

ШТУЧНІ ТА ПІДЗЕМНІ ТРАНСПОРТНІ СПОРТУДИ

УДК 624.21.

Снитко В.П., канд. техн. наук

РОЗРАХУНОК МОСТІВ З ВТОПЛЕНИМИ У БЕТОН МЕТАЛЕВИМИ БАЛКАМИ НА ДІЮ НОРМАЛЬНОЇ СИЛИ N З УРАХУВАННЯМ ПОВЗУЧОСТІ І УСАДКИ БЕТОНУ

Анотація. У статті розглянуто методику розрахунку прогонових будов автодорожніх мостів з втопленими у бетон металевими балками з врахуванням повзучості і усадки бетону.

Ключові слова: прогонова будова мосту, напруження, згинальний момент, поздовжня сила, усадка і повзучість бетону.

Аннотация. В статье рассмотрена методика расчета пролетных строений автодорожных мостов с утопленными в бетон металлическими балками с учетом ползучести и усадки бетона.

Ключевые слова: пролетное строение моста, напряжение, изгибающий момент, продольная сила, усадки и ползучесть бетона.

Annotation. In the article the method of calculation spans highway bridges with recessed in concrete with metal beams considering creep and shrinkage of concrete.

Keywords: bridge span , tension, bending moment , longitudinal strength, shrinkage and creep of concrete.

Вступ

Мости з втопленими у бетон металевими балками часто використовують, особливо закордоном, як на автомобільних дорогах, так і на залізницях. Такі конструкції використовують і для мостів під швидкісні поїзди у Німеччині і Франції.

Основна частина

Покажемо методику розрахунку такої прогонової будови моста на дію нормальної сили з урахуванням повзучості і усадки бетону.

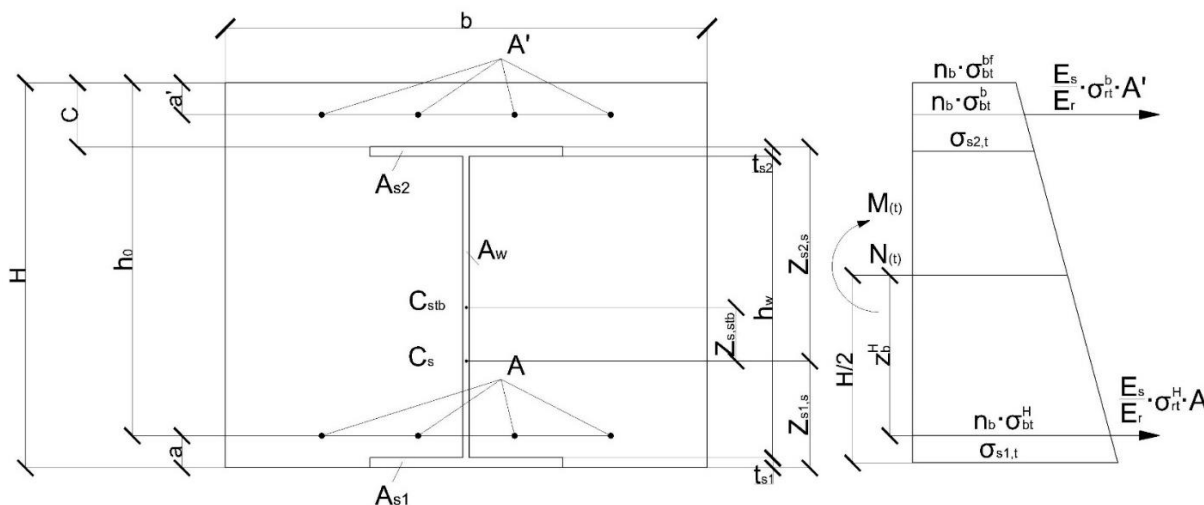


Рисунок 1 – Напруження в сталезалізобетонному перерізі

Розглянемо сталезалізобетонний працюючий без тріщин брус з втопленою у бетон металеву балкою і армований арматурою. У кожному перерізі діє нормальна сила N . Силу N прикладаємо посередині висоти сталезалізобетонного перерізу (див. рис.1). Балка довільної форми, але має одну вісь симетрії.

