

Петрович В.В., канд. техн. наук, Артеменко В.А.

ЗАСТОСУВАННЯ АПАРАТА НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ ДЛЯ АНАЛІЗУ ЧАСОВИХ РЯДІВ ГІДРОМЕТЕОРОЛОГІЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Анотація. Запропоновано метод оцінки часових кліматичних рядів, що базується на використанні характеристик апарата нелінійного аналізу динамічних систем. Проведені дослідження поведінки часового ряду температур та атмосферних опадів у м. Києві з використанням запропонованого метода.

Ключові слова. Кліматичні ряди, апарат нелінійного аналізу динамічних систем, пропозиції щодо побудови прогнозної математичної моделі.

Анотация. Предложен метод оценки временных климатических рядов, основанный на использовании характеристик аппарата нелинейного анализа динамических систем. Исследовано поведение временного ряда температур атмосферных осадков в г. Киеве с помощью предложенного метода.

Ключевые слова. Климатические ряды, аппарат нелинейного анализа динамических систем, предложения по построению прогнозной математической модели.

Annotation. Offered method for the evaluation of the temporary climatic series. This method is founded on use the methods of the analysis of the nonlinear dynamical systems. By means of offered method were investigated behavior of the temporary temperature series and temporary atmospheric precipitation series of Kiev-city.

Keywords. Climatic series, methods of the analysis of the nonlinear dynamical systems, the considerations on creation of the fore casting model.

Вступ

Автомобільні дороги зазнають постійного впливу кліматичних факторів, що спричиняють пошкодження дорожнього одягу, штучних споруд, викликають появу різного роду деформацій земляного полотна, зсувів та селевих виносів на прилеглих територіях, і т. і.

Особливо від негативного впливу кліматичних факторів потерпають гірські автомобільні дороги, на які дія цих факторів є найбільш агресивною [1].

Для запобігання дії стихійних лих, що постійно виникають внаслідок дії різноманітних факторів, та прийняття конструктивних рішень щодо необхідного захисту дорожньої конструкції слід детально аналізувати хід кліматичних процесів у часі та робити висновки про їх майбутню зміну. Як відомо, більшість природних систем, у тому числі і кліматичних, демонструють дуже складну поведінку.

Для кліматичної системи складна хаотична поведінка у переважній більшості випадків є нормою, в той час як періодична або навіть квазіперіодична поведінка практично не зустрічається [2-5].

В останні роки для дослідження поведінки часових рядів, які виявляють складну (у тому числі і хаотичну) поведінку, з успіхом застосовують апарат нелінійної динаміки (динамічного хаосу) [6-10].

У статті розглядається метод аналізу часових кліматичних рядів, що базується на використанні певних характеристик теорії динамічного хаосу. Це дозволяє попередньо характеризувати прогнозну математичну модель процесу, що розглядається.

Характеристики хаотичного процесу

Для складної динамічної системи прийнятним уявленням розвитку певного процесу у часі є побудова її “портрету” у фазовому просторі [6-8]. При цьому, незалежно від того, якими були початкові умови, така система, еволюціонуючи, завжди “приходить” в певну область фазового простору (де знаходиться її фазовий “портрет”). Цей фазовий портрет носить назву аттрактора системи (від англ. to attract – притягувати), оскільки всі траєкторії стану системи стягуються в “портрет”, при цьому, однак, ніколи не перетинаючись.

Аттрактори систем, у тому числі і кліматичних, що демонструють хаотичну поведінку, носять назву дивного (рос. “странного”) аттрактора, перш за все в зв’язку з незвичайністю їх вигляду [11,12]. Найбільш часто для характеристики математичної моделі хаотичного процесу використовується термін *розмірність фазового простору* N , де N – кількість змінних, що визначають стан даної динамічної системи.

Наприклад, якщо математична модель динамічної системи буде задаватися у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку виду

$\vec{X} = \vec{F}(\vec{X})$, $\vec{X} \in R^N$, то в цьому випадку N визначається числом даних рівнянь (R^N – N -вимірний простір). Розмірність дивного аттрактора звичайно менше, ніж розмірність фазового простору системи, де цей аттрактор спостерігається.

Для характеристики особливостей геометрії дивного аттрактора використовується таке поняття, як фрактальна розмірність (фрактали – об'єкти, які характеризуються нецілочисельною розмірністю). Слід чітко розрізняти розмірність моделі динамічної системи N (ціле позитивне число) та фрактальні розмірності дивного аттрактора (матеріальні позитивні числа). Однією із важливих кількісних характеристик аттрактора є *кореляційна розмірність* D_C .

Алгоритм розрахунку D_C базується на обчисленні кореляційного інтеграла, у якості якого виступає функція $C(\varepsilon, N)$:

$$C(\varepsilon, N) = \frac{1}{N^2} \cdot \sum_{I=1}^{I=N} \sum_{II=1}^{II=N} H(\varepsilon - |\vec{X}_I - \vec{X}_{II}|), I \neq II, \quad (1)$$

де N – кількість точок дискретного часового ряду (у загальному випадку багатомірного);

$H()$ – функція Хевісайда: $H(X) = 0$, якщо $X < 0$ та $H(X) = 1$, якщо $X > 0$;

ε – величина відстані, що задається (порогова відстань);

$|\vec{X}_I - \vec{X}_{II}|$ – норма, що визначає відстань між точками $(\vec{X}_I$ та $\vec{X}_{II})$ ряду, що досліджується.

Таким чином, $C(\varepsilon, N)$ – це, по суті, відношення пар точок, відстань між якими $|\vec{X}_I - \vec{X}_{II}|$ менше ε , до повного числа пар точок ряду (N^2).

Визначення кореляційного показника D_C (кореляційної розмірності) базується на властивостях масштабної інваріантності кореляційного інтеграла

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(\lim_{N \rightarrow \infty} [C(\varepsilon, N)])}{\ln \varepsilon} \right), \quad (2)$$

де під масштабною інваріантністю кореляційного інтеграла припускається наявність ступеневої залежності

$$C(\varepsilon, N) \sim \varepsilon^{D_C}. \quad (3)$$

При цьому залежність (3) справедлива при малих значеннях ε . Тому формулу для D_C можна представити у вигляді

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln[C(\varepsilon, N)]}{\ln(\varepsilon)} \right) \right). \quad (4)$$

Слід зазначити, що в числових експериментах кількість точок даних, що аналізуються (число точок дискретного часового ряду N) завжди є кінцевим (та, як правило, постійним), тобто $N = \text{const}$.

Тому замість математичних границь розглядається саме співвідношення

$$D_C = \frac{\ln[C(\varepsilon, N = \text{const})]}{\ln(\varepsilon)}. \quad (5)$$

Для практичного обчислення D_C будують залежність $\ln[C(\varepsilon, N = \text{const})]$ від $\ln(\varepsilon)$ у широкому діапазоні значень ε .

Далі виділяємо область лінійної залежності (області скейлінга) і функція апроксимується прямою лінією (наприклад, методом найменших квадратів). Тоді тангенс кута нахилу і є розмірністю D_C [10].

Найменше число незалежних змінних, що однозначно визначає сталий рух динамічної системи (у часі, наприклад), носить назву розмірність вкладення M .

Для відомої динамічної системи D_C та M визначити легко, оскільки відомі всі компоненти вектора

$$\vec{x}(t) = \{x_1(t); x_2(t); \dots; x_M(t)\},$$

що описують поведінку такої системи у фазовому просторі. Однак при аналізі природних систем, у тому числі кліматичних або гідрологічних, звичайно оперують тільки з однією динамічною змінною $x_1(t)$.

