

Петрович В.В., канд. техн. наук

Артеменко В.А.

ПРОГНОЗУВАННЯ ПОГОДНО-КЛІМАТИЧНИХ УМОВ МЕТОДОМ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Анотація. Методом спектрального аналізу на основі використання розкладу в ряді Фур'є виконане прогнозування зміни кліматичних показників у часі.

Наведені пропозиції щодо покращення точності прогнозної моделі процесу.

Ключові слова: Розклад в ряд Фур'є, прогнозна модель процесу, точність результатів розрахунків.

Аннотация. Методом спектрального анализа на основе использования разложения в ряд Фурье выполнен прогноз изменения климатических показателей во времени. Приведены предложения по повышению точности прогнозной модели процесса.

Ключевые слова: Разложение в ряд Фурье, прогнозная модель процесса, точность результатов расчета.

Abstract. By means of Fourier series decomposition method was transacted forecast of the change the climatic factors at time. In this article was broughted recommendations on increasing of accuracy forecasting model of the process.

Keywords: Decompositions series by Fourier method, forecasting model of the process, accuracy of the forecasting model.

Незважаючи на постійне удосконалення методів оцінки стійкості дорожніх насипів, питання виникнення раптових причин порушення їх стійкості у періоди активізації опадів залишаються відкритими [1]. Як відомо, інтенсивність опадів як протягом року, так і з року в рік, визначає можливість підняття рівня ґрунтових вод, активізацію виникнення різних деформацій тіла та укосів насипу.

Для наукового обґрунтування планування ремонтних заходів важливо мати модель зміни погодно-кліматичних факторів у часі.

Така модель нестационарного (тобто залежного від часу) процесу може бути використана для уточнення закономірностей розвитку деформацій земляного полотна та планування відповідних ремонтних робіт.

У роботах [2,3] були проаналізовані деякі питання необхідності врахування зміни погодно-кліматичних факторів при розробці дострокових прогнозів стійкості земляного полотна.

Як показав проведений попередній аналіз, негативні природні явища, що безпосередньо впливають на експлуатаційний стан насипів, виникають не постійно, а в деякій періодичності (циклічності). Для розробки методики побудови моделі такої циклічності були використані статистичні методи прогнозування [4].

Однак, як відомо, статистичні методи прогнозування можуть бути некоректні у певних часових рядах. У статті розглянуті методичні аспекти побудови математичної моделі прогнозування погодно-кліматичних явищ методами спектрального аналізу на основі використання розкладу в ряд Фур'є.

Такий підхід певним чином дозволяє розглядати зміни показників процесу у часі та здійснювати обґрунтований прогноз на необхідний інтервал. Цей підхід до проблеми прогнозування дозволяє у першу чергу достатньо точно прогнозувати (подовжувати) часові ряди. Пряме та зворотне перетворення Фур'є з успіхом застосовується у науці та техніці для аналізу та синтезу різних часових рядів (далі – сигналів). Використовуючи пряме та зворотне перетворення Фур'є [5-8], можливо за дискретною часовою вибіркою сигналу прогнозувати його поведінку у майбутньому. Звичайно у реальних експериментах оперують з дискретними та кінцевими часовими послідовностями значень деякої величини.

У даному випадку часовий ряд – це значення функції $F(t)$, що задана на кінцевому числі часових точок t_{II} , тобто незалежною змінною є час:

$$t_{II} = \{t_1, t_2, \dots, t_N\},$$

де N – число точок часового ряду.

Відповідно, у цьому випадку будемо мати і N значень функції $F(t)$:

$$F(t_{II}) = \{F(t_1), F(t_2), \dots, F(t_N)\}. \quad (1)$$

Ці N значень функції $F(t)$ являють собою певний часовий ряд (сигнал), який і є головним предметом цього дослідження.