Передбачається, що зчеплення арматури і металеві балки з бетоном здійснено до прикладання навантаження.

Необхідно визначити напруження у бетоні, арматурі і сталевій частині перерізу у будь-який момент часу t .

Приймаємо лінійний закон розподілу напруження у бетоні і сталевій частині перерізу на висоті балки.

Невідомими вважаємо напруження в бетоні на рівні центрів ваги верхньої та нижньої арматури σ_{bt}^B і σ_{bt}^H .

Напруження в арматурі на тих же рівнях σ_{rt}^B і σ_{rt}^H , напруження у сталевій балці на рівні верхньої і нижньої фібри $\sigma_{s2,t}$ і $\sigma_{s1,t}$.

Вважаємо, що невідомі напруження додатні (розтяг). Для визначення невідомих складаємо рівняння проєкцій діючих зусиль на вісь бруса, рівняння моментів діючих зусиль щодо центра ваги нижньої арматури, два рівняння спільності деформацій бетону і верхньої та нижньої арматури, бетону і верхньої

фібри сталеві балки, а також рівняння, що впливає із гіпотези плоских перерізів.

Напруження, що викликані дією нормальної сили N .

Напруження у бетоні у будь-якій точці перерізу, що розташована на відстані Z від центру ваги нижньої арматури σ_{bt}^z через σ_{bt}^B і σ_{bt}^H . Із рисунка 2 видно, що

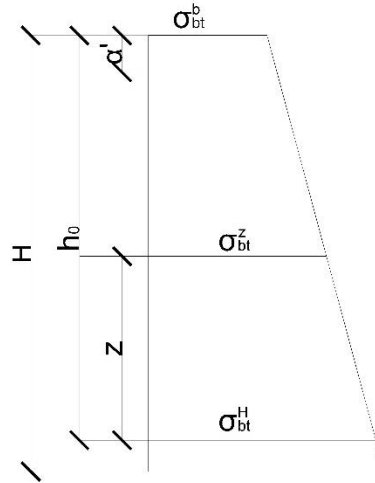


Рисунок 2 – Визначення напруження у бетоні в будь-якій точці перерізу

$$\sigma_{bt}^z = \sigma_{bt}^B \cdot \frac{z}{h_0 - a'} + \sigma_{bt}^H \cdot \frac{(h_0 - a' - z)}{h_0 - a'} \quad (1)$$

Напруження у металевій балці у будь-якій точці її перерізу, що розташована на відстані Z від центру ваги нижньої арматури σ_{st}^z через $\sigma_{s1,t}$ і $\sigma_{s2,t}$ буде:

$$\sigma_{st}^z = \sigma_{s1,t} \cdot \frac{h_0 - c - z}{H - c} + \sigma_{s2,t} \cdot \frac{z + a}{H - c} \quad (2)$$

Рівняння рівноваги

$$\int_{A_b} \sigma_{bt}^z \cdot dA_b + \int_{A_s} \sigma_{st}^z \cdot dA_s + \sigma_{rt}^H \cdot A + \sigma_{rt}^B \cdot A' - N = 0; \quad (3)$$

$$\int_{A_b} \sigma_{bt}^z \cdot Z \cdot dA_b + \sigma_{rt}^B \cdot A' \cdot (h_0 - a') + \int_{A_s} \sigma_{st}^z \cdot Z \cdot dA_s - N \cdot Z_b^H = 0; \quad (4)$$

де ексцентриситет Z_b^H сили N – відстань від середини висоти перерізу балки до центра ваги нижньої арматури: $Z_b^H = \frac{H}{2} - a$.

