

Кузло М.Т. д-р техн. наук

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН БАГАТОШАРОВИХ ГРУНТОВИХ МАСИВІВ В УМОВАХ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЇ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ

Анотація. Отримано теоретичні рішення з визначення напружено-деформованого стану багатошарових ґрунтових масивів при наявності та фільтрації сольових розчинів з урахуванням фільтраційної консолідації ґрунту.

Ключові слова: переміщення, напруження, фільтраційна консолідація.

Аннотация. Получены теоретические решения с определения напряженно-деформованного состояния многослойного грунтового массива при наличии и фильтрации солевых растворов с учетом фильтрационной консолидации грунта.

Ключевые слова: перемещения, напряжения, фильтрационная консолидация.

Annotation. The theoretical decisions towards the determination of strained-deformed state of multilayer soil massifs under the availability of salt solutions taking into account the filtration consolidation of soil have been obtained.

Key words: transference, tension, filtration consolidation.

Відомо, що у процесі будівництва автомобільних доріг земляне полотно зводиться не відразу, а поступовим нарощуванням кількості шарів. Кожен шар може володіти власними властивостями, які суттєво відрізняються від властивостей інших шарів. Такий шар ґрунту будемо називати зростаючим. Відомо багато наукових робіт з дослідженням консолідації зростаючого шару ґрунту [1]. Однак, в них в якості порової рідини приймалась чиста вода і не враховувався ефект наявності сольових розчинів в ґрунтах [2].

Метою роботи є отримання аналітичних залежностей, що описують напружено-деформований стан (НДС) багат шарових ґрунтових масивів в умовах фільтраційної консолідації сольових розчинів.

Для вирішення даної проблеми, розглянемо одновимірну задачу напружено-деформованого стану багат шарового ґрунтового масиву, який складається з n горизонтальних шарів з врахуванням фільтраційної консолідації ґрунту під впливом рівномірно прикладеного зовнішнього навантаження інтенсивністю $q(t)$ (рис.1). Якщо поровою рідиною ґрунту є сольовий розчин з певним розподілом концентрації солей $c(x)$, тоді виникає задача вивчення впливу переносу солей на проходження фільтраційної консолідації даного масиву ґрунту.

Нехай на нижній поверхні ґрунту на межі $x=0$ задано п'єзометричний напір H_1 та концентрація розчинених у воді солей C_1 , а на глибині l_k відповідно H_2 та C_2 ($H_2 > H_1, C_2 > C_1$).

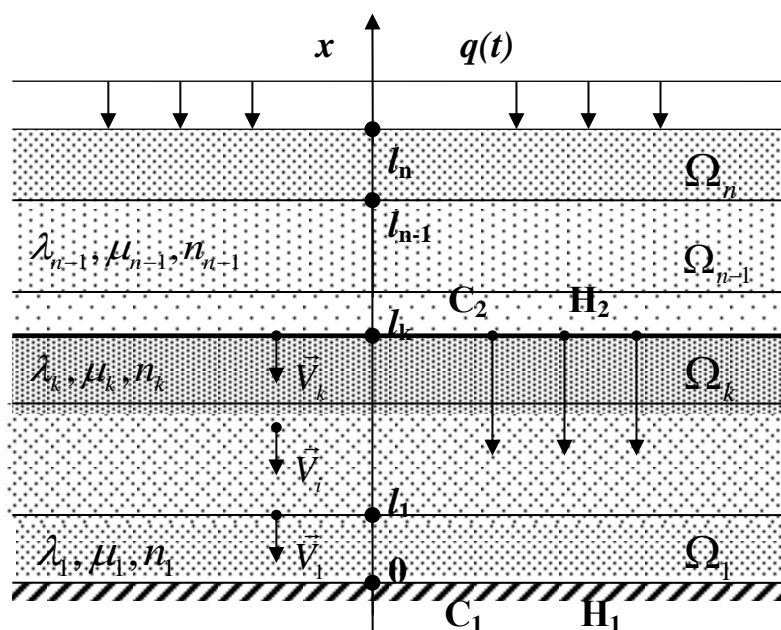


Рисунок 1 - Багат шаровий ґрунтовий масив при наявності фільтраційної консолідації

Математичну модель даної задачі з рівнянь НДС, що записані в переміщеннях, рівняння конвективної дифузії розчинених солей, рівняння фільтраційної консолідації ґрунту.

