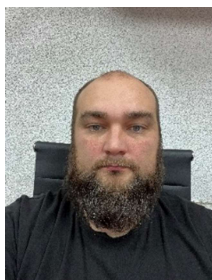


**КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОГО ПОТОКУ ПІДЛЮГОВИХ
КОНСТРУКЦІЙ ПО ҐРУНТУ БУДІВЕЛЬ ЛОГІСТИЧНОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ**

**COMPUTER MODELING OF HEAT FLOW IN FLOOR STRUCTURES ON THE
GROUND OF LOGISTICS INFRASTRUCTURE BUILDINGS**



Кулінко Євген Олександрович, асистент кафедри теплотехніки, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна,
e-mail: kulinko.ieo@knuba.edu.ua, тел. +380993254951.

<https://orcid.org/0000-0002-8834-3600>



Погосов Олександр Григорович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри теплотехніки, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна,
e-mail: pohosov.oh@knuba.edu.ua, тел. +380977883483.

<https://orcid.org/0000-0003-2158-8897>



Пасічник Павло Олександрович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри теплотехніки, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна,
e-mail: pasichnyk.po@knuba.edu.ua, тел. +380953328242.

<https://orcid.org/0000-0001-8499-6949>



Габа Крістіна Олексіївна, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри теплотехніки, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна,
e-mail: tsykal.ko@knuba.edu.ua, тел. +380973344028.

<https://orcid.org/0000-0003-2201-1408>



Пашкова Лариса Володимирівна, старший викладач кафедри теплотехніки, Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна,
e-mail: pashkova.lv@knuba.edu.ua, тел. +380500212320.

<https://orcid.org/0009-0001-2056-6090>

Анотація: Метою роботи є розробка комп'ютерної моделі теплового потоку підлоги по ґрунту з урахуванням радіогенного потоку землі для оцінки енергоефективності будівельних конструкцій. Як об'єкт моделювання розглядається прямокутна бетонна плита підлоги, розміщена на ґрунті, з можливим периметральним утепленням смугою утеплювача, де враховуються теплопровідність матеріалів, температура внутрішнього повітря та ґрунту, а також стаціонарний двовимірний процес теплопередачі. Було проаналізовано існуючі підходи до утеплення підлог на ґрунті згідно з українськими та європейськими нормативами, а також запропоновано принципи чисельного моделювання з використанням методу скінченних різниць та ітераційного розв'язання для рівняння теплопровідності з змінними коефіцієнтами. Поставлена мета досягається шляхом розв'язання задач моделювання поля температур у плиті, утеплювачі та ґрунті з урахуванням граничних умов, геометрії будівлі та теплотехнічних характеристик матеріалів, що дозволяє оцінювати трансмісійні тепловтрати для різних ширини утеплення. Для зручного застосування запропонованої моделі на практиці слід вводити додаткові параметри, які уможливають облік різних типів ґрунтів, товщини утеплювача та економічної доцільності заходів, з обов'язковим врахуванням нормативних вимог до енергоефективності будівель логістичної інфраструктури. Найважливішими результатами є розроблена 2D-модель теплопередачі, яка підтверджує концентрацію тепловтрат у крайових зонах підлоги та демонструє зниження втрат на 20-25% при периметральному утепленні шириною 2-3 м, а також співвідносність з інженерними методиками за ДСТУ EN ISO 13370:2022 та ДСТУ 9190:2022. Значимість отриманих результатів полягає в тому, що застосування запропонованої методики дозволяє не лише оптимізувати утеплення для будівель з великими площами підлог на ґрунті, підвищити енергоефективність та зменшити енергоспоживання, але й слугувати основою для оновлення нормативних стандартів, особливо при реконструкції існуючих об'єктів.

Ключові слова: теплопровідність, підлога на ґрунті, теплоізоляція; крайова зона, периметральне утеплення, чисельне моделювання, метод скінченних різниць, енергоефективність, будівлі логістичної інфраструктури.