Рівняння спільності деформацій верхньої арматури і бетону:

$$\frac{\sigma_{rt}^B}{E_r} = \varepsilon_{bt}^B; \quad (5)$$

де ε_{bt}^B повна відносна деформація бетону на рівні центру ваги верхньої арматури у момент часу t ;

E_r – модуль пружності арматури на основі модифікованої теорії старіння бетону [2] одержуємо:

$$\sigma_{rt}^B = n_r \cdot (\sigma_{b_0}^B \cdot K_1 + \sigma_{bt}^B \cdot K_2), \quad (6)$$

де $n_r = \frac{E_r}{E_{b_0}}$ відношення модуля пружності арматури до початкового модуля пружності бетону E_{b_0} ; K_1 і K_2 коефіцієнти, що прийняті при параболічній залежності між напруженнями в бетоні в момент часу t σ_{bt} і характеристикою повзучості бетону φ_t [2], яка обчислюється за формулами :

$$K_1 = (1 - a + K_0) \cdot \frac{\varphi_t}{3}; \quad K_2 = 1 + (2 + a - K_0) \cdot \frac{\varphi_t}{3}.$$

А при лінійній залежності за формулами:

$$K_1 = (1 - a + K_0) \cdot \frac{\varphi_t}{2}; \quad K_2 = 1 + (1 + a - K_0) \cdot \frac{\varphi_t}{2},$$

де φ_t гранична характеристика повзучості бетону, що обчислюється за [1] a і K_0 - коефіцієнти, що обчислюються за [2]

Рівняння спільності деформацій нижньої арматури і бетону за аналогією з попереднім

$$\sigma_{rt}^H = n_r \cdot (\sigma_{b_0}^H \cdot K_1 + \sigma_{bt}^H \cdot K_2). \quad (7)$$

Рівняння спільності деформації верхньої фібри металевої балки і бетону

$$\sigma_{s2,t} = n_b \cdot (\sigma_{b_0}^{s2} \cdot K_1 + \sigma_{bt}^{s2} \cdot K_2), \quad (8)$$

де $n_b = \frac{E_s}{E_{b_0}}$ – відношення модуля пружності сталеві балки E_s до початкового модуля пружності бетону E_{b_0} ;

$\sigma_{b_0}^{s2}$ і σ_{bt}^{s2} – відповідно напруження у бетоні на рівні верхньої фібри металевої балки на момент часу “0” і “ t ” .

З гіпотези плоских перерізів маємо:

$$\sigma_{s1,t} = \sigma_{s2,t} \cdot \frac{H-a'}{c-a'} - \sigma_{rt}^B \cdot \frac{n_b}{n_r} \cdot \frac{H-c}{c-a'}. \quad (9)$$

Підставляємо у рівняння (3) і (4) замість σ_{bt}^z і σ_{st}^z їх значення (1) і (2) , замість σ_{rt}^B і σ_{rt}^H – значення (6) і (7) , а замість $\sigma_{s2,t}$ значення (8) , після деяких перетворень , одержуємо рівняння для визначення напружень σ_{bt}^B і σ_{bt}^H :

$$\beta \cdot \sigma_{bt}^B + \gamma \cdot \sigma_{bt}^H + \Delta N = 0 ; \quad (10)$$

$$m_1 \cdot \sigma_{bt}^B + m_2 \cdot \sigma_{bt}^H + m_4 \cdot N = 0 ; \quad (11)$$

$$\text{де } \beta = \frac{S_b}{h_0 - a'} + F \cdot \frac{h_0 - c}{h_0 - a'} + D \cdot \left[\frac{(h_0 - c) \cdot (H - a')}{(h_0 - a') \cdot (H - c)} - 1 \right] + K_2 \cdot A' \cdot n_r ; \quad (12)$$

$$D = \frac{K_2 \cdot n_b \cdot [(h_0 - c) \cdot A_s - S_s]}{c - a'} ; \quad (13)$$