Рівняння НДС в переміщеннях для заданої розрахункової схеми записуються у вигляді:

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{d^2 u_i}{dx^2} = X_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad x \in \bigcup_{i=1}^n (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0. \quad (1)$$

Тут: $u_i, \quad i = \overline{1, n}$ – переміщення вздовж осі ОХ в ґрунтах, що знаходяться відповідно в зваженому та в природному станах; $\lambda_i, \mu_i, \quad i = \overline{1, n}$ – коефіцієнти Ламе (пружні сталі);

$$X_i = \begin{cases} \gamma_{зв.i} + \frac{dp_i}{dx}, & i = \overline{1, k}, \\ \gamma_{np.i}, & i = \overline{k+1, n}. \end{cases}$$

де $\gamma_{зв.i}, \quad i = \overline{1, k}$ – питома вага ґрунту в i -ому шарі в зваженому стані;
 $p_i, \quad i = \overline{1, k}$ – фільтраційний тиск.

Крайові умови для переміщень мають вигляд:

$$u_1(0) = 0, \quad (2)$$

$$u_n(l) = 0, \quad \text{або} \quad \frac{du_n(l)}{dx} = 0. \quad (3)$$

Умови спряження записуються так:

$$u_i(l_i) = u_{i+1}(l_i), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (4)$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{du_i(l_i)}{dx} = (\lambda_{i+1} + 2\mu_{i+1}) \frac{du_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (5)$$

Запишемо рівняння конвективної дифузії розчинених солей:

$$D_i \frac{d^2 c_i}{dx^2} - V_i \frac{dc_i}{dx} - \gamma(c_i - C_*) = 0, \quad i = \overline{1, k}. \quad (6)$$

Крайові умови та умови спряження для концентрації мають вигляд:

$$L_1 c_1 = \left(\alpha_1 c + \beta_1 \frac{dc_1}{dx} \right) \Big|_{x=0} = C_1, \quad (7)$$

$$c_i(l_i) = c_{i+1}(l_i), \quad i = \overline{1, k-1}, \quad (8)$$

$$D_i \frac{dc_i(l_i)}{dx} = D_{i+1} \frac{dc_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = \overline{1, k-1}, \quad (9)$$

$$L_2 c_k = (\alpha_2 c + \beta_2 \frac{dc_k}{dx}) \Big|_{x=l_k} = C_2, \quad (10)$$

де $L_1 c_1, L_2 c_k$ - оператори, що задають граничні умови для концентрації на вході та на виході фільтраційного потоку.

Фільтрацію сольових розчинів запишемо у вигляді рівняння:

$$V_i = -k(c(x)) \frac{dh_i}{dx} \pm v \frac{dc_i}{dx}, \quad \frac{dV_i}{dx} = 0, i = \overline{1, k} \quad (11)$$

де $k(c(x))$ - коефіцієнт фільтрації; v - коефіцієнт осмосу.

В формулі (11) знак „+” відповідає нормальній осмотичній фільтрації, а знак „-” – аномальній.

Основне рівняння консолідації ґрунту при наявності сольових розчинів має вигляд:

$$\frac{1 + \bar{e}}{\gamma_{sp} a} \left[\frac{d}{dx} \left(k(c(x)) \frac{dh_i}{dx} \right) \mp \frac{d}{dx} \left(v \frac{dc_i}{dx} \right) \right] = 0, i = \overline{1, k}, \quad (12)$$

де \bar{e} – середнє значення коефіцієнта пористості; γ_{sp} – питома вага ґрунту;

a – коефіцієнт стисливості ґрунту.

