показників реального фізичного процесу навіть на порядок. Тому визначення жорсткісних параметрів моделі є досить відповідальною та ще й складною задачею. Для визначення жорсткостей широко використовують дані, які отримані за результатами дослідів. Тому в формулах присутні емпіричні коефіцієнти. Необхідно відзначити, що коли існує можливість експериментального визначення жорсткості дослідного зразка, то слід цією нагодою скористатися. Це дозволить проконтролювати теоретичні дані та підвищити точність розрахунку.

В планетарному редукторі основними деталями, які передають крутний момент є зубчасті колеса. Жорсткість зубчастих зачеплень є значно більшою за жорсткості інших деталей редуктора. Розрахунок жорсткості здійснюють за допомогою теорії пружності. Зубчасте колесо є пружною системою, жорсткість якої залежить від його конструкції. При розгляді розрахункової схеми вважають, що зуб – це консольна балка, а частина ободу колеса, що безпосередньо межує з зубцем, є частиною диску, що деформується. Тоді жорсткість пари зубців, за умови контакту на початку лінії зачеплення, може бути описана приблизною залежністю:

$$C_{\Sigma t} = \frac{I}{\frac{I}{C_t} + K_{осн.сат.} + K_{осн.шест.}}, \quad (1)$$

де C_t – жорсткість пари прямих зубців без урахування пружної основи;

$K_{осн.сат.}$ – переміщення точки контакту у напрямку лінії зачеплення, за умови деформації ободу сателіта навантаженням, що дорівнює $10^3 \frac{H}{M}$;

$K_{осн.шест.}$ – переміщення точки контакту у напрямку лінії зачеплення, за умови деформації ободу шестерні навантаженням, що дорівнює $10^3 \frac{H}{M}$.

На підставі експериментальних даних для визначення жорсткості пари прямих зубців зовнішнього зачеплення була запропонована формула:

$$C_t = \frac{E}{13} \cdot \left[1 - 0,27(h - 1,25)^2 \right], \quad (2)$$

де E – модуль пружності.

Тоді в полюсі зачеплення ($h=1,25$) жорсткість пари прямих зубців зовнішнього зачеплення дорівнює $C_t = 1,54 \cdot 10^4 \text{ МПа}$. Жорсткість внутрішнього зачеплення рекомендовано приймати $C_t = 1,63 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Значення питомих пружних переміщень $K_{осн.сат.}$ та $K_{осн.шест.}$ призначаються в залежності від конструктивних параметрів коліс та матеріалу, з яких вони виготовлені. Для редуктору, що розглядається:

$$C_{3.3.} = \frac{C_{\Sigma t}}{\cos a_w} = 1,34 \cdot 10^6 \frac{H}{M}.$$

Крутильна жорсткість зачеплення «а – g»

$$C_2 = C_{3.3.} \cdot r_a^2, \quad (3)$$

де r_a – радіус центрального колеса «а».

$$C_2 = 3,02 \cdot 10^4 \frac{H \cdot m}{рад}$$

Жорсткість зубчастого зачеплення сателіту з центральним колесом внутрішнього зачеплення «b» визначається як і у попередньому випадку. Тільки необхідно цю крутильну жорсткість привести до вхідного валу редуктора.

$$C_3 = \frac{C_{з.кр.}}{i_{a-g}^2}, \tag{4}$$

де $C_{з.кр.}$ – значення крутильної жорсткості зачеплення «g – b»;
 i_{a-g} – передаточне число.

$$C_3 = 3,04 \cdot 10^4 \frac{H \cdot m}{рад}$$

Водило планетарної передачі є деталлю досить складної форми, тому визначення її деформації є також непростим завданням. Під дією подвійної колової сили відбувається не тільки крутильна деформація, але і депланація щік водила. Варіант вирішення цієї задачі наведений в [2]. З урахуванням цих рекомендацій деформація водила становить $e_h = 0,24 \cdot 10^{-8} \frac{H}{м}$.

Для перевірки працездатності моделі було отримано її тестове вирішення для параметрів, що наведені в табл. 1 та табл. 2.

Таблиця 1 – Жорсткісні параметри запропонованої моделі планетарної передачі
Table 1 – Stiffness parameters of the proposed planetary gear model

№	Назва жорсткості пружного зв'язку	Позначення жорсткості моделі	Числове значення жорсткості, $\frac{H \cdot m}{рад} \cdot 10^4$
1	Жорсткість вхідного валу	C_1	3,6
2	Жорсткість зачеплення «a – g»	C_2	3,02
3	Жорсткість зачеплення «g – b»	C_3	3,04
4	Жорсткість встановлення сателіта у водилі	C_4	0,4
5	Жорсткість водила «h»	C_5	2,5
6	Жорсткість вихідного валу	C_6	0,52

Таблиця 2 – Інерційні параметри запропонованої моделі планетарної передачі
Table 1 – Inertial parameters of the proposed planetary gear model

№	Назва інерційного параметра	Позначення маси в моделі	Числове значення моменту інерції, $H \cdot m \cdot c^2 \cdot 10^{-3}$
1	Момент інерції маси двигуна	J_1	3,83
2	Момент інерції центрального колеса «a»	J_2	0,79
3	Моменти інерції сателітів «g»	$J_3 = J_4 = J_5$	1,5
4	Моменти інерції мас вісей сателітів	$J_6 = J_7 = J_8$	0,11
5	Момент інерції водила «h»	J_9	2,82
6	Момент інерції на вихідному валу	J_{10}	5,0

Висновки

Отримані в результаті розрахунків до математичної моделі жорсткісні та інерційні параметри планетарної передачі близькі до значень реального редуктора. Це підтверджує працездатність розробленої динамічної моделі. Значення амплітуд вимушених коливань мас динамічної системи, які визначаються шляхом рішення математичної моделі, будуть близькими до значень амплітуд коливань мас реальної передачі.