Вступ. При розробці теплової оболонки будівлі всі зовнішні огорожувальні конструкції мають бути утеплені з метою досягнення як енергетичних показників споживання енергії внутрішніми інженерними системами будівлі для досягнення бажаного класу енергоефективності будівлі [1] так і забезпечення комфортних умов для перебування людини біля внутрішніх поверхонь зовнішніх огорожувальних конструкцій [2]. Згідно українських нормативів [2, 3] проектування огорожувальних конструкцій направлення на досягнення мінімально допустимого опору теплопередачі [2] та мінімізації впливу містків холоду. Існують різні підходи для досягнення енергоефективності будівлі [4] це і мінімізація обсягу трансмісійних втрат теплоти, тобто збільшення товщини теплової ізоляції та автоматизація інженерних систем будівлі із повним чи частковим застосуванням альтернативних та відновлювальних джерел енергії, наприклад теплопостачання від теплових насосів [5]. Дуже часто із врахуванням попереднього досвіду проектування відбувається нехтування утепленням конструкцій, що контактують із ґрунтом. Наприклад, європейський підхід пропонує користуватися правилом «маркера», що вимагає нерозривності контуру утеплення на всіх поверхнях будівлі, що контактують із навколишнім середовищем, в тому числі із ґрунтом, а не лише із зовнішнім повітрям. Якщо для житлових будівель із підлогою на ґрунті не виникає питань в необхідності утеплення, то для громадських такі процеси супроводжуються дискусіями стосовно доцільності таких заходів. Для великих торговельних центрів де досить великі площі підлог на ґрунті виникає питання економічної доцільності утеплення всієї площини підлоги, що вимагається [3] як обов'язкова умова і обсязі не менше 50 мм утеплювача. Про те при достатньо великих площах та геометричних параметрах ширини та довжини підлогових покриттів, що характерним елементом логістичних будівель транспортної інфраструктури (як-то складів матеріалів, центрів логістики, перевалочних пунктів) необхідно проаналізувати утеплення лише периметральних зон підлог, як зображено на рисунку 1, через які відбуваються найбільші обсяги трансмісійних тепловтрат.

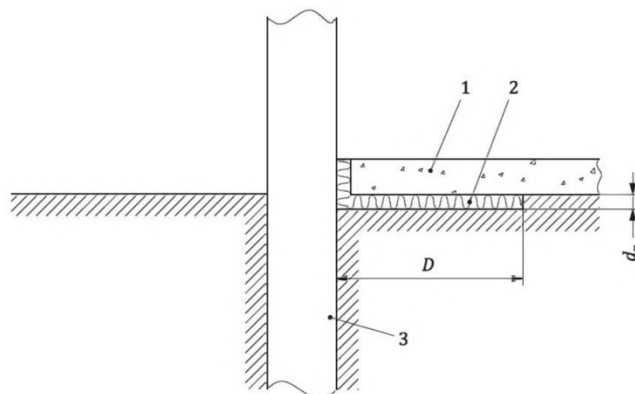


Рисунок 1 – Схема утеплення крайової зони підлоги на ґрунті [6, 7]

1- шар підлоги; 2 – горизонтальне теплоізолювання; 3 – стіна фундаменту; d_n – товщина утеплювача; D – ширина утеплення

Figure 1 – Scheme of edge-zone insulation of a floor on the ground [6, 7]

1 – floor layer; 2 – horizontal thermal insulation; 3 – foundation wall; d_n – thickness of insulation; D – width of insulation.

Виклад основного матеріалу. Об'єктом моделі є підлога по ґрунту будівлі у вигляді прямокутної бетонної плити розмірами X_1 та X_2 у плані та товщиною D_{bet} мм. Плита розміщена безпосередньо на ґрунті, рівень підлоги співпадає з рівнем ґрунту. По периметру плити на ширину L_{ins} утеплено смугою із пінополіуретану товщиною D_{ins} , яка власне розміщена під бетонною плитою (між бетоном та ґрунтом). Таким чином, центральна неутеплена частина плити має розміри $(X_1 - 2 \cdot L_{ins}) \times (X_2 - 2 \cdot L_{ins})$, де тепло передається безпосередньо через бетон до ґрунту, а в периметральних зонах – через бетон та утеплювач відповідно.

Температура повітря всередині будівлі (верхньої поверхні плити) приймається постійною $T_{in} = 20$ °С. Температура ґрунту на глибині 10 м приймається для спрощення рівною 10 °С [8, 9]. Теплопровідність ґрунту очевидно (λ , Вт/м·К) значно залежить від типу ґрунту, вологості, щільності та інших факторів, таких як температура та стан. Нижче наведено таблицю 1 з типовими числовими значеннями.