Для розв’язання поставленої задачі розглянемо масив ґрунту, що складається з двох шарів з вільною поверхнею на висоті l_2 . Перейдемо до безрозмірних величин згідно формул

$$\bar{x} = \frac{x}{l_0}, \quad \bar{l} = \frac{l}{l_0}, \quad \bar{k} = \frac{k}{\tilde{k}}, \quad \bar{u}_i = \frac{u_i}{l_0}, \quad \bar{a}_i = a_i \cdot l_0, \quad i = \overline{1, 3},$$

$$\bar{c}_i = \frac{c_i}{C_*}, \quad \bar{D}_i = \frac{D_i}{l_0 \tilde{k}}, \quad \bar{a}'_i = a'_i \cdot l_0, \quad \bar{a}''_i = a''_i \cdot l_0, \quad \bar{l}_i = \frac{l_i}{l_0}, \quad \bar{h}_i = \frac{h_i}{l_0}, \quad \bar{p}_i = \frac{p_i}{l_0}, \quad i = \overline{1, 2},$$

де $\bar{l} < 1$ для будь-якого $t > 0$.

Враховуємо, що $l(t) \leq l_0, l(t) - l_0 = u_3(l(t)), l(0) = l_0$.

Математична модель НДС ґрунту у безрозмірних змінних запишеться у вигляді (рисочки над безрозмірними змінними опустимо):

$$\frac{d^2 u_i}{dx^2} = a_i + a'_i \cdot \frac{1}{k(c(x))} + a''_i \cdot \frac{1}{k(c(x))} \frac{dc_i}{dx}, \quad i = \overline{1, 2}, \quad (13)$$

$$x \in \bigcup_{i=1}^2 (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0,$$

$$\frac{d^2 u_3}{dx^2} = a_3, \quad x \in (l_2, l), \quad (14)$$

$$\text{де } a_i = \frac{\gamma_{зв.i} - \gamma_p}{\lambda_i + 2\mu_i}, \quad a'_i = \frac{\gamma_p A_i}{(\lambda_i + 2\mu_i)}, \quad a''_i = \frac{\pm \gamma_p V}{(\lambda_i + 2\mu_i)}, \quad i = 1, 2, \quad a_3 = \frac{\gamma_{np.}}{\lambda_3 + 2\mu_3}.$$

Розглянемо випадок, коли крайові умови для переміщень мають вигляд

$$u_1(0) = 0, \quad \frac{du_3(l)}{dx} = 0 \quad (15)$$

З умови (15) випливає наявність переміщення верхньої межі ґрунту.

Умови спряження запишуться у вигляді:

$$u_i(l_i) = u_{i+1}(l_i), \quad i = \overline{1, 3}, \quad (16)$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{du_i(l_i)}{dx} = (\lambda_{i+1} + 2\mu_{i+1}) \frac{du_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (17)$$

Загальний розв'язок (13), (14) отримано у вигляді

$$u_i(x) = \frac{a_i x^2}{2} + a'_i \int_{l_{i-1}}^x \left(\int_{l_{i-1}}^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + a''_i \int_{l_{i-1}}^x c(z) \left(\int_{l_{i-1}}^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + c_{2i-1} x + c_{2i}, \quad i = 1, 2, \quad (18)$$

$$u_3(x) = \frac{a_3 x^2}{2} + c_5 x + c_6, \quad (19)$$

$$\text{де } c_2 = 0, \quad (20)$$

$$c_5 = -a_3 l, \quad (21)$$

$$c_1 = \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\lambda_1 + 2\mu_1} (a_2 l_1 + c_3) - a_1 l_1 - (a'_1 + a''_1 c(l_1)) \int_0^{l_1} \frac{dz}{k(c(z))}, \quad (22)$$