При прямому дискретному перетворенні Фур'є одержуємо N коефіцієнтів дискретного ряду Фур'є $C(I)$:

$$C(I) = \{C(1), C(2), \dots, C(N)\},$$

$$\text{де } C(I) = \sum_{II=1}^{II=N} F(II) \cdot \text{Exp} \left(-\frac{j \cdot 2\pi \cdot (I-1) \cdot (II-1)}{N} \right), \quad (2)$$

$$I = 1; 2; \dots; N; j = \sqrt{-1}.$$

Відповідно, маючи N коефіцієнтів у дискретному ряді Фур'є, що одержані за допомогою перетворення (2), маємо можливість одержати всі N значень функції $F(t_{II})$, тобто відтворити вихідний часовий ряд (1). При цьому значення функції $F(t_{II})$ відповідають часовим точкам t_1, t_2, \dots, t_N .

Для відновлення вихідного дискретного сигналу на базі дискретного ряду коефіцієнтів дискретного перетворення Фур'є використовується зворотне дискретне перетворення Фур'є

$$F(I) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{II=1}^{II=N} C(II) \cdot \text{Exp} \left(+\frac{j \cdot 2\pi \cdot (I-1) \cdot (II-1)}{N} \right) \quad (3)$$

Суть перетворення Фур'є – обчислення кореляцій між часовим рядом, що аналізується, та базисною функцією перетворення.

Фур'є-перетворення (2) виявляє гармонічні складові часового ряду. Для цього застосовується нескінченно-осцилююча гармонічна (синусоїдальна) функція, що накладається на часовий ряд (сигнал), який аналізується. Далі проводимо порівняння поведінки гармонічної функції та відповідного часового ряду шляхом обчислення кореляції.

Якщо між рядом, що аналізується, та гармонічною функцією є лінійна залежність, тобто є кореляція, це означає, що у складі часового ряду маємо гармонічні складові вибраної (для аналізу) частоти. Далі частота гармонічної функції змінюється і процедура порівняння відповідно повторюється. В результаті одержуємо дискретну спектральну функцію $C(I)$, яка і відображує вихідний часовий ряд (із часової області – в частотну).

Відповідно, зворотне дискретне перетворення Фур'є (3) створює сигнал (вихідний часовий ряд) шляхом підсумовування синусоїд з певними частотами згідно (2) та фазами.

Інформація про амплітуди окремих частотних складових та їх фазах міститься у коефіцієнтах $C(I)$, що одержуються в результаті виконання перетворення (2). При цьому $C(I)$ у загальному випадку являє собою комплексне число, у якому міститься інформація як про амплітуду, так і фазу гармоніки.

Детальний аналіз формул (2) та (3) свідчить про те, що при розрахунку будь-якого коефіцієнта ряду Фур'є враховуються всі N значень функції $F(II)$ для прямого перетворення і, відповідно, при формуванні однієї точки часового ряду $F(I)$ враховуються всі N значень коефіцієнтів $C(II)$ для зворотного перетворення Фур'є. Це у певній мірі свідчить про те, що Фур'є-перетворення відображує поведінку сигналу за весь час його існування. Таким чином, Фур'є-перетворення збирає інтегральну інформацію про часовий ряд (сигнал), який перетворюється згідно формул (2) та (3).

На базі формули (2) можна побудувати спектр часового ряду. Звичайно спектр подають у вигляді двомірного графіка, у якому на горизонтальній осі відкладають частоту від нуля до певного значення, а на вертикальній осі – амплітуди відповідних частотних складових спектра.

Для одержання спектра слід враховувати як весь час, так і проміжки часу між послідовними точками часового ряду. При цьому для одержання спектра необхідно, щоб перша часова точка дорівнювала нулю ($t_1=0$). Відповідно, для подальших часових точок будемо мати

$$t_2 = t_1 + \Delta t = \Delta t;$$

$$t_3 = t_2 + \Delta t = 2\Delta t;$$

$$t_4 = t_3 + \Delta t = 3\Delta t;$$

.....