Таблиця 1 – Показники теплопровідності для деяких типів ґрунтів

Table 1 – Thermal Conductivity Indicators for Some Types of Soils

Тип ґрунту	Сухий стан (Вт/м·К)	Насичений/вологий стан (Вт/м·К)	Джерело даних
Пісок (sand)	0.3–0.4 (мін. 0.3, макс. 0.9)	1.4–2.4 (насичений: 2.0–3.0)	[10]
Гравій (gravel)	0.4 (мін. 0.4, макс. 0.9)	1.6–2.5 (насичений: 1.8)	[10]
Глина/мул (clay/silt)	0.4–0.5 (мін. 0.4, макс. 1.0)	1.1–3.1 (насичений: 1.8)	[10, 11]
Суглинок/дерновий (till/loam)	немає даних	1.1–2.9 (типове: 2.4)	[10]
Торф (peat)	0.05–0.2	0.4–0.7 (насичений: 0.55; незмерзлий: 0.25–0.6)	[10, 12]
Піщані ґрунти (sandy soils)	0.25–0.6	0.7–2.0	[11]
Глинисті ґрунти (clayey soils)	0.25–0.6	0.55–1.15	[12]

Таким чином загальний діапазон для більшості ґрунтів становить $0,15 \div 2,5$ Вт/м·К у природному стані. В моделі прийнято значення 1 Вт/м·К.

Процес теплопередачі представимо як стаціонарний та двовимірний (враховуємо бічний потік тепла в плиті через різницю в термічному опорі в центрі та по периметру). Спрощуємо модель, виключаючи з моделі конвекцію повітря та вважаючи плиту тонкою порівняно з горизонтальними розмірами, але враховуючи 2D-ефект в перерізі (наприклад, по осі x-z, де x - горизонтальний напрямок, z - вертикальний через товщину плити). Припускаємо, що в напрямку X_2 модель безкінечна, тому розглядаємо двовимірну задачу.

При комп'ютерному моделюванні теплопровідність бетону λ_{bet} приймається відповідною типовій (2,04 Вт/(м·К)). Теплопровідність утеплювача λ_{ins} - як для пінополіуретану (0,025 Вт/(м·К)).

Модель повинна враховувати вплив ґрунту, представляючи його як напівпростір з теплопровідністю λ_{soil} (типове значення для ґрунту як описано вище – 1 Вт/(м·К)). Ґрунт оточує плиту знизу та з боків. Рівень поверхні ґрунту співпадає з рівнем верхньої відмітки плити. Поверхня ґрунту поза будівлею приймається рівною T_{out} .

Координатна система: $z = 0$ — верхня поверхня плити та поверхня ґрунту поза будівлею, z – інвертована та збільшується вниз; $x = 0$ — центр плити (симетрія), $x = X_1/2$ — край плити. Модель – дзеркальна.

Модель визначена на проміжках:

- Бетонна плита: $0 \leq x \leq X_1/2$, $0 \leq z \leq D_{bet}$, $\lambda = \lambda_{bet}$.
- Утеплювач: $(X_1/2 - L_{ins}) \leq x \leq X_1/2$, $D_{bet} \leq z \leq D_{bet} + D_{ins}$, $\lambda = \lambda_{ins}$.
- Ґрунт: $0 \leq x \leq X_{max}$ ($X_{max} \gg X_1/2$), $z \geq 0$ (з виключенням областей плити та утеплювача), $\lambda = \lambda_{soil}$. В комп'ютерній моделі приймається $X_{max} = 10-20$ м, $Z_{max} = 10-20$ м.

Рівняння для стаціонарної теплопровідності з змінною теплопровідністю в усіх областях описується наступним чином [13]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

де $\lambda(x, z)$ - теплопровідність матеріалу залежно від області (λ_{bet} , λ_{ins} або λ_{soil}).

Граничні умови представимо наступним чином:

- На верхній поверхні ($z = 0$): $0 \leq x \leq X_1/2$: $T = T_{in} = 20$ °С (температура в приміщенні); $x > X_1/2$: $T = T_{out} = -22$ °С (поверхня ґрунту поза будівлею).
- На великій глибині ($z = Z_{max}$): $T = T_{out}$ (стабільна температура ґрунту, приймаємо для моделі 10 °С).
- На великій горизонтальній відстані ($x = X_{max}$): $T = T_{out}$.
- Симетрія при $x = 0$: $\partial T / \partial x = 0$ (адіабатний процес для зменшення геометричних розмірів моделі).