$$F = \frac{K_2 \cdot n_b \cdot (S_s + a \cdot A_s)}{H - c} ; \quad (14)$$

$$\gamma = A_b + F \cdot \frac{c - a'}{h_0 - a'} + D \cdot \frac{(H - a') \cdot (c - a')}{(h_0 - a') \cdot (H - c)} + K_2 \cdot n_r \cdot A - \frac{S_b}{(h_0 - a')} ; \quad (15)$$

$$\Delta = \psi^{S2} \cdot F \cdot \frac{K_1}{K_2} + \psi^{S2} \cdot D \cdot \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{(H - a')}{(H - c)} - D \cdot \frac{K_1}{K_2} \cdot \psi^B + n_r \cdot K_1 \cdot (A \cdot \psi^H + A' \cdot \psi^B) - 1 ; \quad (16)$$

$$m_1 = \frac{I_b}{h_0 - a'} + B \cdot \frac{h_0 - c}{h_0 - a'} + V \cdot \left[\frac{(h_0 - c) \cdot (H - a')}{(h_0 - a') \cdot (H - c)} - 1 \right] + K_2 \cdot A' \cdot n_r \cdot (h_0 - a') ; \quad (17)$$

$$V = \frac{K_2 \cdot n_b \cdot [(h_0 - c) \cdot S_s - I_s]}{c - a'} ; \quad (18)$$

$$B = \frac{K_2 \cdot n_b \cdot (I_s + a \cdot S_s)}{H - c} ; \quad (19)$$

$$m_2 = S_b - \frac{I_b}{h_0 - a'} + V \cdot \frac{(H - a') \cdot (c - a')}{(h_0 - a') \cdot (H - c)} + B \cdot \frac{(c - a')}{(h_0 - a')} ; \quad (20)$$

$$m_4 = \psi^b \cdot n_r \cdot K_1 \cdot A' + \psi^{S2} \cdot V \cdot \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{(H - a')}{(H - c)} - \psi^B \cdot \frac{K_1}{K_2} \cdot V + \psi^{S2} \cdot \frac{K_1}{K_2} \cdot B - Z_b^H ; \quad (21)$$

$$\text{де } \psi^B = \frac{1}{A_{b,n}} - (Z_{b,n}^H - Z_b^H) \cdot \frac{Z_{b,n}^H}{I_{b,n}} ; \quad (22)$$

$$\psi^H = \frac{1}{A_{b,n}} + (Z_{b,n}^H - Z_b^H) \cdot \frac{Z_{b,n}^H}{I_{b,n}} ; \quad (23)$$

$$\psi^{S2} = \frac{1}{A_{b,n}} - (Z_{b,n}^H - Z_b^H) \cdot \frac{Z_{b,n}^{S2}}{I_{b,n}} ; \quad (24)$$

$$\psi^{S1} = \frac{1}{A_{b,n}} + (Z_{b,n}^H - Z_b^H) \cdot \frac{Z_{b,n}^{S1}}{I_{b,n}} ; \quad (25)$$

$A_{b,n}$ – площа перерізу приведена до бетону ;

$Z_{b,n}^H$ і $Z_{b,n}^B$ – відстані від центру приведенного перерізу відповідно до центрів тяжіння нижньої і верхньої арматури ;

$Z_{b,n}^{S1}$ і $Z_{b,n}^{S2}$ – відстані від центру приведенного перерізу відповідно до нижньої і верхньої фібри металевої балки .