$$t_N = t_{N-1} + \Delta t = (N - 1)\Delta t,$$

тобто,

$$t = \{\Delta t; 2\Delta t; \dots; (N - 1)\Delta t\}.$$

Для коректного Фур'є-перетворення згідно (2) та (3) необхідно, щоб інтервал Δt був постійним. Таким чином, маємо два обмеження:

$$\begin{cases} t_1 = 0; \\ \Delta t = \text{const.} \end{cases}$$

Слід зазначити, що на горизонтальній вісі графіка спектра можна відкладати не тільки частоту $f = \frac{1}{T}$, герц (T – період коливань), але й кутову частоту (при необхідності)

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}.$$

Маючи ряд часових точок, в яких проводили вимірювання певної величини, а також початкову (завжди нульову) та кінцеву часові точки, завжди маємо можливість від Фур'є-спектра переходити назад до часового ряду (сигналу), від якого і був породжений даний Фур'є-спектр. При цьому синтез сигналу (часового ряду) здійснюється підсумовуванням синусоїд з певними частотами, амплітудами та фазами.

Тому у загальному випадку необхідно мати ще один Фур'є-спектр, де на горизонтальній вісі відкладають частоту, а на вертикальній – фази синусоїд. Така інформація може бути одержана при прямому Фур'є-перетворенні, оскільки коефіцієнти ряду Фур'є – це комплексні числа.

На базі інформації про Фур'є-перетворення, коротко наведений вище, авторами був розроблений та перевірений метод подовження часових рядів, тобто передбачення певного ряду (сигналу) на майбутнє.

При цьому використовуються дані про часовий ряд, одержані на теперішній момент часу.

Для прикладу проаналізуємо дані деяких вимірів на часовому інтервалі $0 \dots 20$ од. часу. Виміри проводили з інтервалом 1 од. часу. З цих даних можна виділити частину даних, що відповідають часовому інтервалу $0 \dots 10$ од. часу, і далі за допомогою прямого дискретного перетворення Фур'є одержати

відповідний Фур'є-спектр $S1$ цих даних, тобто одержати Фур'є-спектр даного дискретного сигналу.

Відповідно, із вихідного ряду $[0 \dots 20$ од. часу] можна також виділити частину даних, що відповідають часовому інтервалу $0 \dots 15$ од. часу та одержати Фур'є-спектр $S2$. Далі введемо припущення, що Фур'є-спектр (як для амплітуд, так і фаз) $S1 \cong S2$. На даному рівнянні (строгому або наближеному) і базується запропонований метод прогнозу, тобто подовження (за часом) часових рядів.

Із наведеного вище також зрозуміло, що за Фур'є-спектром сигналу є можливість відтворити сам сигнал згідно перетворення (3).

Наприклад, сигнал $0 \dots 10$ од. часу має наступний спектр:

Частота, герц	Амплітуда, од.
1	0,3
3	0,5
5	0,7

Відповідно, припускаємо, що такий же спектр має і сигнал (часовий ряд) $0 \dots 15$ од. часу.

Таким чином, маючи часовий ряд (сигнал) для інтервалу $0 \dots 10$ од. часу, можна побудувати і часовий ряд (сигнал) для інтервалу $0 \dots 15$ од. часу. Оскільки $S1 \cong S2$, то завжди можна переходити від спектра до сигналу (часового ряду). Тобто, якщо є часовий ряд $R1$ довжиною $N1$ з дискретизацією за часом Δt_1 , завжди можна побудувати Фур'є-спектр $S1$ для $R1$.

Відповідно, для часового ряду $R2$ довжиною $N1 + NN1$ та дискретизацією за часом Δt_2 ($\Delta t_1 = \Delta t_2$) можливо побудувати свій спектр Фур'є (виходячи з припущення, що $S2 \equiv S1$). При цьому вважаємо $R2$ спочатку невідомим, а далі, виходячи із припущення $S2 \equiv S1$, будуємо часовий ряд $R2$.

Друга частина ряду $R2$ довжиною $NN2$, що передбачається за часом, і має безпосередній практичний інтерес.

З точки зору програмної реалізації запропонованого метода подовження часових рядів необхідно виконати ряд вимог.