Застосовуємо метод скінченних різниць (finite difference method), а саме його різновид – метод скінченних різниць з ітераційним розв'язком (Successive Over-Relaxation) [14] для рівняння $\nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0$. Дискретизуємо рівняння на сітці (наприклад, $n_x \times n_z = 100 \times 200$ точок), отримавши при цьому систему лінійних рівнянь $AT = b$, де T — вектор температур у вузлах сітки. Розв'язок $T = A^{-1} b$ отримуємо чисельно (код для середовища SciLAB 2025.1.0 наведено в додатку до статті).

Для прикладу приймаємо числові значення: $X_1 = X_2 = 10$ м (площа 100 м²), $D_{bet} = D_{ins} = 0,1$ м, $L_{ins} = 1$ м, $\lambda_{bet} = 1,4$ Вт/(м·К), $\lambda_{ins} = 0,025$ Вт/(м·К), $\lambda_{soil} = 1,0$ Вт/(м·К).

Чисельний розв'язок дає поле температур $T(x, z)$. А загальна тепловтрата Q обчислюється очевидно як інтеграл потоку тепла на верхній поверхні плити:

$$Q = \int_0^{0.5X} \left(-\lambda_{bet} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} \right) dx \cdot 2 \cdot X_2 \quad (2)$$

де множник 2 враховує повну ширину, множник X_2 – довжину плити в перпендикулярному напрямку моделі.

Для довільних значень параметрів модель можна перерахувати чисельно. Для перевірки роботи комп'ютерної моделі можна провести інженерний розрахунок, використовуючи апробовані емпіричні формули [6, 7]. Розрахунки по наведеній інженерній методиці дають схожі результати до комп'ютерної моделі (Таблиця 2).

Візуалізація полів температур (рисунки 2, 3) вказують на фізичну застосовність запропонованої комп'ютерної моделі.

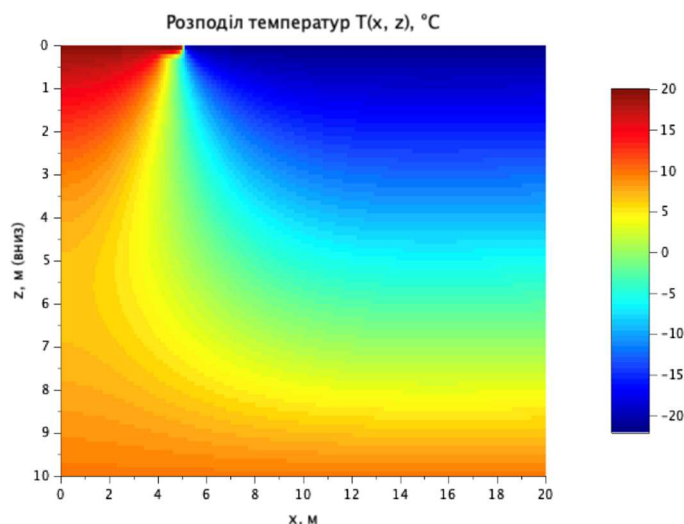


Рисунок 2 – Розподіл температурних полів при утепленні смуги плити шириною 1 м
Figure 2 – Temperature field distribution in the edge zone of a 1-m-wide floor slab with insulation

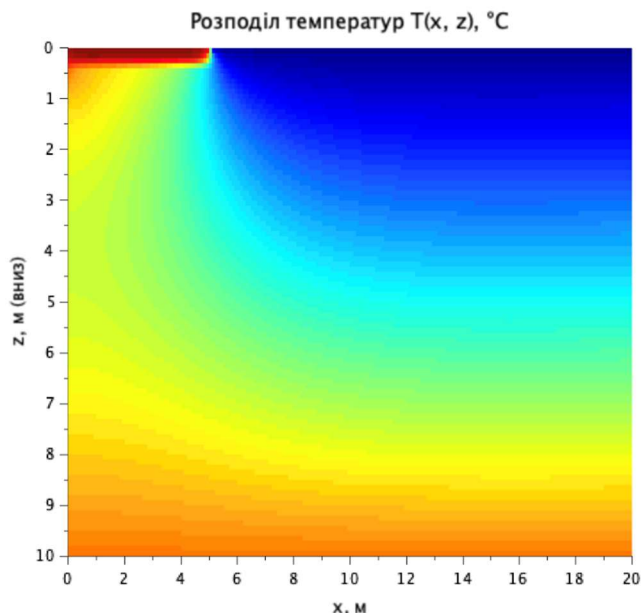


Рисунок 3 – Розподіл температурних полів при утепленні всієї площини плити підлоги
Figure 3 – Temperature field distribution with full-area floor slab insulation

