



Публікація є результатом реалізації проекту:
TEMPUS CERES: Центри передового досвіду для молодих вчених
This publication is the result of the project implementation:
TEMPUS CERES: Centers of Excellence for young REsearchers.
Reg.no.544137-TEMPUS-1-2013-1-SK-TEMPUS-JPHES



УДК 657.922:330.43

Савенко В.Я., д-р техн.наук, Бондаренко Л.П., канд.техн.наук, Усиченко О.Ю., канд.техн.наук

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ПРИЙНЯТТЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ В ОЦІНЦІ НЕРУХОМОСТІ

Анотація. В роботі проводиться аналіз доцільності застосування методів математичного моделювання для прийняття управлінських рішень в оцінці нерухомості. Проводиться алгоритмізація математичних методів та підходів при реалізації порівняльного підходу в оцінці об'єктів нерухомості. Визначено основні критерії вибору того чи іншого методу. Проаналізовано метод визначення коригуючих поправок на основі розв'язання системи лінійних рівнянь, який дозволяє обґрунтовано обирати величину коригуючих поправок при застосуванні порівняльного підходу.

Об'єкт дослідження – математичні методи оцінки об'єктів нерухомості

Мета дослідження – проаналізувати доцільність застосування методів математичного моделювання для прийняття управлінських рішень в оцінці нерухомості

Методи дослідження: аналітичні

Ключові слова: математичні методи, нерухомість, об'єкт оцінки, порівняльний підхід, управлінські рішення

УДК 657.922:330.43

Савенко В.Я., д-р техн.наук, Бондаренко Л.П., канд.техн.наук, Усиченко О.Ю., канд.техн.наук

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ОЦЕНКЕ НЕДВИЖИМОСТИ

Аннотация. В работе проводится анализ целесообразности применения методов математического моделирования для принятия управленческих решений в оценке недвижимости. Проводится алгоритмизация математических методов и подходов при реализации сравнительного подхода в оценке объектов недвижимости. Определены основные критерии выбора того или иного метода. Проанализирован метод определения корректирующих поправок на основе решения системы линейных уравнений, который позволяет обоснованно выбирать величину корректирующих поправок при применении сравнительного подхода.

Объект исследования - математические методы оценки объектов недвижимости

Цель исследования - проанализировать целесообразность применения методов математического моделирования для принятия управленческих решений в оценке недвижимости

Методы исследования: аналитические

Ключевые слова: математические методы, недвижимость, объект оценки, сравнительный подход, управленческие решения

UDC 657.922:330.43

Savenko V.Ya., Dr. Tech. Sci., Bondarenko L.P., Cand. Eng. Sci. (Ph.D.), Usychenko O.Y., Cand. Eng. Sci. (Ph.D.)

USE OF MATHEMATICAL MODELING FOR DECISION MAKING IN PROPERTY VALUATION

Abstract. The paper analyzes the feasibility of the mathematical modeling use for decision making in property evaluation. Mathematical algorithmic methods and approaches in the implementation of the comparative approach in evaluating real estate are performed. The main criteria for choosing a method are identified. The

method for determining corrective amendments based on solving systems of linear equations that can reasonably choose the size of corrective amendments in the application of comparative approach is analyzed.

The object of study - Mathematics methods for evaluation of property objects

The aim - to analyze the feasibility of mathematical modeling methods for decision making in property evaluation

Methods: analysis

Keywords: facility assessments, property, mathematical methods, comparative approach, management decisions

На сьогоднішній день методи математичного моделювання – є один з найбільш ефективних інструментаріїв в дослідженні складних явищ та процесів і різних галузях народногосподарської діяльності людини. Не є виключенням і оцінка майна та нерухомості, як прикладна частина сучасного економічного аналізу, основне завдання якої полягає у встановленні найбільш можливої ціни продажу або покупки активу на основі аналізу динаміки сил попиту та пропозиції на цей актив на відповідному сегменті відкритого активного ринку. Вимоги до якості оцінки постійно зростають, і тут математика здатна і може надати величезну допомогу оцінювачеві в доказі об'єктивності результатів своєї роботи.

Використання математики в дослідженні економічних процесів, у тому числі й в оцінці, дозволяє:

- виділити і формалізовано описати найбільш важливі зв'язки між економічними змінами, які описують процеси або явища;- - оцінити форму і параметри зв'язків між змінами, що відповідають фактичним спостереженням;
- точно і компактно викласти окремі положення теорії оцінки, математично описавши підходи і методи оцінки;
- обґрунтовано приймати найбільш ефективні управлінські рішення щодо об'єкта оцінки.