$$c_3 = \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_2 + 2\mu_2} (a_3 l_2 + c_5) - a_2 l_2 - (a'_2 + a''_2 c(l_2)) \int_{l_1}^{l_2} \frac{dz}{k(c(z))}, \quad (23)$$

$$c_4 = \frac{a_1 - a_2}{2} l_1^2 + a'_1 \int_0^{l_1} \left(\int_0^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + a''_1 \int_0^{l_1} c(z) \left(\int_0^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + l_1 (c_1 - c_3), \quad (24)$$

$$c_6 = \frac{a_2 - a_3}{2} l_2^2 + a'_2 \int_{l_1}^{l_2} \left(\int_{l_1}^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + a''_2 \int_{l_1}^{l_2} c(z) \left(\int_{l_1}^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + l_2 (c_3 - c_5) + c_4. \quad (25)$$

Таким чином, задача НДС двошаровому масиві ґрунту при наявності переміщення верхньої межі з врахуванням фільтраційної консолідації розв'язана повністю і дається формулами (18)-(25).

В якості прикладу виконані числові розрахунки з визначення величини переміщень, деформацій та напружень в багатосаровому ґрунтовому масиві при наступних вхідних даних:

$$\lambda_1 = 7500 \text{ кг/м}^2; \lambda_2 = 13500 \text{ кг/м}^2; \lambda_3 = 17000 \text{ кг/м}^2; \mu_1 = 5000 \text{ кг/м}^2; \\ \mu_2 = 9000 \text{ кг/м}^2; \mu_3 = 11500 \text{ кг/м}^2; \gamma_{\text{зв.1}} = 11,5 \text{ кг/м}^3; \gamma_{\text{зв.2}} = 10,5 \text{ кг/м}^3; \gamma_{\text{пр.}} = \\ 17,0 \text{ кг/м}^3; l_1 = 0,3 \text{ м}; l_2 = 0,7 \text{ м}; l_0 = 1 \text{ м}; H_1 = 0,05 \text{ м}; H_2 = 0,65 \text{ м}; C_1 = 0 \text{ г/л}; \\ C_2 = 350 \text{ г/л}; D_1 = 0,02 \text{ м}^2/\text{доба}; D_2 = 0,019 \text{ м}^2/\text{доба}; \nu = 2,8 \cdot 10^{-5} \\ \text{м}^5/\text{кг} \cdot \text{доба}.$$

Результати розрахунку з визначення переміщень, деформацій та напружень наведені в табл. 1.

Таблиця 1 - Значення переміщень, деформацій та напружень

	x	$u(x), \times 10^{-4}$	$\varepsilon(x), \times 10^{-4}$	$\sigma(x)$
Ґрунт в зваженому стані	0	0	-6,62532	-11,59431
	0,1	-0,61645	-6,13499	-10,73624
	0,2	-1,13785	-5,62829	-9,84951
	0,3	-1,47713	-4,82753	-8,44817
Ґрунт в зваженому стані	0,3	-1,47713	-2,68196	-8,44817
	0,4	-1,69514	-2,53423	-7,98283
	0,5	-1,86961	-2,34808	-7,39645
	0,6	-1,95017	-2,05028	-6,45838
	0,7	-1,89294	-1,61724	-5,09431
Ґрунт в природному стані	0,7	-1,89294	-1,27358	-5,09431
	0,8	-1,99905	-0,84857	-3,39431
	0,9	-2,06266	-0,42357	-1,69431
	1,0	-2,08377	0,00142	0,00569

Графіки розподілу переміщень, деформацій та напружень за глибиною ґрунту наведені відповідно на рис. 2, 3 та 4.