$S_b = \int_{A_b} z \cdot dA_b$ – статичний момент площі бетонного перерізу A_b відносно горизонтальної осі , що проходить через центр тяжіння нижньої арматури ;

$A_b = \int_{A_b} dA_b$ – площа бетонної частини перерізу (без врахування площі металу);

$I_b = \int_{A_b} z^2 \cdot dA_b$ – момент інерції площі бетонної частини перерізу A_b відносно вісі , що проходить через центр тяжіння нижньої арматури ;

$A_s = \int_{A_s} dA_s$ – площа металеві балки ;

$S_s = \int_{A_s} z \cdot dA_s$ – статичний момент площі металеві балки відносно горизонтальної вісі , що проходить через центр тяжіння нижньої арматури ;

$I_s = \int_{A_s} z^2 \cdot dA_s$ – момент інерції площі металеві балки A_s , щодо тієї ж вісі ;

Зрозуміло , що

де $I_{b,n}$ – момент інерції приведенного до бетону перерізу балки прогонової будови відносно горизонтальної вісі , що проходить через центр тяжіння приведенного перерізу ;

Напруження у бетоні на момент часу t , що викликані дією сили N :

$$\sigma_{bt}^B = \psi_t^B \cdot N ; \quad (26)$$

$$\sigma_{bt}^H = \psi_t^H \cdot N ; \quad (27)$$

Напруження в арматурі , від дії сили N :

$$\sigma_{rt}^B = n_r \cdot (\psi_t^B \cdot K_1 + \psi_t^B \cdot K_2) \cdot N ; \quad (28)$$

$$\sigma_{rt}^H = n_r \cdot (\psi_t^H \cdot K_1 + \psi_t^H \cdot K_2) \cdot N ; \quad (29)$$

$$\text{Де } \psi_t^B = \frac{\gamma \cdot m_4 - \Delta \cdot m_2}{\beta \cdot m_2 - \gamma \cdot m_1} ; \quad (30)$$

$$\psi_t^H = \frac{\Delta \cdot m_1 - \beta \cdot m_4}{\beta \cdot m_2 - \gamma \cdot m_1} ; \quad (31)$$

Напруження σ_{bt}^{S2} у бетоні на момент часу t на рівні верхньої фібри металеві балки:

$$\sigma_{bt}^{S2} = \sigma_{bt}^B \cdot \frac{h_0 - c}{h_0 - a'} + \sigma_{bt}^H \cdot \frac{c - a'}{h_0 - a'}$$

Напруження в металевій балці на момент часу t :

$$\sigma_{s2,t} = n_b \cdot (\sigma_{b0}^{S2} \cdot K_1 + \sigma_{bt}^{S2} \cdot K_2) ;$$

$$\sigma_{s1,t} = \sigma_{s2,t} \cdot \frac{(H - a')}{(c - a')} - \sigma_{rt}^B \cdot \frac{n_b}{n_r} \cdot \frac{(H - c)}{(c - a')} .$$

Визначення напружень , що викликані дією усадки бетону .

Розглядаємо балку , що зображена на рис.1

Силкові фактори M і N відсутні , враховується лише дія усадки , що характеризується відносною деформацією ϵ_{yt} . У сталезалізобетонній балці усадка бетону стримується арматурою і металевою балкою . В результаті в арматурі , в металевій балці , і в бетоні виникають урівноважені зусилля .

Рівняння рівноваги :

$$1) \sum x = 0 ; \int_{A_b} \sigma_{b,yt}^z \cdot dA_b + \sigma_{r,yt}^H \cdot A + \sigma_{r,yt}^B \cdot A' + \int_{A_s} \sigma_{s,yt}^z \cdot dA_s = 0 ; \quad (32)$$

2) $\sum M = 0$; (відносно центру нижньої арматури):

$$\int_{A_b} \sigma_{b,yt}^z \cdot Z \cdot dA_b + \sigma_{r,yt}^B \cdot A' \cdot (h_0 - a') + \int_{A_s} \sigma_{s,yt}^z \cdot Z \cdot dA_s = 0 ; \quad (33)$$

Рівняння спільності деформацій записується на основі того , що алгебраїчна сума відносної деформації усадки бетону ϵ_{yt} і відносна деформація бетону $\epsilon_{b,yt}$, що викликана усадковими напруженнями , дорівнює відноській деформації арматури . Теж саме відноситься і до металевої балки .