Розроблені методики [6-8] дозволяють відтворити деякі властивості аттрактора навіть за часовою послідовністю тільки однієї складової $x(t) = x_1(t)$. Такі методики базуються на побудові псевдоаттрактора, де в якості компонент вектора виступає сама визначена послідовність $x(t)$, але з деякою *оптимальною часовою затримкою* τ

$$\overrightarrow{x_{pv}}(t) = \{x(t); x(t + \tau); x(t + 2\tau); \dots; x(t + (M - 1)\tau)\}.$$

Оскільки компоненти псевдоаттрактора $\overrightarrow{x_{pv}}(t)$, що характеризує поведінку динамічної системи, повинні бути незалежними, у якості величини τ на практиці вибирають таке значення часу, при якому автокореляційна функція має перший локальний мінімум (значення, яке близьке до нуля).

Таким чином, визначаючи розмірність вкладення, можливо отримати інформацію про поведінку складної динамічної системи в цілому.

В зв'язку з великою значущістю кореляційної розмірності D_C при дослідженні складної поведінки динамічних (у тому числі і кліматичних) систем у статті розглянуті деякі властивості D_C , про які не згадується у відповідній літературі. Запропонований підхід до аналізу часових рядів гідрометеорологічної інформації має практичне використання і добре себе зарекомендував при відповідних дослідженнях.

Вплив вихідних даних на величину кореляційної розмірності

Введемо на базі простого прикладу поняття інвертованого ряду. Нехай 1;2;3;1;5;2;0 – вихідний ряд. Тоді 0;2;5;1;3;2;1 – ряд інвертований.

Оскільки час до виразу (1) не входить, можна вважати, що $C(\varepsilon, N)$ для вихідного та $C_{inv}(\varepsilon, N)$ для інвертованого рядів будуть мати одне і те ж саме значення при рівних значеннях ε , тобто

$$C(\varepsilon, N) = C_{inv}(\varepsilon, N). \quad (6)$$

Враховуючи, що до виразів (2), (4) та (5) час також не входить, а присутня тільки величина $C(\varepsilon, N)$, слід вважати, що для вихідного та інвертованого ряду значення кореляційних розмірностей також будуть рівними, тобто

$$D_C = D_{C_{inv}}. \quad (7)$$

Для перевірки цього положення у якості об'єкта чисельного експерименту розглянемо логістичне рівняння виду [10]

$$x[n + 1] = A \cdot x[n] \cdot (1 - x[n]), \quad (8)$$

Якщо задати конкретне числове значення для A та перше (початкове) значення x , то шляхом ітерацій виразу (8) можна одержати ряд значень x .

Отриманий таким чином ряд можна розглядати як часовий ряд з дискретним часом, враховуючи, що початкове значення відповідає моменту часу $t = 1$, друге значення ряду отримуємо в результаті першої ітерації ($t = 2$) і т.д.

У числовому експерименті задавали значення $A = 4$; $x[1] = 0,1$ та $n = 9999$, отримуючи таким чином ряд довжиною 10000 значень. При таких значеннях A та $x[1]$ відбувається динамічний хаос. Графік такого ряду (залежність $x[n]$ від n) візуально дуже подібний до графіка ряду випадкових величин. Далі, на основі цього згенерованого ряду, одержали відповідний інвертований ряд довжиною 10000 значень.

Для визначення кореляційної розмірності вихідного та інвертованого ряду використовували програму **FRACTAN 4.4**, що була розроблена в інституті математичних проблем біології РАН В.Сичовим. При проведенні числових експериментів враховувався факт, що максимальна розмірність фазового простору може бути не більше 37. У результаті відповідних розрахунків для вихідного та інвертованого рядів одержане значення кореляційної розмірності $D_c = 0,894$ та розмірності фазового простору, тобто вираз (7) чітко виконується.

Також паралельно були проведені дослідження інших часових модельних рядів, що одержані в результаті рішень відповідних диференціальних та різницевих рівнянь за програмою, розробленою авторами. В результаті числових експериментів також підтверджено висновок про те, що при оберненні ряду за часом кореляційна розмірність не змінюється (спостерігається інваріантність відносно операції інверсії).

Відзначимо, що незалежністю від інверсії ряду володіють і деякі інші характеристики, що використовуються при дослідженні часових рядів. Як показують попередньо проведені розрахунки, спектр потужності Фур'є також буде одним і тим самим як для вихідного, так і інвертованого рядів.

Далі розглянемо часовий ряд, складові якого були переставлені у довільному порядку у порівнянні із вихідним рядом, назвемо такий ряд сурогатним, а відповідну операцію – операцією сурагатизації ряду. Така операція змінює властивості вихідного ряду значно більше, ніж його інверсія.

Для попереднього дослідження впливу сурагатизації на величину D_c вихідний ряд, що був згенерований ітераціями рівняння (8), оброблявся за допомогою спеціально розробленої програми (на MATLAB 7), що дозволяло представляти у довільному порядку складові ряду. При цьому використовувався генератор “випадкових” чисел. Далі, використовуючи програму **FRACTAN 4.4**, була визначена величина $D_c = 10,910$ та розмірність фазового простору $N = 21$.

Перш за все слід відзначити, що сурагатизація вихідного ряду значно збільшує кореляційну розмірність та розмірність фазового простору, що дозволяє при відповідному порівнянні вихідних рядів відрізнити маломірні детерміновані ряди від рядів “випадкових”. При такому способі ідентифікації детермінованих маломірних рядів взагалі відпадає необхідність у точному визначенні їх характеристик.

Розглянемо поведінку багатомірних рядів з позиції величини кореляційної розмірності. При цьому до детермінованих віднесемо ряд, що одержаний на основі функції $x = \sin(T)$, а також ряд, одержаний при розв’язанні системи диференціальних рівнянь Лоренца виду

$$\dot{x}[I] = x[I - 1] \cdot (x[I + 1] - x[I - 2]) - x[I] + A,$$

де N – порядок рівняння (не менше 4), I – індекс, що змінюється циклічно за правилом $x[I - N] = x[I + N] = x[I]$.

При числових експериментах досліджувалось рівняння (9) сотого порядку ($N = 100$) при значенні константи $A = 12$ при початковій умові $T = 0$, тобто $x[1] = \frac{1}{100}$; $x[2] = \frac{2}{100}$; $x[3] = \frac{3}{100}$; ...; $x[100] = \frac{100}{100}$.

Для розв’язання використовувався метод Рунге-Кутта четвертого порядку у класичній реалізації (крок 0,01 на часовому інтервалі $T = 0 \dots 100$). З метою усунення перехідних процесів при розв’язанні рівняння були відкинуті перші “стомірні” точки розв’язку і таким чином сформований стомірний ряд довжиною 10000 значень (матриця розміром 10000 рядків і 100 стовбців). Далі з цього ряду відбирались тільки значення для координати $x[1]$, тобто

використовувався тільки “вертикальний” вектор (з позицій програмування системи MATLAB) розміром 10000 на 1.

Оскільки визначення детермінованості та “випадковості” рядів є дуже важливим при подальшій побудові моделі процесу, що породжує такі ряди, були досліджені і деякі “випадкові” ряди. До останніх віднесені ряди довжиною також 10000 значень, що були згенеровані за допомогою функцій MATLAB RAND() та RAND N(). При цьому використовувались команди MATLAB RAND(10000, 1) та RAND N(10000,1).

Всі ряди зберігалися в окремих текстових файлах у форматі ASCII з подвійною точністю представлення чисел з “плаваючою” крапкою (DOUBLE).

Далі текстові файли оброблялись за допомогою програми **FRACTAN 4.4**. В результаті відповідних розрахунків були одержані дані, що наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

| Ряд, що одержаний на базі | Характеристики ряду | | |
|--|-----------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| | Оптимальна часова затримка τ | Кореляційна розмірність D_c | Розмірність фазового простору N |
| Функції синуса | 21 | 1,067 | 2 |
| Розв’язання стомірного рівняння Лоренца (перша координата $x[1]$) | 28 | 4,723 | 16 |
| Генерації за допомогою функції MATLAB RAND() | 1 | 10,857 | 16 |
| Генерації за допомогою функції MATLAB RAND N() | 1 | 10,664 | 15 |

При розв’язанні стомірного рівняння Лоренца для величин D_c та N були одержані дещо занижені результати, що пов’язане із обмеженою довжиною ряду.