1. Для Фур'є-спектра вихідного часового ряду (сигналу) $R1$ довжиною $N1$, тобто для $S1$ і, відповідно, для Фур'є-спектра сигналу, що був синтезований, довжиною $N1 + NN1$, тобто $S2$ (при $\Delta t_1 = \Delta t_2$) місцеположення спектральної лінії, що відповідає деякій певній частоті f_i (наприклад, 1 Гц) буде різною внаслідок різної довжини часових рядів $R1$ та $R2$.

2. Фур'є-спектри, одержані згідно (2) для прямого дискретного перетворення Фур'є, будуть симетричними відносно своєї середини, в зв'язку з чим можливе використання тільки половини спектрів, де є вся необхідна інформація. Це дозволяє суттєво спростити програму, але вимагає внесення відповідної корекції амплітудних та фазових складових Фур'є-спектру для збереження необхідного функціонування програми.

3. Оскільки зворотне дискретне перетворення (3) містить множник $\frac{1}{N}$, необхідно зробити відповідну корекцію при обчисленні часового ряду $R2$.

4. З точки зору безпосереднього одержання (синтезу) часового ряду $R2$ необхідності в побудові Фур'є-спектрів $S1$ та $S2$ в явному вигляді немає. Тому при програмній реалізації запропонованого метода є можливість використати пряме (2) та зворотне (3) дискретні перетворення Фур'є без явної побудови $S1$ та $S2$ (з врахуванням відповідних умов, розглянутих вище).

5. Запропонований метод прогнозу є універсальним і може використовувати різноманітні прямі /зворотні перетворення при умові, що такі перетворення мають такі ж інтегральні властивості (можливості аналізу сигналу як цілого), як і наведені у статті. Наприклад, можна використовувати пряме та дискретне перетворення Хартлі, або інші.

Таким чином, запропонований метод подовження часових рядів є достатньо універсальним стосовно вибору пар прямих/зворотних перетворень. Метод був програмно втілений як у середовищі програмування MATLAB (у вигляді М-файла або вигляді EXE-файла), так у середовищі програмування DELPHI (EXE-файл, що виконується). В усіх реалізаціях програми вхідні та контрольні дані вводилися як текстовий файл. Програма вимагає від користувача вказати число (ціле) часових точок, на яке необхідно подовжити вихідний часовий ряд.

У результаті проведених розрахунків користувач отримує синтезований (подовжений у часі) ряд. Програма дозволяє зберігати дані про синтезований ряд у вигляді текстового файлу, що досить зручно при проведенні відповідного аналізу іншими програмними засобами.

Але особливий інтерес – це подовження часових рядів, графіки яких є досить складними. Так, наприклад, часовий ряд (рис. 1) був згенерований для 0 ... 199 од. часу (крок – 1 од. часу) як сума близько 20 синусоїдальних складових з різними частотами (які не є кратними) та амплітудами.