$$\epsilon_{yt} + \epsilon_{b,yt} = \epsilon_{r,yt};$$

$$\epsilon_{yt} + \epsilon_{b,yt} = \epsilon_{st,yt};$$

Враховуємо , що у початковій момент часу $t=0$, з якою починається врахування усадки , напруження не виникають , тоді записуємо :

$$\epsilon_{yt} + \int_0^t \frac{d\sigma_{b,yt}}{d\tau} \cdot \left(\frac{1}{E_r} + C_{t\tau} \right) d\tau = \frac{\sigma_{r,yt}}{E_r}; \quad (34)$$

де $C_{t\tau}$ – міра повзучості бетону на момент часу t . Застосовуючи модифіковану теорію старіння бетону і формулу [2] , що $\epsilon_t = \frac{1}{E_0} \cdot (\sigma_0 \cdot K_1 + \sigma_t \cdot K_2)$ та

враховуючи , що $\sigma_{by,0} = 0$ маємо $\epsilon_{b,yt} = \frac{\sigma_{b,yt} \cdot K_2}{E_0}$.

Тоді рівняння спільності деформацій арматури і бетону будуть мати вигляд :

$$\sigma_{r,yt}^B = E_r \cdot \epsilon_{yt} + n_r \cdot K_2 \cdot \sigma_{b,yt}^B; \quad (35)$$

$$\sigma_{r,yt}^H = E_r \cdot \epsilon_{yt} + n_r \cdot K_2 \cdot \sigma_{b,yt}^H; \quad (36)$$

Рівняння спільності деформацій верхньої фібри металевої балки і бетону :

$$\sigma_{s2,yt} = E_{st} \cdot \epsilon_{yt} + n_b \cdot K_2 \cdot \sigma_{b,yt}^{S2}; \quad (37)$$

Величина ϵ_{yt} - це деформація стиснення , тому її приймаємо з від'ємним знаком.

Підставляючи вираз (35) , (36) і (37) в рівняння рівноваги (32) і (33) і замінюючи σ_{bt}^z його значенням із формули (1) , а σ_{st}^z – із формули (2) маємо рівняння з двома невідомими $\sigma_{b,yt}^B$ і $\sigma_{b,yt}^H$:

$$1) \beta \cdot \sigma_{b,yt}^B + \gamma \cdot \sigma_{b,yt}^H + E_b \cdot n_r \cdot \epsilon_{yt} \cdot (A + A') + T \cdot E_b \cdot \epsilon_{yt} = 0; \quad (38)$$

$$2) m_1 \cdot \sigma_{b,yt}^B + m_2 \cdot \sigma_{b,yt}^H + E_b \cdot n_r \cdot \epsilon_{yt} \cdot A' \cdot (h_0 - a') + P \cdot E_b \cdot \epsilon_{yt} = 0; \quad (39)$$

де
$$T = \frac{D}{K_2} \cdot \left(\frac{H-a'}{H-c} - 1 \right) + \frac{F}{K_2}; \quad (40)$$

$$P = \frac{1}{K_2} \cdot \left[V \cdot \left(\frac{H-a'}{H-c} - 1 \right) + B \right]; \quad (41)$$

Значення β, γ, m_1 і m_2 обчислюються за формулами (12) , (15) , (17) і (20).

Тоді :
$$\sigma_{b,yt}^B = \eta_{yt}^B \cdot E_b \cdot \epsilon_{yt}; \quad (42)$$

$$\sigma_{b,yt}^H = \eta_{yt}^H \cdot E_b \cdot \epsilon_{yt}; \quad (43)$$

де
$$\eta_{yt}^B = \frac{\gamma \cdot [n_r \cdot A' \cdot (h_0 - a') + P] - m_2 \cdot [n_r \cdot (A + A') + T]}{\beta \cdot m_2 - \gamma \cdot m_1}; \quad (44)$$

$$\eta_{yt}^H = \frac{m_1 \cdot [n_r \cdot (A + A') + T] - \beta \cdot [n_r \cdot A' \cdot (h_0 - a') + P]}{\beta \cdot m_2 - \gamma \cdot m_1}; \quad (45)$$

Напруження в арматурі визначаються за формулами (35) і (36).