Графіки залежностей $D_c = F(N)$ для $\sin()$ та LOR100DX1() наведені на рис.1 та рис.2 (методику побудови див. у [10]).

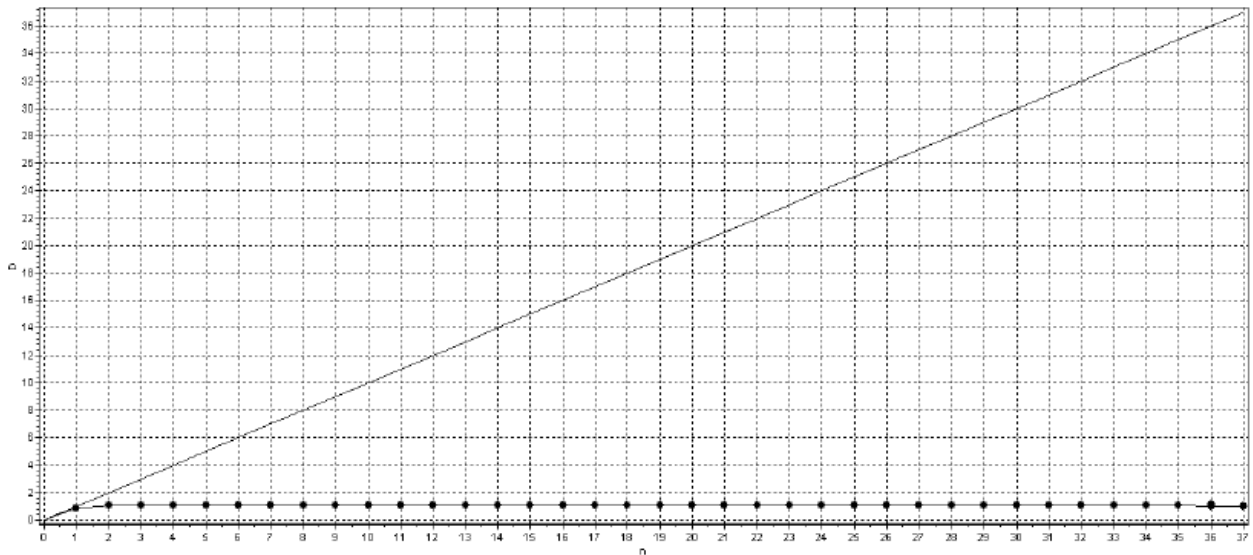


Рис. 1. Графік залежності $D_C = F(N)$ для $\sin()$

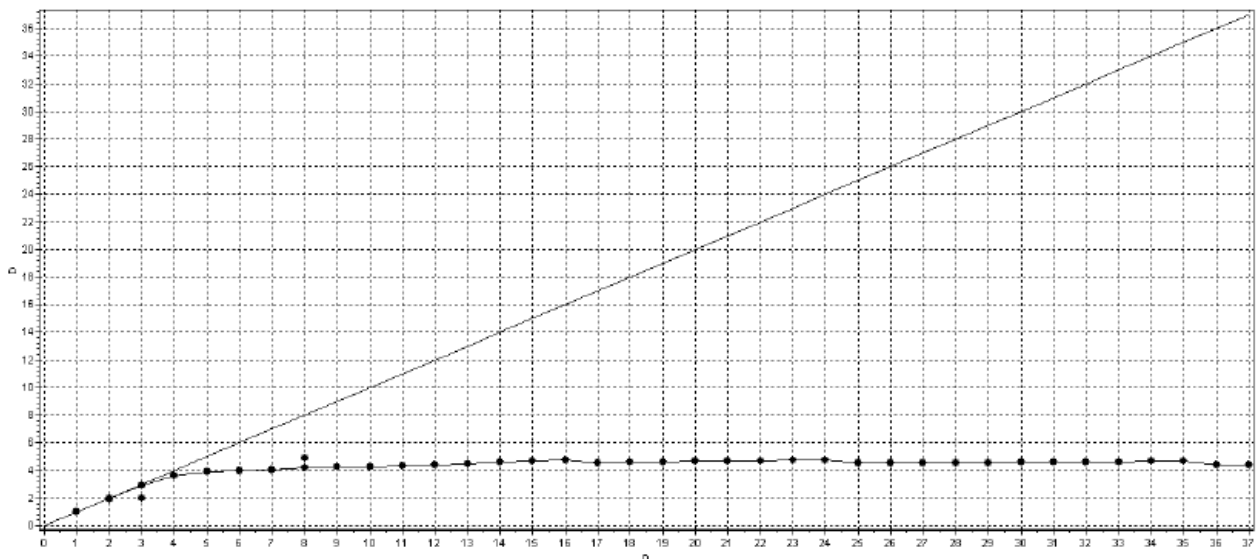


Рис. 2. Графік залежності LOR100DX1()

Як видно, графіки мають багато спільного та відрізняються від ідентичних графіків для $\text{RAND}()$ та $\text{RAND } N()$, що наведені на рис. 3.

Так, для детермінованих рядів даних характерний вид графіка, що практично паралельний осі N . При цьому його осциляції практично відсутні. Для “випадкових” даних характерні різкі зміни (падіння) величини D_C досить близько до нуля, а далі графік іде паралельно горизонтальній осі N .

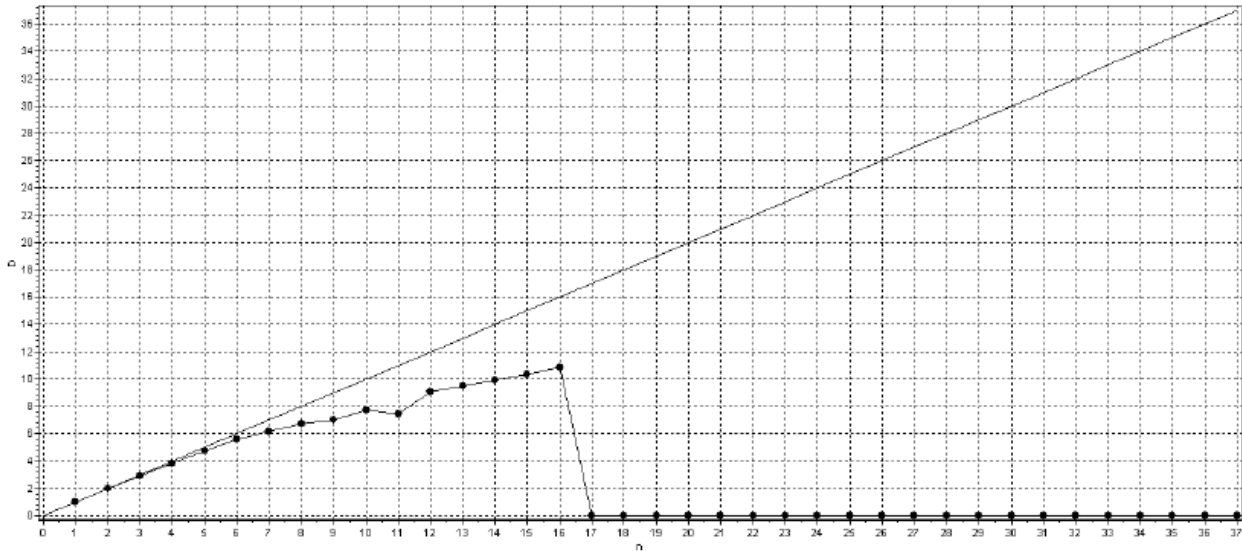


Рис. 3. Уhfairb lkz RAND() nf RAND N()

Таким чином, попередній аналіз графіків $D_c = F(N)$ дозволяє чітко відрізнити детерміновані багатомірні ряди від “випадкових” (навіть якщо довжина рядів надто мала і складно надійно визначити величину D_c). Графіки $D_c = F(N)$ для цих рядів після їх сурагатизації наведені на рис.4- рис.6 (відповідно ряди SIN_SURR(), LOR100DX1_SURR() та RAND_SURR(), що практично ідентичний графіку RAND N_SURR()).