Як показують проведені дослідження, математична модель аналітично зображує переміщення мас в запропонованій динамічній моделі і адекватно описується неоднорідними диференціальними рівняннями другого порядку з постійними коефіцієнтами.

Перелік посилань

1. Підвищення технічного рівня планетарних редукторів загального призначення. / Тютін В.М., Левківський С.А. // LXXVI Наукова-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету – К., НТУ 2020. С. 16.
2. Building a model for calculating free vibrations of planetary gears. / Tyutin V. M., Levkivsky S. A., Levkivska L. V. // The 7th International scientific and practical conference “World science: problems, prospects and innovations” (March 24-26, 2021) Perfect Publishing, Toronto, Canada. 2021. P.162-170.
3. Статистичний аналіз результатів експериментального дослідження планетарного редуктора з використанням методу бутстреп. / Тютін В.М., Мороз В.В., Левківський С.А. // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник – К.: НТУ. – 2021. – Вип.51. – Ч.1. – С.373-381.
4. Динамічна модель планетарних передач для дослідження вільних коливань. // Варфоломеев Ю.М., Левківський С.А. // Міжнародна науково-практична конференція «Розбудова і відновлення машинобудівного комплексу України» - Х.: ХНАДУ 2023, С. 71-73.

PLANETARY GEARS DYNAMIC MODEL OF ROAD MACHINE DRIVES FOR CALCULATING FORCED VIBRATIONS

Varfolomeev Yuriy M., National Transport University, Associate Professor, Department of Machine Engineering for Transport Construction Machines, e-mail: varfolomeev1947@gmail.com, tel.: +38 (096) 475 55 74, <https://orcid.org/0000-0001-5388-6624>

Levkivskiy Sergii A., National Transport University, Senior Lecturer, Department of Machine Engineering for Transport Construction Machines, e-mail: s.a.levkovsky@gmail.com, tel.: +38 (093) 605 72 20, <https://orcid.org/0000-0003-1515-4240>

Moroz Valentyn V., National Transport University, Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Department of Machine Engineering for Transport Construction Machines, e-mail: frostvaliko@gmail.com, tel.: +38 (093) 679 42 38, <https://orcid.org/0000-0003-3000-4961>

Abstract. The paper proposes an experimental technique for finding the uneven distribution of torque between the gears of a planetary gear and, at the same time, the distribution of the load along the tooth based on five load sensors on the shaft of each planetary gear.

The object of study is the rigidity and inertial parameters of the planetary gear elements.

The purpose of the study is to create a dynamic model of a planetary gear to calculate forced vibrations caused by time-varying gaps - tensions arising in gears.

The paper provides an analysis of the problem for the developed model and factors that complicate its creation. Recommendations based on the results of theoretical studies are highlighted. Such recommendations necessitate the obligatory identification of the satellite axes in the model as separate masses. Also, each satellite is represented in the model by a separate mass, which includes its moment of inertia in rotational motion and the mass reduced to it in translational motion together with the carrier. All connections between moving and stationary masses are represented in the model in the form of elastic massless elements with corresponding stiffness values. A mathematical model has been constructed that analytically depicts the movement of masses

in the proposed dynamic model. The model consists of ten inhomogeneous second-order differential equations with constant coefficients.

To check the adequacy of the resulting model, the parameters of rigidity and inertia of the planetary gear elements were determined. The results obtained indicate that the rigidity of elastic connections between the masses introduced into the mathematical model does not differ from the real ones.

The conducted studies indicate the possibility of using this mathematical model to calculate forced vibrations caused by time-varying gaps - tensions arising in gears.

Key words: planetary gearbox, coefficient of uneven distribution of loading between satellites, dynamic model, forced vibrations, polynomial models, adequacy.

References

1. Pidvyshchennya tekhnichnoho rivnya planetarnykh reduktoriv zahal'noho pryznachennya. (Increasing the technical level of general-purpose planetary gearboxes) / Tyutin V.M., Levkivs'kyi S.A. // LXXVI Naukova-praktychna konferentsiya naukovo-pedahohichnykh pratsivnykiv, aspirantiv, studentiv ta strukturnykh pidrozdiliv universytetu – K.: NTU 2020. S. 16.
2. Building a model for calculating free vibrations of planetary gears. / Tyutin V. M., Levkivsky S. A., Levkivska L. V. // The 7th International scientific and practical conference “World science: problems, prospects and innovations” (March 24-26, 2021) Perfect Publishing, Toronto, Canada. 2021. R.162-170.
3. Statystychnyy analiz rezul'tativ eksperymental'noho doslidzhennya planetarnoho reduktora z vykorystanniam metodu but-strep. (Statistical analysis of the results of the experimental study of the planetary gearbox using the bootstrap method) / Tyutin V.M., Moroz V.V., Levkivs'kyi S.A. // Visnyk Natsional'noho transportnoho universytetu. Seriya «Tekhnichni nauky». Naukovo-tekhnichnyy zbirnyk – K.: NTU. – 2021. – Vyp.51. –CH.1. – S.373-381.
4. Dynamichna model' planetarnykh peredach dlya doslidzhennya vil'nykh kolyvan'. (Dynamic model of planetary gears for the study of free oscillations) // Varfolomyeyev YU.M., Levkivs'kyi S.A. // Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiya «Rozbudova i vidnovlennya mashynobudivnoho kompleksu Ukrainy» - KH.: KHNADU 2023, S. 71-73.

Дата надходження до редакції 09.10.2023.