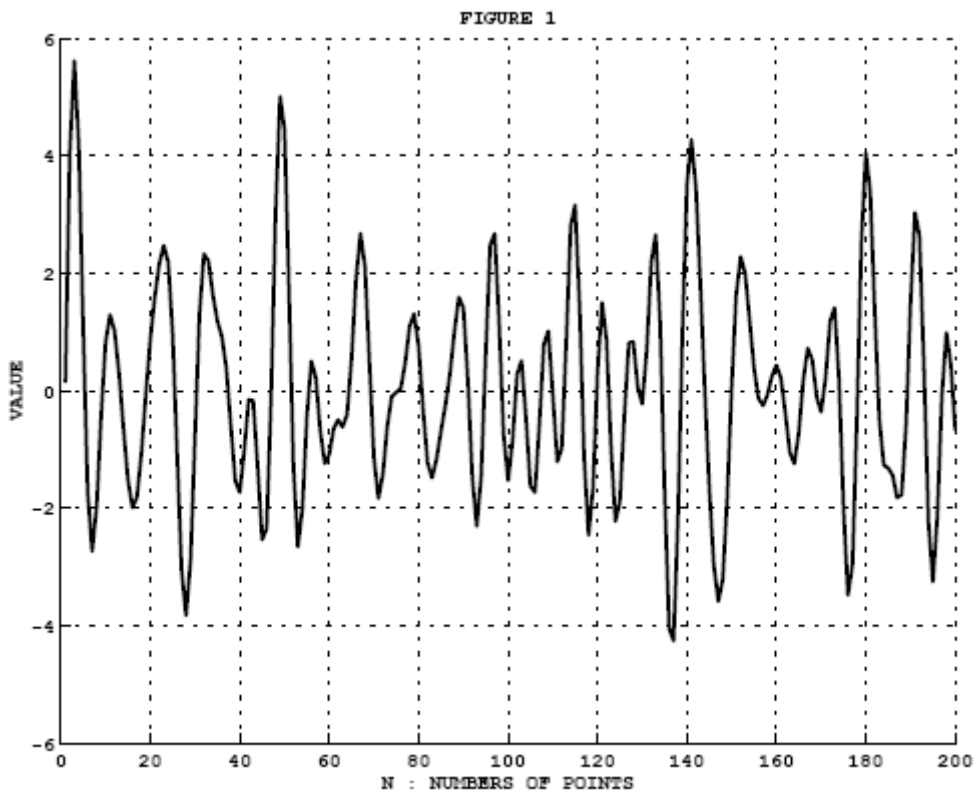


Рис. 1

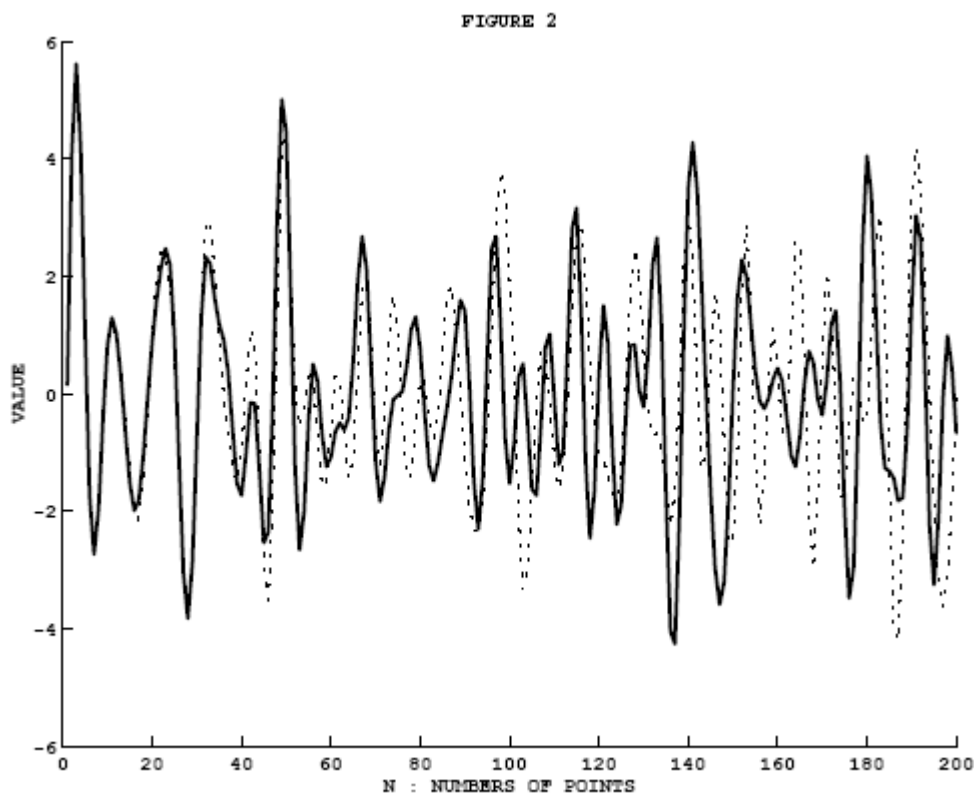


Рис. 2

На рис. 2 наведені результати розрахунків по подовженню частини часового ряду (150 перших точок згідно рис. 1) вперед на 50 точок для досягнення загальної довжини ряду у 200 часових точок.