Однак зазначимо, що для багатомірних детермінованих рядів сурагатизація їх не призводить до таких очевидних висновків, як відповідному при аналізі детермінованих маломірних рядів. Так, кореляційна розмірність може ще більше зростати, але розмірність фазового простору при цьому може зменшитися (звісно, з позицій результатів, що одержані за розрахунками програми **ФРАКТАН 4.4**).

Для “випадкових” рядів сурагатизація їх може привести до зменшення кореляційної розмірності та розмірності фазового простору (для рядів, що генеруються функцією RAND() одержані відповідні значення 8,783 та 10, що менше значень, наведених в таблиці).

Тому використання тільки остаточних значень величин D_c та N без використання даних аналізу графіків $D_c = F(N)$ не дозволяє надійно визначити дійсну природу ряду, що досліджується.

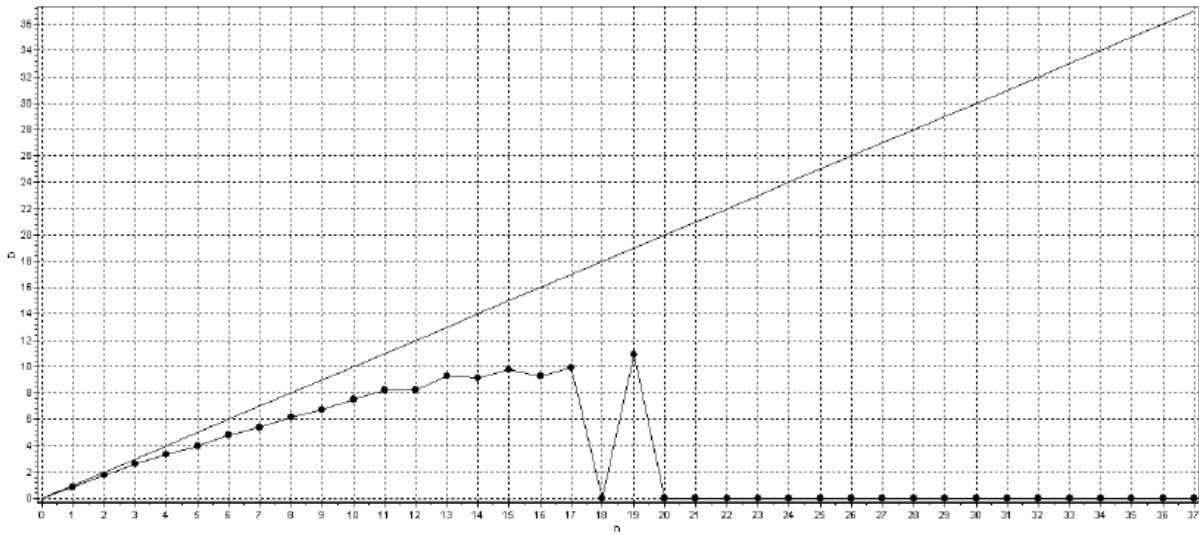


Рис. 4. Графік $D_C = F(N)$ для SIN_SURRE()

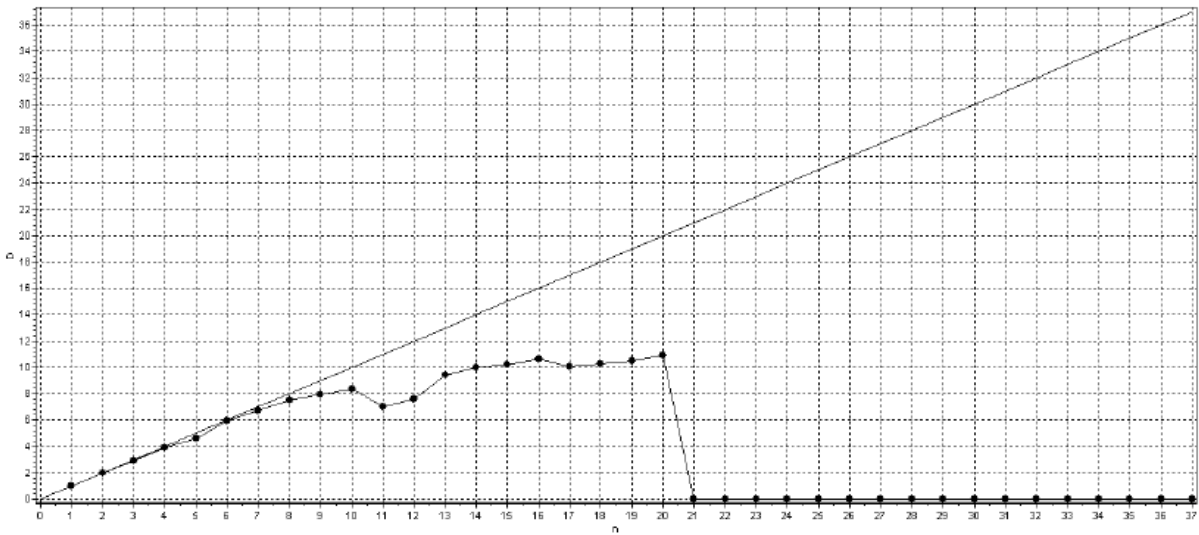


Рис. 5. Графік $D_C = F(N)$ для LOR100DX1_SURRE()

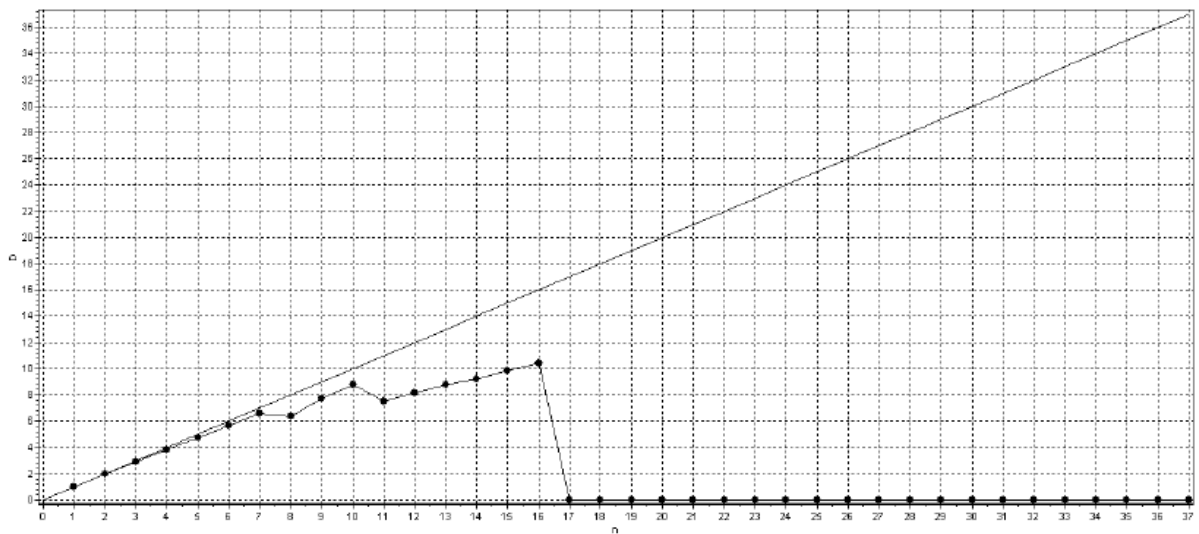


Рис. 6. Графік $D_C = F(N)$ для RAND_SURRE()RAND_SURRE()

При ідентифікації відповідних часових рядів певну допомогу можна одержати при визначенні величини оптимальної часової затримки τ , оскільки ця величина безпосередньо залежить від взаємозв'язку попередніх значень (складових ряду) з його наступними значеннями.