Напруження у бетоні на рівні верхньої фібри металеві балки :

$$\sigma_{b,yt}^{S2} = \sigma_{b,yt}^B \cdot \frac{h_0 - c}{h_0 - a'} + \sigma_{b,yt}^H \cdot \frac{c - a'}{h_0 - a'}. \quad (46)$$

Напруження в металевій балці:

на рівні верхньої фібри

$$\sigma_{s2,yt} = E_{st} \cdot \epsilon_{yt} + n_b \cdot K_2 \cdot \sigma_{b,yt}^{S2}; \quad (47)$$

На рівні нижньої фібри

$$\sigma_{s1,yt} = \sigma_{s2,yt} \cdot \frac{(H-a')}{(c-a')} - \sigma_{r,yt}^B \cdot \frac{n_b}{n_r} \cdot \frac{(H-c)}{(c-a')}. \quad (48)$$

Розглянемо розрізну прогонову будову автодорожнього мосту довжиною 18 м і габаритом Г-11,5 м ,що має дві смуги руху шириною по 3,75 м і дві смуги безпеки по 2,0 м.

Залізобетонна плита шириною 13,5 м у верхній частині має симетричні поперечні 2% похили від осі моста до країв.

Огородження проїзду встановлені на цоколях висотою 10 см над покриттям і шириною 1,0 м . Середня висота залізобетонної плити прогонової будови 60 см. Бетон плити класу міцності В35 , щільності W14 і морозостійкості F300.

Залізобетонна плита має утоплені у бетон сталеві прокатні балки з постійним поперечним перерізом із двотаврів з широкими полицками 50 Ш₄ з кроком 75 см у поперек мосту, із сталі класу міцності С390 і висотою $h=50,1$ см. Кількість металевих балок у поперек мосту складає 18 шт.

Поперечний переріз сталезалізобетонного мосту з утопленими у бетон балками показано на рис.3

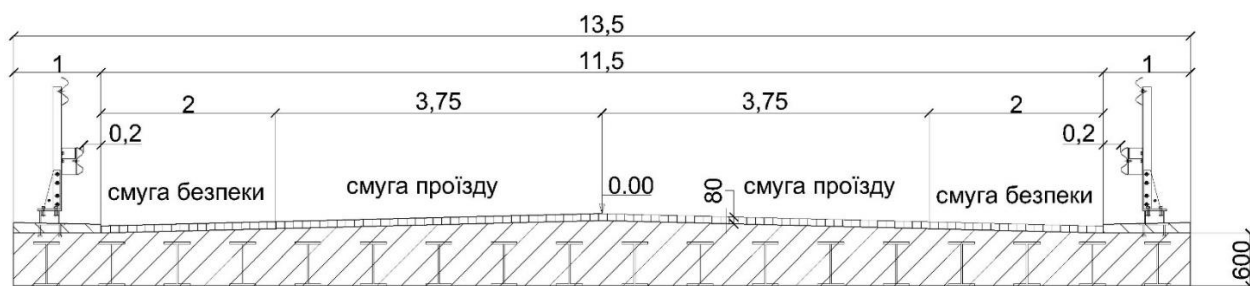


Рисунок 3 – Поперечний переріз мосту

Крім того, сталезалізобетонна плита прогонової будови армована двома сітками арматури АШ діаметром d 16 мм. Всі стики арматури виконані у перехльост.