Таблиця 1 – Результати розрахунку моделі і розрахунків згідно ДСТУ EN ISO 13370 та ДСТУ 9190

Table 1 – Results of model calculation and calculations according to DSTU EN ISO 13370 and DSTU 9190

Тип ґрунту	Сухий стан (Вт/м·К)	Насичений/вологий стан (Вт/м·К)	Джерело даних
Пісок (sand)	0.3–0.4 (мін. 0.3, макс. 0.9)	1.4–2.4 (насичений: 2.0–3.0)	[3]
Гравій (gravel)	0.4 (мін. 0.4, макс. 0.9)	1.6–2.5 (насичений: 1.8)	[3]
Глина/мул (clay/silt)	0.4–0.5 (мін. 0.4, макс. 1.0)	1.1–3.1 (насичений: 1.8)	[3, 4]
Суглинок/дерновий (till/loam)	немає даних	1.1–2.9 (типове: 2.4)	[3]
Торф (peat)	0.05–0.2	0.4–0.7 (насичений: 0.55; незмерзлий: 0.25–0.6)	[3, 5]
Піщані ґрунти (sandy soils)	0.25–0.6	0.7–2.0	[4]
Глинисті ґрунти (clayey soils)	0.25–0.6	0.55–1.15	[5]

Висновки. Проведене чисельне моделювання теплопровідності підлоги по ґрунту підтвердило, що найбільші тепловтрати зосереджуються саме у крайових ділянках (рисунки 2, 3). Застосування утеплення смугами шириною 2-3 м під плитою в ділянках під зовнішніми стінами дозволяє знизити теплові втрати крізь конструкцію на рівні 20-25 % без необхідності суцільного утеплення всієї площини підлоги.

Розроблена 2D модель теплопередачі з урахуванням неоднорідної теплопровідності дозволяє оцінювати теплові потоки з урахуванням різних типів ґрунтів, товщини утеплювача та геометрії будівлі. Отримані результати є співвідносними із результатами отриманими за інженерними методиками [6, 7], що підтверджує коректність чисельної моделі.

Для будівель з великими та особливо великими площами підлоги на ґрунті, якими є як правило будівлі логістичної інфраструктури, має бути синтезований комбінований підхід із вибором товщини та ширини периметрального утеплення підлоги із врахуванням теплотехнічних характеристик [2, 3] та економічних показників.

Запропонована методика, очевидно, має вищу точність результатів розрахунків, оскільки враховує теплопровідність масиву ґрунту під конструкцією підлоги на відміну від методики [6, 7] та має бути взята за основу для оновлення чинних стандартів для розробки проектною документації. Такий підхід буде дуже актуальним для існуючих будівель при капітальному ремонті чи реконструкції, де немає можливості утеплювати всю площу підлоги.

Перелік посилань

1. Наказ Міністерства розвитку громад та територій України від 27 жовтня 2020 року № 260 «Про затвердження мінімальних вимог до енергетичної ефективності будівель», зареєстровано в Міністерстві юстиції України від 18 грудня 2020 р. за № 1257/35540.
2. ДБН В.2.6-31:2021 Теплова ізоляція та енергоефективність будівель.
3. ДСТУ 9191:2022 Теплоізоляція будівель. Метод вибору теплоізоляційного матеріалу для утеплення будівель.
4. Погосов, О., Пасічник, П., & Кулінко, Є. (2023). Вплив деяких проектних рішень на клас енергетичної ефективності будівлі. *Collection of Scientific Papers «SCIENTIA»*, (December 22, 2023; Coventry, UK), 214–217. Retrieved from <https://previous.scientia.report/index.php/archive/article/view/1526>.
5. Кулінко, Є. О., Кузицький, І. Т., & Погосов, О. Г. (2017). Теплові насоси як джерела низькотемпературного теплопостачання. *Energy-efficiency in civil engineering and architecture*, (9), 132-136.