Для детермінованих часових рядів величина τ може істотно відрізнятись залежно від моделі, за допомогою якої був згенерований даний ряд. Наприклад, для рядів, модель яких може бути описана різницеvими рівняннями так званих “каскадних” рядів, величина τ є відносно невеликою (кілька одиниць). Для рядів, модель яких може бути описана звичайними диференціальними рівняннями, тобто “потокoвих” рядів, величина τ може складати вже кілька десятків (а іноді і більше) одиниць.

Тому, знаючи величину τ , можна також зробити деякі попередні висновки про модель, яка може описувати поведінку певного детермінованого ряду. При сурагатизації детермінованих часових рядів істотно порушується дальній взаємозв'язок між наступними та попередніми значеннями ряду. Це призводить до того, що величина τ для “потокoвих” рядів при цьому буде істотно зменшуватись (складати одну...декілька одиниць замість десятків одиниць).

Відносно “випадкових” рядів, то величина τ для цих рядів складає у більшості випадків одну...кілька одиниць як до, так і після сурагатизації (певний взаємозв'язок між складовими ряду відсутні первісно). Крім того, оптимальна часова затримка τ може бути використана при аналізі природи рядів. Наприклад, величина τ дозволяє попередньо відрізнити “потокoві” ряди від рядів “каскадних” та “випадкових” (відрізнити “випадкові” ряди від “каскадних” не може).

Аналіз часових рядів гідрометеорологічної інформації

Для демонстрації практичного аналізу кліматичних часових рядів розглянемо три ряди з різними типами поведінки: середньомісячні значення атмосферних опадів (ряд R) та середньомісячні значення температур (ряд T) у м. Києві за період 1860-2004 роки довжиною 1740 значень, а також, враховуючи безпосередній вплив сонячної активності на клімат [13], ряд середньомісячних значень чисел Вольфа W (див. рис. 7-9).

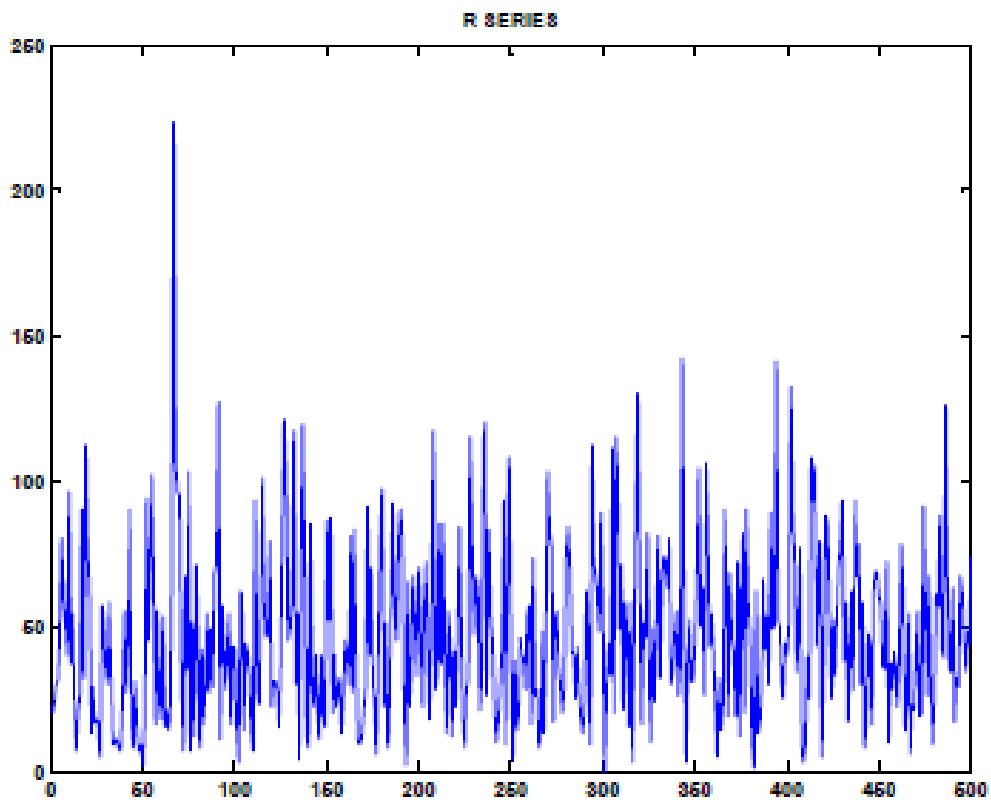


Рис. 7. Середньомісячні значення атмосферних опадів (ряд R)

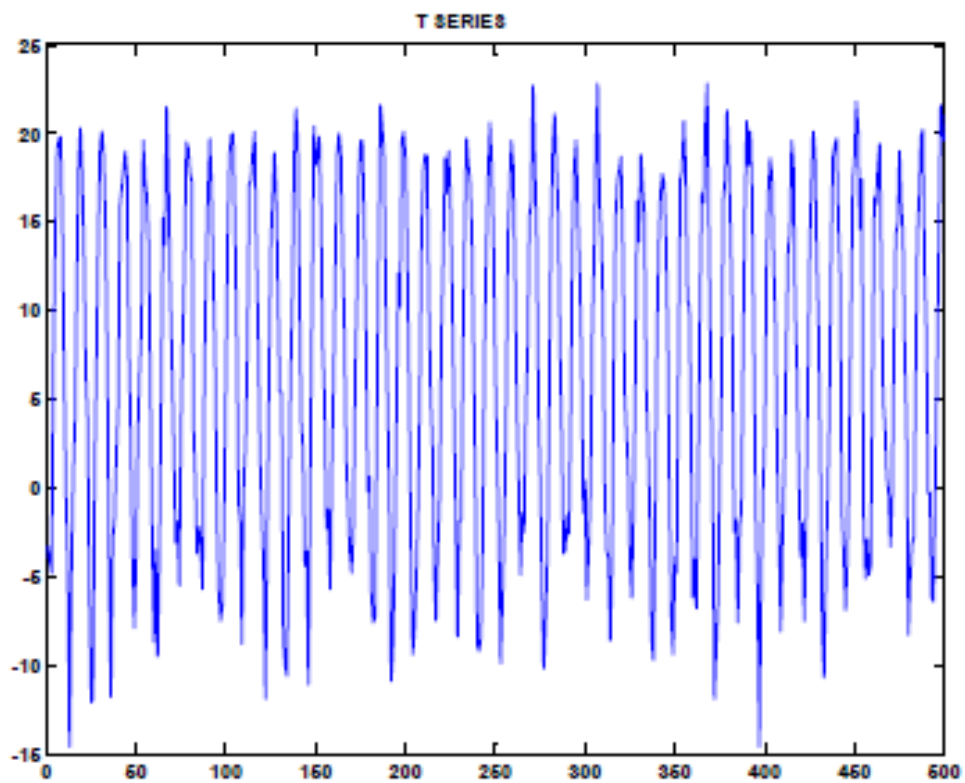


Рис. 8. середньомісячні значення температур (ряд T)