Нарівні з синтезованим часовим рядом (штрихова лінія) наведений також графік контрольного ряду (суцільна лінія) з метою оцінки точності прогнозу. Аналіз подовження таких складних часових рядів показав, що подовження на 30% за часом вже призводить до помилок (розходження кривих). Тому для одержання достатньо позитивних результатів слід значно зменшувати величину, на яку подовжується такий ряд.

Але навіть при неспівпаданні синтезованого та контрольного часових рядів загальна тенденція щодо їх форми безумовно має місце, тобто сигнали співпадають за формою в цілому, але не співпадають між собою в окремих часових точках.

Оскільки для деяких випадків необхідним є подовження тільки з точки зору топологічної еквівалентності сигналу, що подовжується, сигналу

вихідному, слід зазначити, що запропонований метод прогнозу і в цьому випадку можна використовувати.

Як тестовий приклад розглянемо застосування метода до конкретних природних часових рядів. Був виконаний прогноз зміни сонячної активності, враховуючи опосередкований вплив цього показника на стан автомобільних доріг [9] та надійні вихідні дані. Аналіз проводився за даними про зміну чисел Вольфа W згідно « Каталога индексів сонячної і геомагнітної активності ».

Із середньорічних значень контрольного ряду чисел Вольфа W , починаючи з 1700 р. ($t = 0$) до 2007 р., останні десять часових значень (точок) прогнозували (подовжували) також за допомогою розробленої програми та порівнювали графіки (див. рис.3).

Подовжений (спрогнозований) часовий ряд зображено пунктирною лінією.

Повністю контрольний та синтезований за допомогою програми ряд наведені на рис. 4.