Коефіцієнт армування у кожному напрямі прийнятий не менший за 1%. Фрагмент плити прогонової будови з утопленими у бетон металевими балками показано на рис. 4.

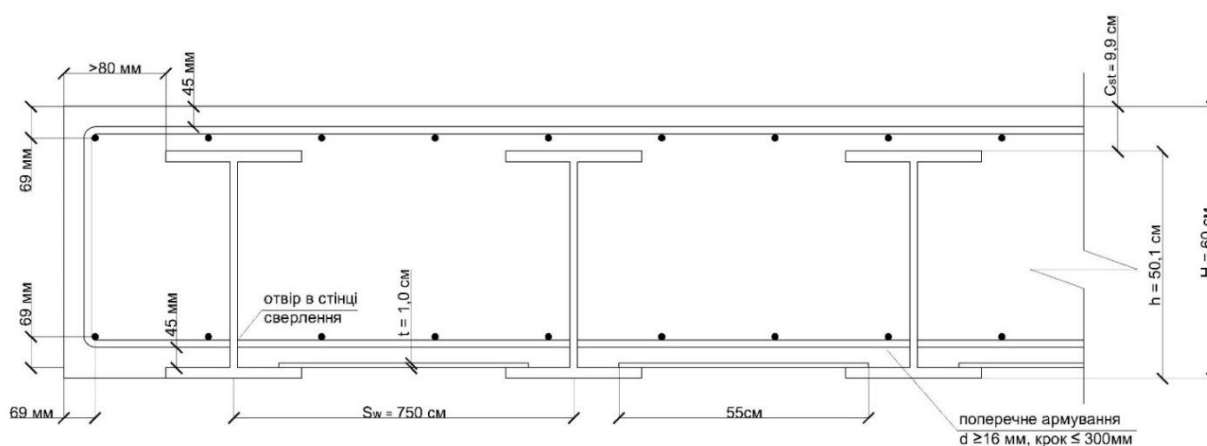


Рисунок 4 – Фрагмент плити прогонової будови у поперек мосту

Відстань від верхньої і нижньої грані плити до центрів тяжіння верхньої і нижньої арматури прийнята 69мм.

Розрахунок виконано для перерізу сталезалізобетонної плити посередині прогону мосту.

Відносна деформація усадки бетону прийнята $\varepsilon_{yt} = 2 \cdot 10^{-4}$.

Усадка бетону викликало появу на момент часу t додаткових напружень у бетоні :

На рівні центра тяжіння верхньої арматури $\sigma_{b,shr}^B = 1,06 \text{ МПа}$;

На рівні центра тяжіння нижньої арматури $\sigma_{b,shr}^H = 1,73 \text{ МПа}$.

Додаткові напруження від усадки бетону на час t в металевій балці склали на рівні :

Верхньої фібри $\sigma_{s2,shr} = -23,3 \text{ МПа}$;

Нижньої фібри $\sigma_{s1,shr} = -9,9 \text{ МПа}$.

Література

1. ДБН В.2.3-14:2006 Мости та труби .Правила проектування. – К. : Міністерство будівництва, архітектури та житлово-комунального господарства, 2006.
2. Лившиц Л.Д. Расчет железобетонных конструкций с учетом влияния усадки и ползучести бетона – К. : Вища школа, 1975.
3. Снитко В.П. Проектування сталезалізобетонних мостів : навч. посібник. – К. : НТУ, 2005.
4. Снитко В.П. Проектування та розрахунок прогонових будов металевих мостів : навч. посібник. – К. : НТУ, 2010.

Рецензенти

Солодкий С.Й., д-р техн. наук, НУ “Львівська політехніка” (Львів)

Кузло М.Т., д-р техн. наук, НУВГП (Рівне)

Reviewers

Solodkyi S.Yo., Dr.Tech.Sci., NU “Lviv Polytechnic” (Lviv)

Kuzlo M.T., Dr.Tech.Sci., NUWM (Rivne)