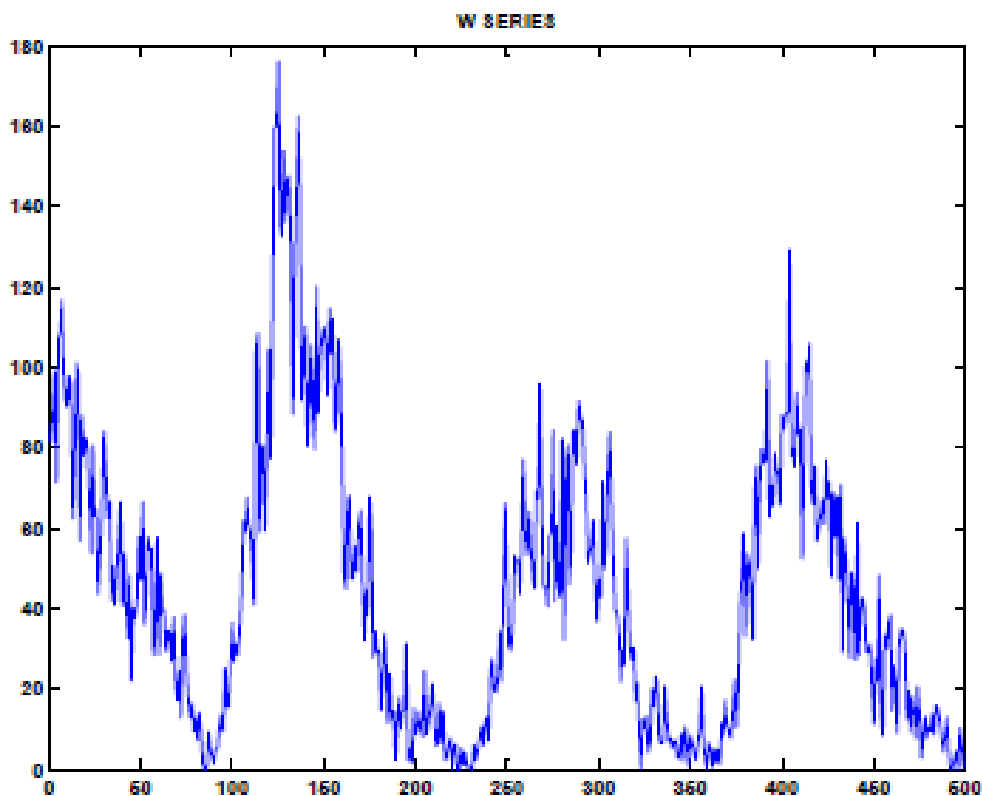


Рис. 9. ряд середньомісячних значень чисел Вольфа W

В результаті проведених розрахунків для ряду R була визначена величина оптимальної часової затримки $\tau = 2$, кореляційної розмірності $D_C = 6,569$ та величина розмірності фазового простору $N = 8$, а також побудований відповідний графік $D_C = F(N)$ для цього ряду (див. рис. 10). Для сурегатизованого ряду R ці величини склали відповідно $\tau = 1$, $D_C = 7,886$ та $N = 14$. Графік $D_C = F(N)$ для цього ряду наведений на рис. 11.

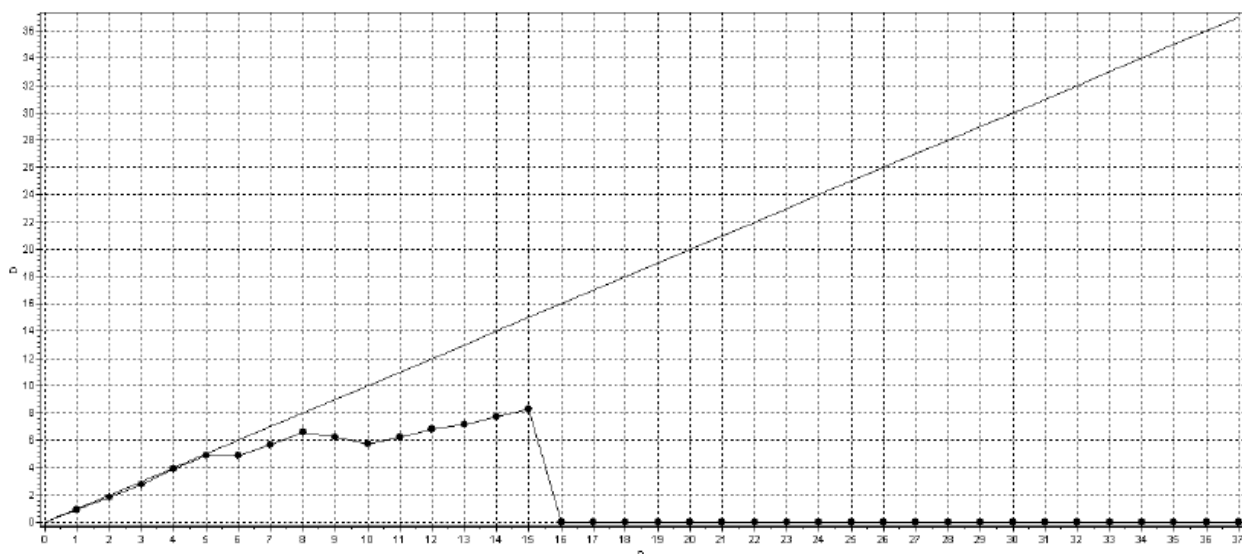


Рис. 10. графік $D_C = F(N)$ для ряду R

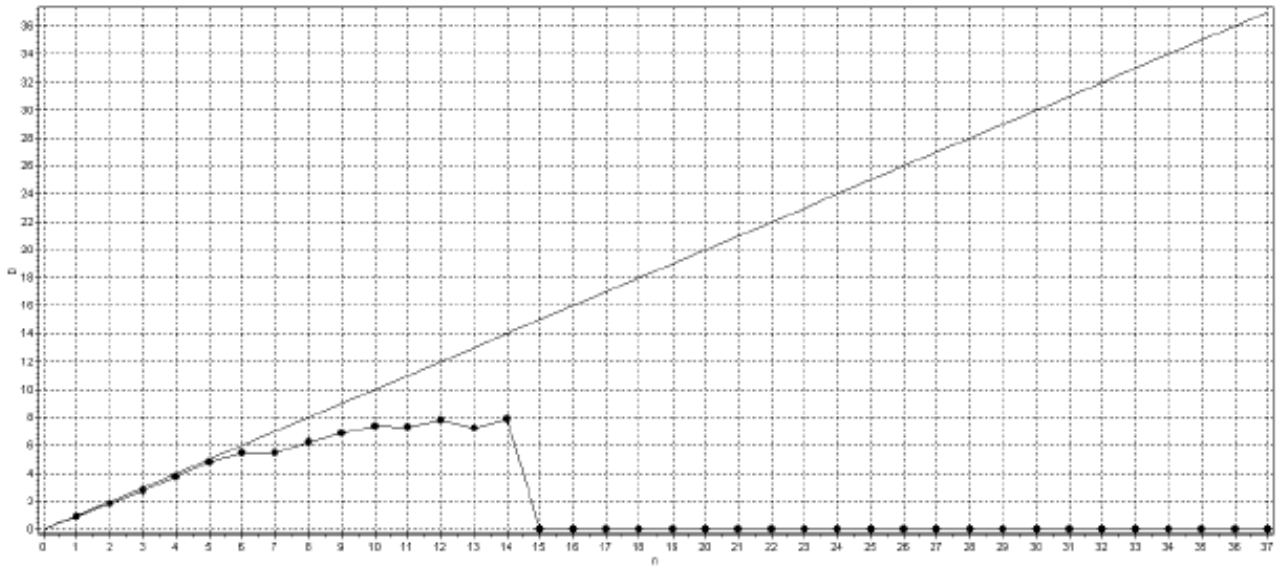


Рис. 11. Графік $D_C = F(N)$ для ряду сурагатизованого ряду R

Були розраховані для ряду T величини $\tau = 2$, $D_C = 3,901$ та $N = 4$. Для сурагатизованого ряду T ці величини склали відповідно $\tau = 1$, $D_C = 8,334$ та $N = 15$.

Графіки $D_C = F(N)$ для ряду T та сурагатизованого ряду T наведені на рис. 12 та рис. 13.