6. ДСТУ 9190:2022 Енергетична ефективність будівель. Метод розрахунку енергоспоживання під час опалення, охолодження, вентиляції, освітлення та гарячого водопостачання.
7. ДСТУ EN ISO 13370:2022 Теплові характеристики будівель. Теплопровідність через землю. Методи розрахунку (EN ISO 13370:2017, IDT; ISO 13370:2017, IDT).
8. Givoni, B., & Katz, L. (1985). Earth temperatures and underground buildings. *Energy and Buildings*, 8(1), 15-25. [https://doi.org/10.1016/0378-7788\(85\)90011-8](https://doi.org/10.1016/0378-7788(85)90011-8).
9. Christoph Clauser, Jean-Claude Mareschal, Ground temperature history in central Europe from borehole temperature data, *Geophysical Journal International*, Volume 121, Issue 3, June 1995, Pages 805–817, <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1995.tb06440.x>.
10. Dalla Santa, G., Galgaro, A., Sassi, R., Cultrera, M., Scotton, P., Mueller, J., ... & Bernardi, A. (2020). An updated ground thermal properties database for GSHP applications. *Geothermics*, 85, 101758. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2019.101758>.
11. Farouki, O. T. (1981). The thermal properties of soils in cold regions. *Cold Regions Science and Technology*, 5(1), 67-75. [https://doi.org/10.1016/0165-232X\(81\)90041-0](https://doi.org/10.1016/0165-232X(81)90041-0).
12. O. T. Farouki, Thermal properties of soils, No. CRREL-MONO-81-1 (1981), Cold Regions Research and Engineering Lab, Hanover. <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA111734.pdf>.
13. Гільчук, А., Халатов, А., & Доник, Т. (2022). Теорія теплопровідності. <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/83acae59-9dcd-4ad7-af4c-83aa3671a374/content>.
14. Youssef, I. K., Ali, S. M., & Hamada, M. Y. (2016). On the line successive overrelaxation method. *Applied and Computational Mathematics*, 5(3), 103-106. <https://doi.org/10.11648/j.acm.20160503.12>.

COMPUTER MODELING OF HEAT FLOW IN FLOOR STRUCTURES ON THE GROUND OF LOGISTICS INFRASTRUCTURE BUILDINGS

Yevhen Kulinko, Assistant of Department of Heat Engineering, Associate Professor, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, e-mail: kulinko.ieo@knuba.edu.ua, tel.+380993254951, <https://orcid.org/0000-0002-8834-3600>.

Oleksandr Pohosov, PhD (Candidate of Technical Science), Associate Professor of Department of Heat Engineering, Associate Professor, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, e-mail: pohosov.oh@knuba.edu.ua, tel.+380977883483, <https://orcid.org/0000-0003-2158-8897>.

Pavlo Pasichnyk, PhD (Candidate of Technical Science), Associate Professor of Department of Heat Engineering, Associate Professor, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, e-mail: pasichnyk.po@knuba.edu.ua, tel.+380953328242, <https://orcid.org/0000-0001-8499-6949>.

Kristina Gaba, PhD (Candidate of Technical Science), Associate Professor of Department of Heat Engineering, Associate Professor, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, e-mail: tsykal.ko@knuba.edu.ua, tel.+380973344028, <https://orcid.org/0000-0003-2201-1408>.

Pashkova Larysa, Senior Lecturer of Department of Heat Engineering, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, e-mail: pashkova.lv@knuba.edu.ua, tel.+380500212320, <https://orcid.org/0009-0001-2056-6090>.

Summary. The purpose of this work is to develop a computer model of heat flow in a floor on the ground, taking into account the radiogenic heat flux of the Earth, in order to assess the energy efficiency of building structures. The object of modeling is a rectangular concrete floor slab placed on the ground, with possible perimeter insulation by a strip of thermal insulation. The model considers the thermal conductivity of materials, the temperature of indoor air and soil, as well as a steady-state two-dimensional heat transfer process. Existing approaches to floor-on-ground insulation were analyzed in accordance with Ukrainian and European standards, and principles of numerical modeling using the finite difference method and iterative solution for the heat conduction equation with variable coefficients were proposed. The stated goal is achieved by solving the problem of temperature field simulation in the slab, insulation, and soil, taking into account boundary conditions, building geometry, and the thermal characteristics of materials, which makes it possible to evaluate transmission heat losses for different insulation widths. For convenient practical application, additional parameters should be introduced to account for different soil types, insulation thicknesses, and economic feasibility, while ensuring compliance with energy efficiency requirements for logistics infrastructure buildings. The most important results include the development of a 2D heat transfer model that confirms the

concentration of heat losses in the edge zones of the floor and demonstrates a reduction of 20–25% in losses with 2–3 m wide perimeter insulation. The model also shows consistency with engineering methods according to DSTU EN ISO 13370:2022 and DSTU 9190:2022.