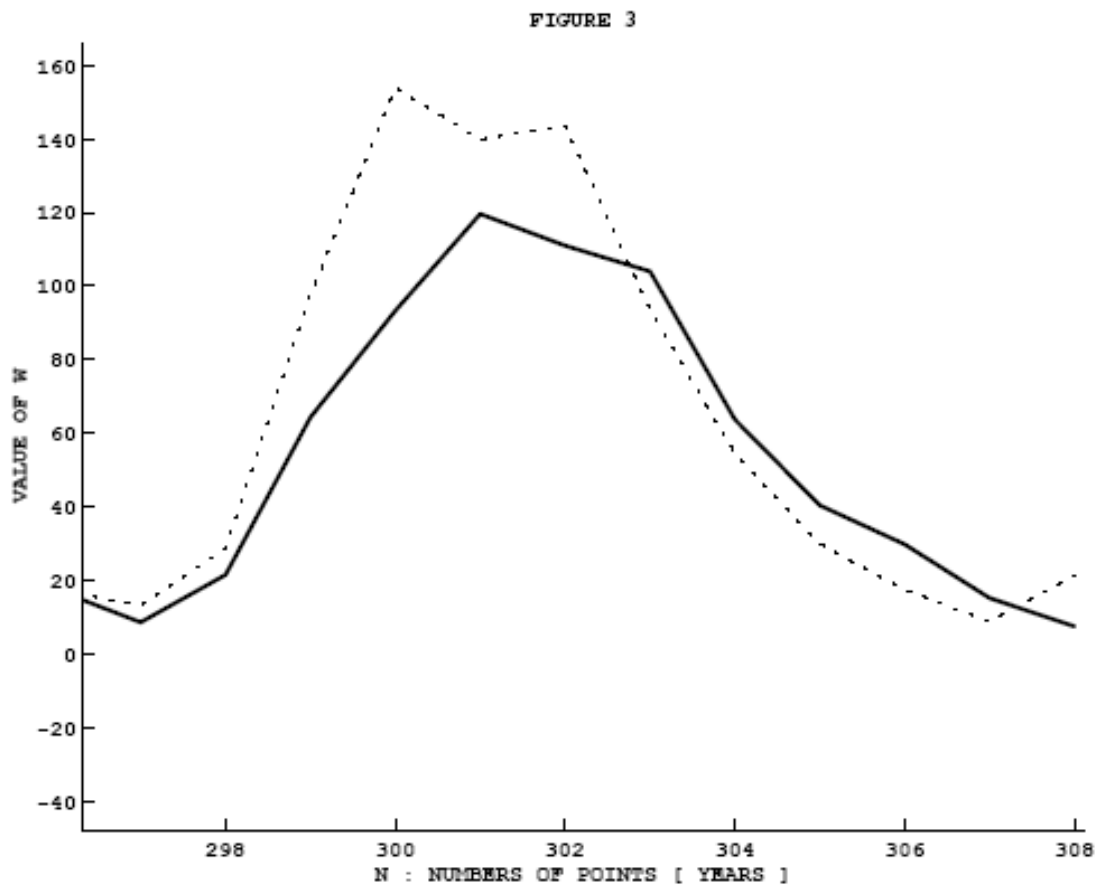


Рис. 3

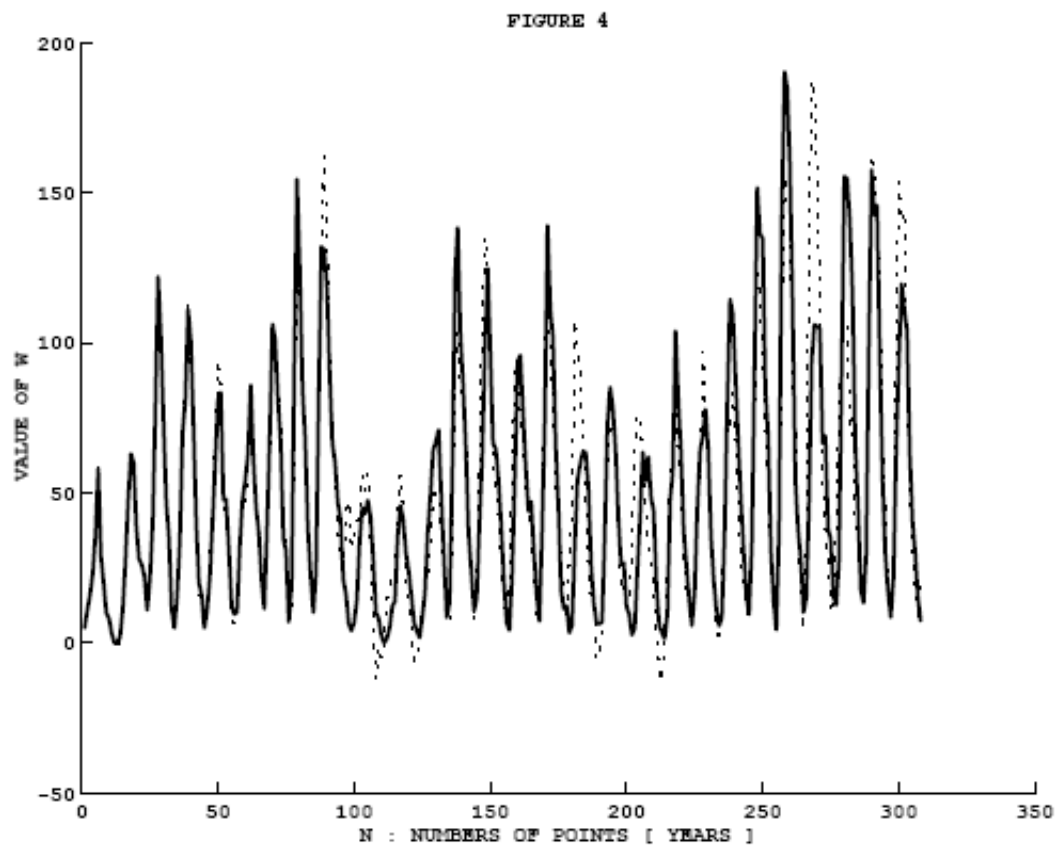


Рис. 4

Як видно, синтезований ряд практично на всьому часовому інтервалі достатньо добре співпадає з контрольним часовим рядом (суцільна лінія). Якщо синтезований ряд достатньо добре співпадає з контрольним вихідним рядом (по всій довжині часового інтервалу), подальше подовження останнього можна вважати достатньо реалістичним (див. графік на рис. 4). Якщо немає такого співпадіння, – подальше подовження у часі не буде достовірним. Цей критерій застосування запропонованого метода подовження до складних часових рядів має місце у переважній більшості випадків. Також слід врахувати, що мають місце часові ряди, що значно відрізняються за формою графіків, але з однаковими Фур'є-спектрами.

Так, наприклад, деякий часовий ряд (сигнал) може бути утворений сумою синусоїд з частотами w_1 та w_2 і мати спектр як у деякого іншого сигналу, у якого одну половину часу присутня синусоїда з частотою w_1 , а інша половина часу – з частотою w_2 . Часові ряди в обох випадках програма подовжує з припущення, що будь-який ряд на всьому часі свого існування утворений сумою синусоїдальних складових з частотами w_1 та w_2 відповідно (тобто, як у першого сигналу). Таким чином, перший часовий ряд логічно подовжений правильно, а другий – неправильно. Проте оскільки більшість природних процесів утворюють часові ряди за принципом першого сигналу (див. вище), цей метод прогнозування часових рядів практично постійно буде працювати правильно.

Метод дозволяє також подовжувати навіть часовий ряд помилок (різниця значень вихідного ряду та частини ряду подовженого). Віднімаючи з подовженого ряду відповідно подовжений ряд помилок, можливо у ряді випадків значно (іноді на порядок!) зменшити помилку прогнозування. При цьому, зрозуміло, вихідний ряд помилок має таку ж довжину, як і відповідно контрольний часовий ряд. Уточнений метод з корекцією помилок дозволяє отримати більш надійні результати прогнозу без значних ускладнень процесу розрахунків. Наведений у статті підхід до прогнозування був застосований для аналізу зміни різних показників при виникненні надзвичайних ситуацій.