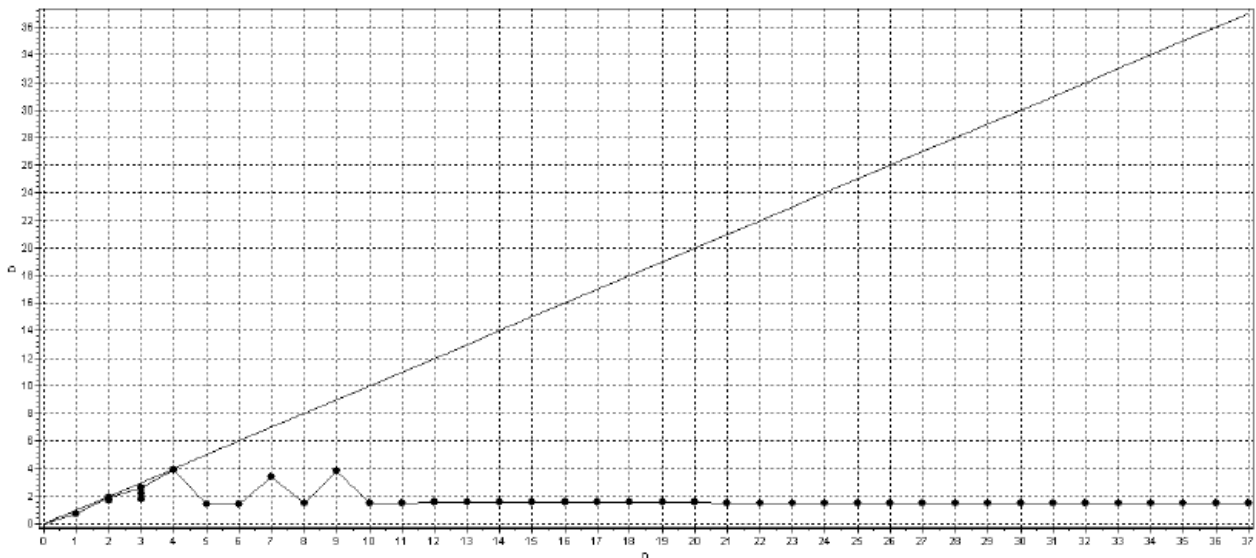


Рис. 12. Графік $D_C = F(N)$ для ряду T

Для ряду W ці величини були відповідно $\tau = 17$, $D_C = 4,509$, $N = 5$, а після сурагатизації ряду склали: $\tau = 1$, $D_C = 7,666$ та $N = 10$. Графіки $D_C = F(N)$ для ряду W та сурагатизованого ряду T наведені на рис. 14 та рис. 15.