The significance of the obtained results lies in the fact that the proposed methodology allows not only to optimize insulation for buildings with large ground-floor areas, improving energy efficiency and reducing energy consumption, but also to serve as a basis for updating regulatory standards, particularly during the renovation of existing facilities..

Keywords: thermal conductivity, floor on the ground, thermal insulation, edge zone, perimeter insulation, numerical modeling, finite difference method, energy efficiency, logistics infrastructure buildings.

References

1. Order of the Ministry for Communities and Territories Development of Ukraine No. 260 of October 27, 2020 “On approval of the minimum requirements for the energy efficiency of buildings,” registered with the Ministry of Justice of Ukraine on December 18, 2020, under No. 1257/35540. [in Ukrainian].
2. DBN V.2.6-31:2021 Thermal insulation and energy efficiency of buildings. [in Ukrainian].
3. DSTU 9191:2022 Thermal insulation of buildings. Method for selecting thermal insulation materials for building insulation. [in Ukrainian].
4. Pohosov, O., Pasichnyk, P., & Kulinko, Ye. (2023). Influence of some design solutions on the energy efficiency class of a building. *Collection of scientific papers “SCIENTIA”*, 2023. URL: <https://previous.scientia.report/index.php/archive/article/view/1526> [in Ukrainian].
5. Kulinko, Ye. O., Kuzytyskiy, I. T., & Pohosov, O. H. (2017). Heat pumps as sources of low-temperature heat supply. *Energy-Efficiency in Civil Engineering and Architecture*. [in Ukrainian].
6. DSTU 9190:2022 Energy performance of buildings. Method for calculating energy consumption for heating, cooling, ventilation, lighting, and domestic hot water supply. [in Ukrainian].
7. DSTU EN ISO 13370:2022 Thermal performance of buildings — Heat transfer via the ground — Calculation methods (EN ISO 13370:2017, IDT; ISO 13370:2017, IDT). [in Ukrainian].
8. Givoni, B., & Katz, L. (1985). Earth temperatures and underground buildings. *Energy and Buildings*, 8(1), 15-25. [https://doi.org/10.1016/0378-7788\(85\)90011-8](https://doi.org/10.1016/0378-7788(85)90011-8).
9. Christoph Clauser, Jean-Claude Mareschal, Ground temperature history in central Europe from borehole temperature data, *Geophysical Journal International*, Volume 121, Issue 3, June 1995, Pages 805–817, <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1995.tb06440.x>.
10. Dalla Santa, G., Galgaro, A., Sassi, R., Cultrera, M., Scotton, P., Mueller, J., ... & Bernardi, A. (2020). An updated ground thermal properties database for GSHP applications. *Geothermics*, 85, 101758. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2019.101758>.
11. Farouki, O. T. (1981). The thermal properties of soils in cold regions. *Cold Regions Science and Technology*, 5(1), 67-75. [https://doi.org/10.1016/0165-232X\(81\)90041-0](https://doi.org/10.1016/0165-232X(81)90041-0).
12. O. T. Farouki, Thermal properties of soils, No. CRREL-MONO-81-1 (1981), Cold Regions Research and Engineering Lab, Hanover. <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA111734.pdf>.
13. Гільчук, А., Халатов, А., & Дюник, Т. (2022). Теорія теплопровідності. <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/83aca59-9dcd-4ad7-af4c-83aa3671a374/content>.
14. Youssef, I. K., Ali, S. M., & Hamada, M. Y. (2016). On the line successive overrelaxation method. *Applied and Computational Mathematics*, 5(3), 103-106. <https://doi.org/10.11648/j.acm.20160503.12>.

Дата надходження до редакції 15.01.2026.

Дата прийняття статті після рецензування 09.02.2026.