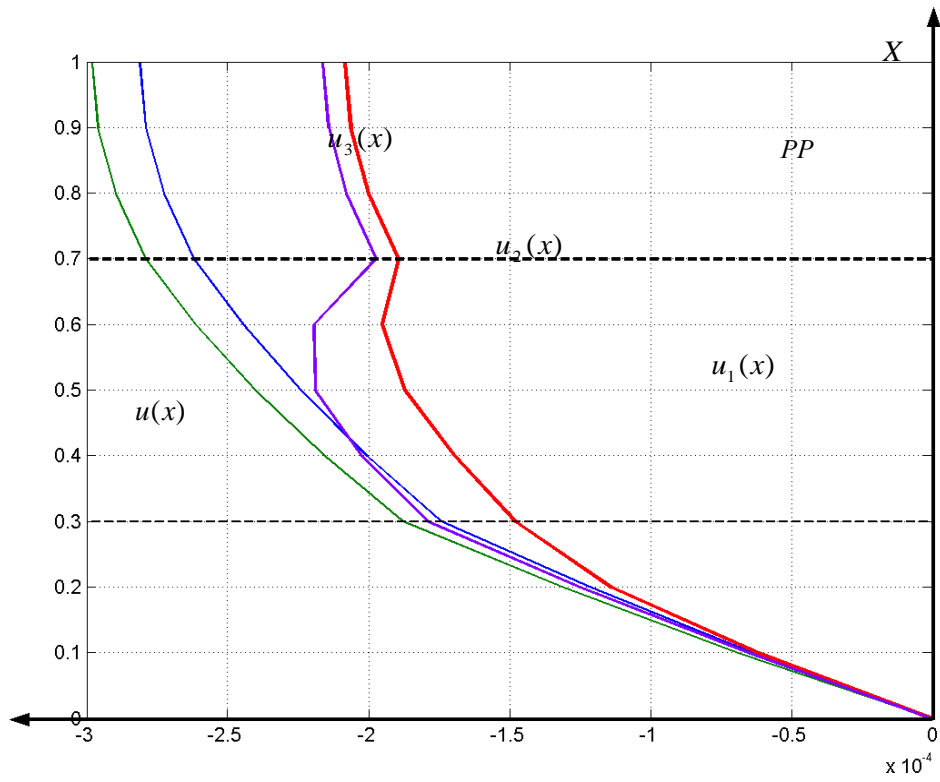


Рисунок 2 - Графік розподілу переміщень

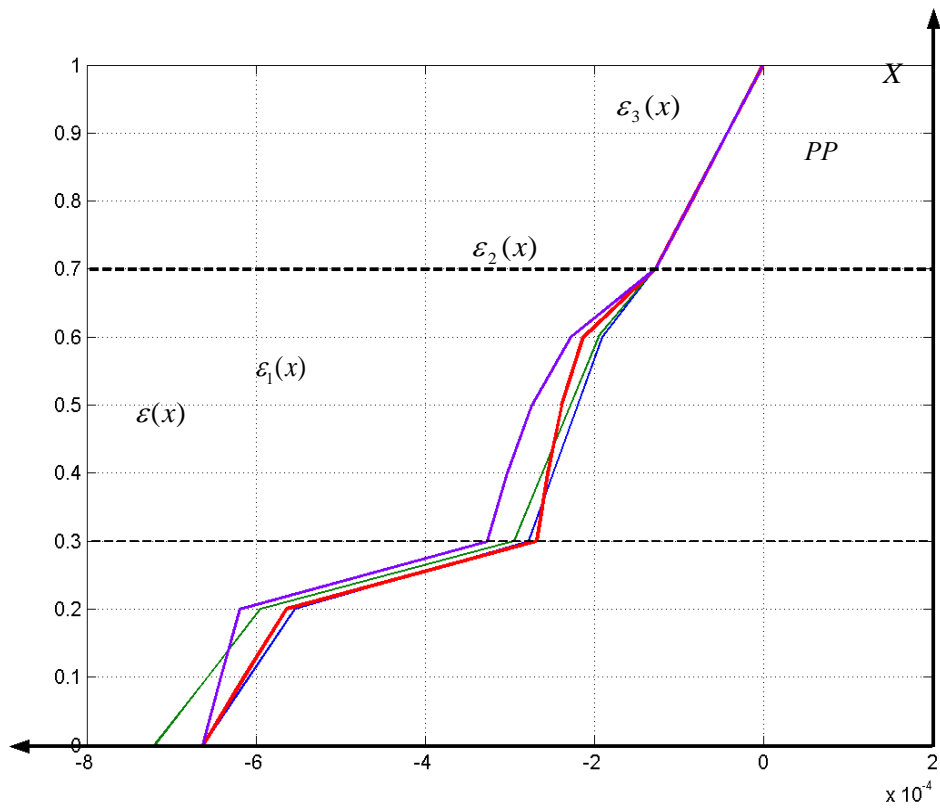


Рисунок 3 - Графік розподілу деформацій

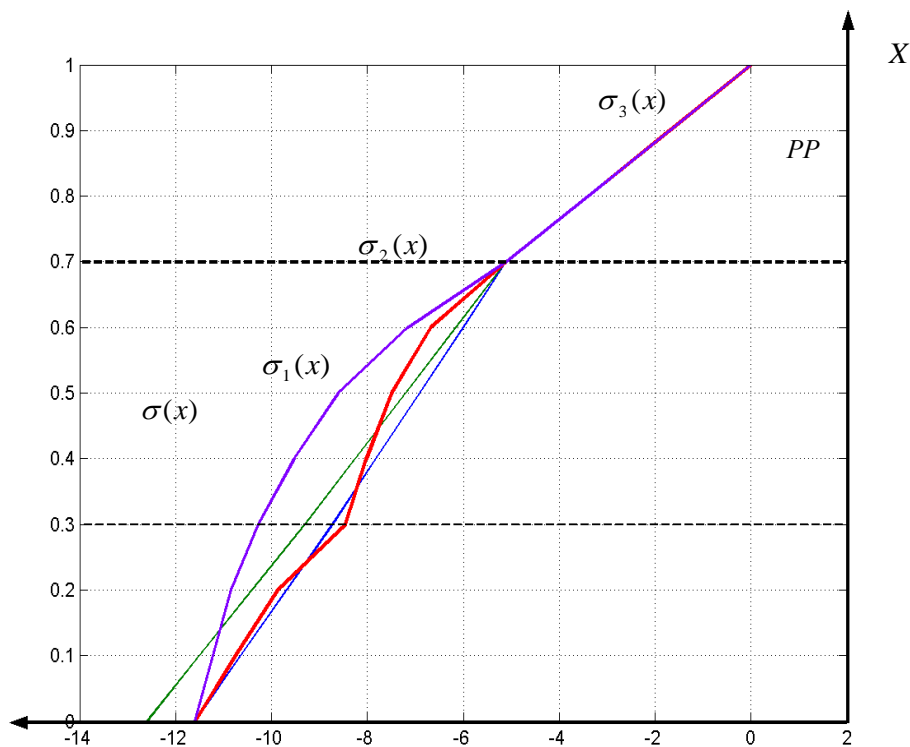


Рисунок 4 - Графік розподілу напружень

Висновок

Отримані результати показують, що вказані вказані фізико-механічні процеси суттєво впливають на напружено-деформований стан багатошарового ґрунтового середовища. В результаті цього впливу може погіршуватися нормальна експлуатація земляного полотна та дорожнього одягу. Подальшими дослідженнями можуть бути отримання відповідних розв'язків при змінних деформаційних характеристиках ґрунту.

Література

1. Гольдин А. Л. Анализ консолидации растущего слоя грунта // Изв. ВНИИГ. – 1972. – Т.99. – С.119-126.
2. Кузлю М. Т. Оцінка напружено-деформованого стану багатошарового ґрунтового масиву при дії фільтраційного потоку води // Комунальне господарство міст: Науково-технічний збірник. – Вип. 105 – Харків, 2012. – С.232-241.