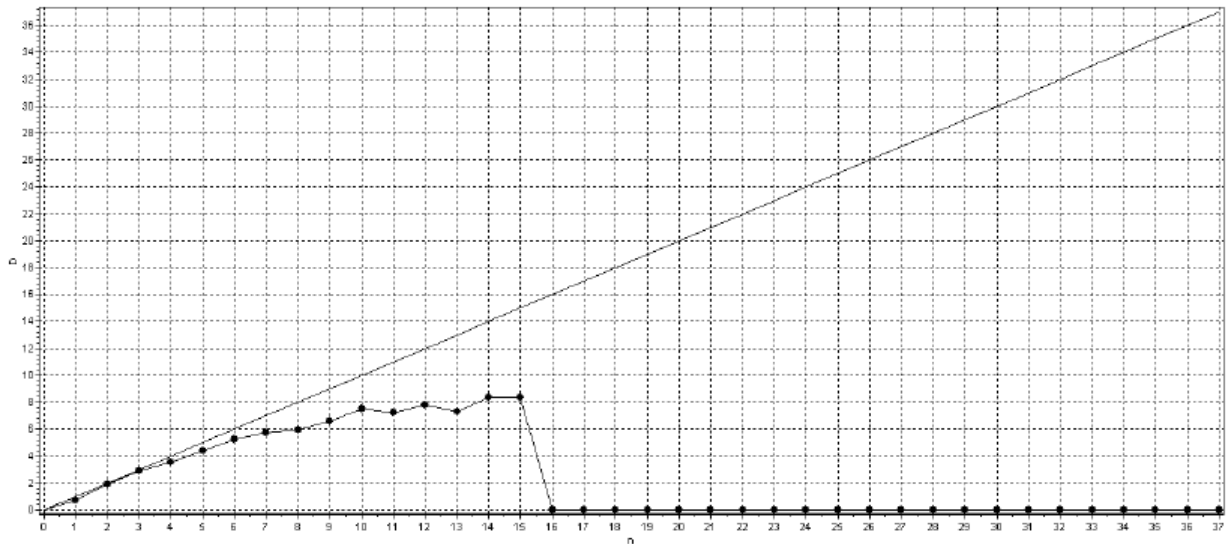


Рис. 13. Графік $D_c = F(N)$ для сурагатизованого ряду T

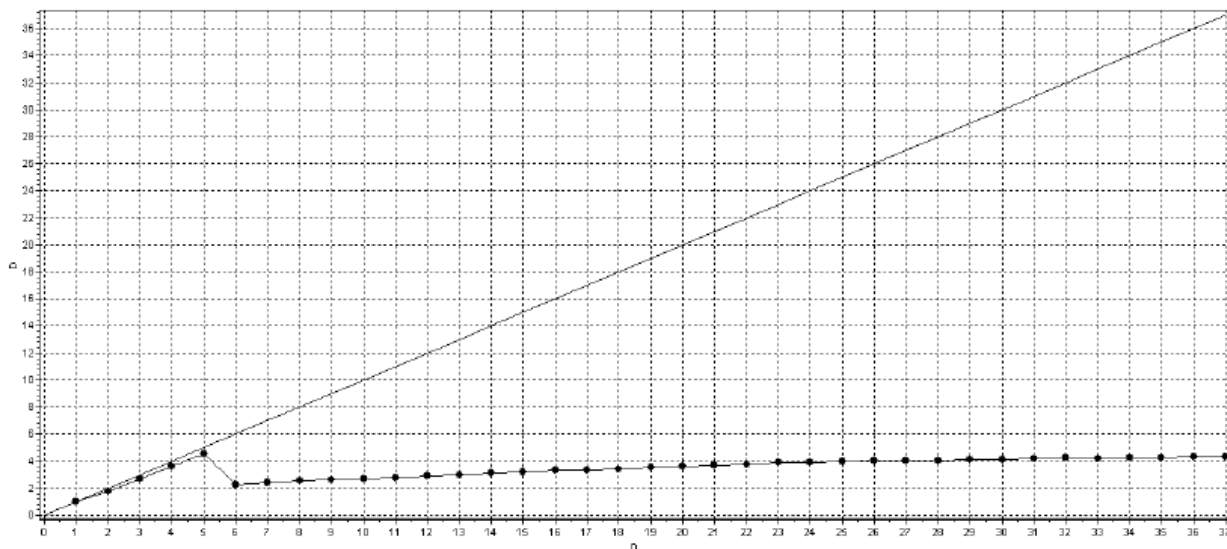


Рис. 14. Графік $D_c = F(N)$ для ряду W

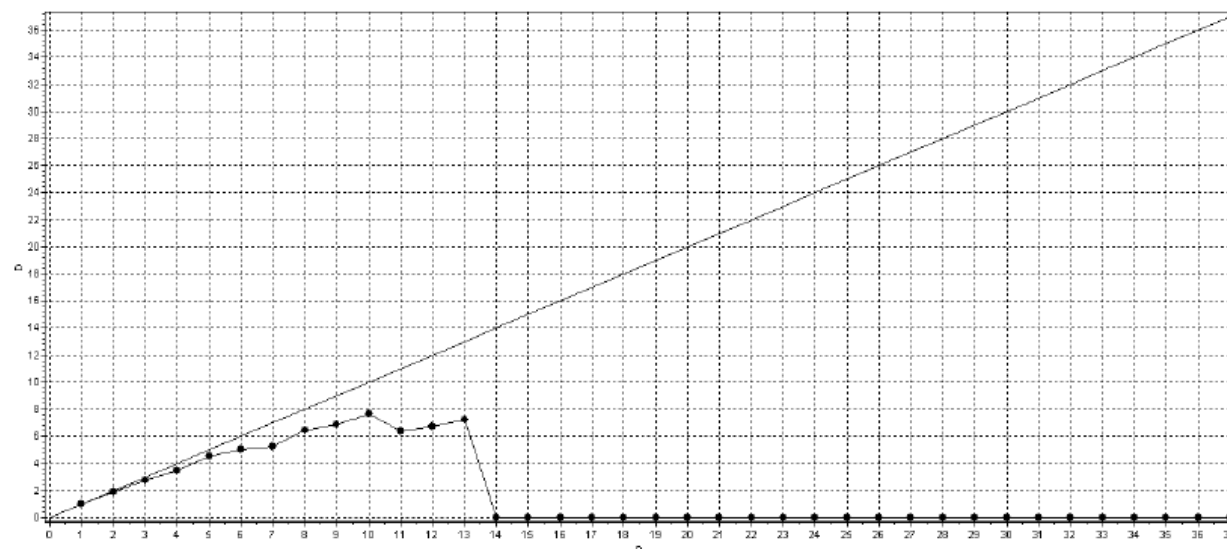


Рис. 15. Графіки $D_c = F(N)$ для сурагатизованого ряду T

Проведемо ідентифікацію цих рядів за попередньо запропонованою методикою.

Як бачимо, графік на рис. 10 дуже схожий з графіком $D_C = F(N)$ для ряду RAND (), який зображено на рис. 3. Тобто часовий ряд атмосферних опадів демонструє поведінку, яка притаманна у більшому ступені “випадковим” рядам. Про це у певній мірі свідчить схожість графіків $D_C = F(N)$ для ряду R (рис. 10) та сурагатизованого ряду R (рис. 11).

Однак у повній мірі ряд R визначити як “випадковий” не можна. Так, аналіз даних розрахунків показує, що при сурагатизації цього ряду значення τ зменшується з 2 до 1. Для ряду RAND () це значення не змінюється.

Крім того, сурагатизація ряду R призводить до збільшення значення D_C (з 6,569 до 7,886), в той час як при сурагатизації ряду RAND () маємо відповідне зменшення D_C (з 10,857 до 8,783). Також сурагатизація ряду R призводить до збільшення розмірності фазового простору (значення N зростає з 8 до 14), в той час як сурагатизація ряду RAND () – до зменшення величини N (з 16 до 10). Таким чином, математична модель часових рядів атмосферних опадів повинна враховувати оптимальне сполучення випадковості та детермінованості, що також відмічалось у процесі дослідження таких рядів методом рекурентних графіків [14].

З деяких позицій величина $\tau = 2$ для ряду R свідчить про доцільність використання різницевого рівняння при моделюванні поведінки цього ряду.

Щодо часового ряду температур T , то навіть вид графіка $D_C = F(N)$ до та після сурагатизації вже однозначно свідчить про те, що поведінка такого ряду у більшому ступені буде детермінованою (див. вище). Про це свідчать також малі величини кореляційної розмірності та розмірності фазового простору.

Враховуючи невеликі значення оптимальної часової затримки, що були одержані для цього ряду, можна припустити, що його математична модель може бути побудована на основі різницевого рівняння.

Однак однозначно стверджувати про використання тільки такої моделі, базуючись на певному значенні τ при детермінованій поведінці ряду, не є коректним. У даному випадку можливе також використання альтернативної математичної моделі ряду T на базі системи звичайних диференціальних рівнянь четвертого порядку (або навіть вищого порядку, наприклад п'ятого).

Відносно ряду W , то відзначимо, що графік $D_C = F(N)$ у даному випадку дуже схожий з графіком першої координати стомірного рівняння Лоренца, що говорить про детерміновану поведінку ряду W . Невеликі значення кореляційної розмірності (4,509) та розмірності фазового простору (5), а також порівняльний аналіз графіків $D_C = F(N)$ вихідного та сурагатизованого рядів W також свідчать на користь детермінізму у поведінці цього ряду. Математичну модель поведінки ряду W доцільно побудувати на основі системи звичайних диференціальних рівнянь п'ятого порядку (враховуючи у першому наближенні, що $N = 5$). При цьому, звичайно, слід переконатися у погодженості величини кореляційної розмірності та розмірності фазового простору з довжиною ряду.

Висновки

1. Запропонований метод оцінки часових кліматичних рядів, що базується на використанні деяких характеристик апарата нелінійного аналізу динамічних систем. За допомогою цього метода можна робити висновки про характер поведінки рядів навіть без побудови та повного аналізу графіка цих рядів.
2. Цей метод дає можливість аналізувати дуже короткі ряди, а також ряди з великою розмірністю, і дозволяє обходити фундаментальні обмеження, які звичайно накладаються на довжину рядів. Враховуючи це, метод може бути також корисним при дослідженні гідрологічних рядів спостережень.
3. Поведінка часового ряду чисел Вольфа W згідно запропонованого методу є детермінованою, що узгоджується із загальноприйнятими поглядами з цього питання. Математична модель цього ряду може бути побудована за допомогою маломірних систем звичайних диференціальних рівнянь.
4. Поведінку часового ряду T також можна вважати детермінованою. Математичну модель такого ряду можна представити як маломірну модель у вигляді системи різницевих рівнянь або системи звичайних диференціальних рівнянь (остання більш прийнятна).
5. У зв'язку з тим, що поведінка часового ряду атмосферних опадів R є досить складною, математична модель у сукупності повинна відобразити як "випадкову", так і детерміновану складову характеристики ряду.

Існуючі методи аналізу нелінійної динаміки [6] дозволяють адекватно оцінювати поведінку та будувати прогнозну математичну модель для конкретних кліматичних рядів з такими властивостями.

Література

1. Гірські автомобільні дороги України // Під ред. В.О.Герасимчука. – Коломия, вид. “Вік”, 1998. – 348 с.
2. Raidl A. Is Weather Chaotic? – Nostradamus. 1-st National Prediction Workshop. – Dep. Of Automatic Control, TUBrno. – 1998. – P. 44-48.
3. Orrell D., Smith L., Barkmeijer J., Palmer T.N. Modal error in weather forecasting. – Nonlinear Processes in Geophysics. – 2001. – № 8. – P.357-371.
4. Wan S.Q., Feng G.L., Wahg L. et al. A nonlinear method for detecting climate mutation. Climate of the Past Discussions is the access reviewed discussion forum of Climate of the Past, 2008. – P. 1047-1060.
5. Гамеляк І.П., Якименко Я.М. Аналіз впливу метеорологічних факторів на роботу здатність конструкції дорожнього одягу // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, вип. 75. – К.: НТУ, 2008. – С. 336-340.
6. Малинецкий Г.Г., Потапов А.В. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС. – 2000. – 336 с.
7. Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой. Лекции соросовского профессора. – М. – Ижевск, “Институт компьютерных исследований”. – 2002. – 144 с.
8. Постнов Д.Э., Павлов А.Н., Астахов С.В. Методы нелинейной динамики. – Саратов, СГУ. –2008. –127 с.
9. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. – М.: Мир. – 1988. – 240 с.
10. Кузнецов С.П. Динамический хаос. – М.: Физмат лит. – 2001. – 296 с.
11. Fraedrich K. Estimating the Dimensions of Weather and Climate Attractors. – Journal of the Atmospheric Sciences. – 1986. – Vol. 43, № 5. – P. 419-432.
12. Найденов В.И., Кожевникова И.А. Хаотическая динамика гидросферы и климата. – Доклады РАН. – М.: 2002, Т. 384, № 3. – С. 385-390.
13. Герман Дж. Р., Голдберг Р.А. Солнце, погода и климат. – Л.: Гидрометеиздат, 1981. – 319 с.
14. Петрович В.В., Артеменко В.А. Дослідження особливостей часового ряду кліматичних даних методом рекурентних графіків // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, вип.78. – К.: НТУ, 2010. – С. 92-107.