Запропонований метод прогнозу дає можливість одержати реалістичні результати при аналізі зміни показників, в той час як класичні статистичні методи прогнозування у багатьох випадках працювали некоректно.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гольдштейн М.Н. О причинах внезапного нарушения устойчивости высоких насыпей. // Земляное полотно и геотехника на железнодорожном транспорте. – Днепропетровск, ДИИТ, 1984. – С. 16-26.
2. Заворицький В.Й., Литвиненко А.С., Артеменко А.В. Про вплив погодно-кліматичних факторів на стійкість земляного полотна в умовах УРСР. // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, вип. 45. – К.: Будівельник, 1989. – С. 36 – 40.
3. Заворицький В.Й., Литвиненко А.С., Артеменко А.В. Прогнозування стійкості земляного полотна за аналізом циклічності погодно-кліматичних умов УРСР. // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, вип. 46. – К.: Будівельник, 1990. – С. 30 – 35.
4. Литвиненко А.С. Дослідження циклічності погодно-кліматичних умов України в зв'язку з прогнозуванням впливу небезпечних природних явищ на стан автомобільних доріг. // Дороги і мости, вип. 5. - К.: ДерждорНДІ, 2006. – С. 74 – 89.
5. Воробьев Н.Н. Теория рядов. - М.: Наука, Физмат, 1979. – 408 с.
6. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. - М.: Мир, 1976. – 755 с.
7. Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. - М.: Мир, 1980. – 536 с.
8. Марпл –мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. - М.: Мир, 1990. – 584 с.
9. Журавлев М.М. Солнечная активность и условия эксплуатации транспортных сетей. // Автомобильные дороги, 1980. - № 3. – С. 25 – 26.