Визначення ринкової вартості, як найбільш можливої ціни продажу майнових прав, прийняте в міжнародних і європейських стандартах оцінки, обумовлено стохастичною природою самого ринку прав на власність, як економічної системи, функціонування якої відбувається під впливом безлічі факторів, які, з математичної точки зору, можуть і повинні розглядатися як випадкові змінні, формуючи в остаточному підсумку результуючий показник - ринкову вартість. Все це визначає імовірнісний характер самого процесу оцінки і робить можливим і

Nowadays methods of mathematical modeling - is one of the most effective tools in the study of complex phenomena and processes and various sectors of national economic activity. The evaluation of property and real estate as part of modern applied economic analysis is not the exception, the main task of which is to establish the best possible selling price or purchase the asset on an analysis of the dynamics of power supply and demand for the asset in the relevant segment of active open market. Quality requirements are increasing evaluations and mathematics is capable of providing great help to the evaluators in demonstration objectivity of the results of their work.

The use of mathematics in the study of economic processes, including in the assessment, allows:

- identify and describe the most important formalized links between economic changes that describe the processes or phenomena;
- evaluate the shape and parameters of links between changes that correspond to the actual observation;
- accurately and compactly lay out some evaluation of the theory, mathematically describing the approaches and methods of assessment;
- reasonably take the most effective management decisions on facility assessment.

The determination of the market value, as the possible sale price of property rights, adopted in international and European standards of assessment, is provided by the stochastic nature of the market property rights, as an economic system, the functioning of which is influenced by many factors, from a mathematical point of view, may should be treated as random variables, forming eventually resulting indicator - the market value. This determines the probabilistic nature of the assessment process and makes it

необхідним застосування оціночних процедур, заснованих на принципах імовірнісного статистичного аналізу.

На сьогоднішній день при оцінці об'єктів нерухомості найчастіше застосовується порівняльний підхід. В рамках даного підходу всі формалізовані методи його реалізації можна розділити на дві групи [1,2]:

- 1) методи, що базуються на апараті матричної алгебри;
- 2) статистичні методи.

Вибір того чи іншого математичного методу залежить в першу чергу від кількості і якості вихідної інформації про об'єкти-аналоги. Кожна група методів має певні вимоги до вихідної інформації і передумови реалізації обчислювальних процедур, ступінь виконання яких визначає достовірність результату оцінки.

За наявності достатньо великої кількості даних про об'єкти-аналоги (кількість аналогів в 6-7 разів перевищує кількість ціноутворюючих факторів), перевагу слід віддавати статистичним методам, які дозволяють виявити закономірності на фоні випадковостей; будувати багатofакторні моделі оцінки і на їх основі отримувати обґрунтовані висновки і прогнози.

Однак, при обмеженій кількості даних про аналогічні об'єкти коректне застосування статистичних методів практично не можливе. В цьому випадку слід шукати інші формалізовані підходи щодо розрахунку поправок, які враховують відмінності між об'єктом оцінки і аналогами. Одним із таких методів – є метод визначення коригуючих поправок на основі розв'язання системи лінійних рівнянь [3,4]

Дана методика може застосовуватися у випадку, якщо кількість відібраних об'єктів-аналогів на одиницю перевищує кількість ціноутворюючих факторів, за якими здійснюється порівняння об'єкта оцінки з аналогами, тобто виконується умова:

$$n = m + 1 \quad (1)$$

де n - кількість об'єктів-аналогів;
 m - кількість ціноутворюючих факторів, за

possible and necessary to apply assessment procedures based on the principles of probabilistic statistical analysis.

Today in evaluating real estate objects often used a comparative approach. Under this approach, all formalized methods of implementation can be divided into two groups [1,2]

- 1) methods based on the unit matrix algebra;
- 2) statistical methods.

The choice of the mathematical method depends primarily on the quantity and quality of the output data of the analogs. Each group of methods has certain requirements for initial information and background computing implementation procedures of performance of which determines the reliability evaluation.

If a sufficiently large number of data objects-analogues (number of analogues in 6-7 times the number of pricing factors) should be preferred statistical methods that can detect patterns in the background of chance; build multifactor models of assessment and, based on sound findings and receive inventory forecasts.

However, when there is limited data on similar objects, the proper application of statistical methods is virtually impossible. In this case, it is necessary to look for other formal approaches to the calculation of corrections that take into account the differences between the object evaluation and analogues. One such method - a method of determining the corrective amendments based on solving systems of linear equations [3,4]

This technique can be used if the number of objects selected analog unit exceeds the number of pricing factors on which the comparison with analogues of the assessment, ie the condition:

$$n = m + 1 \quad (1)$$

where n - the number of objects-analogues;
 m - number of pricing factors for which adjustment is made.

якими проводиться коригування.

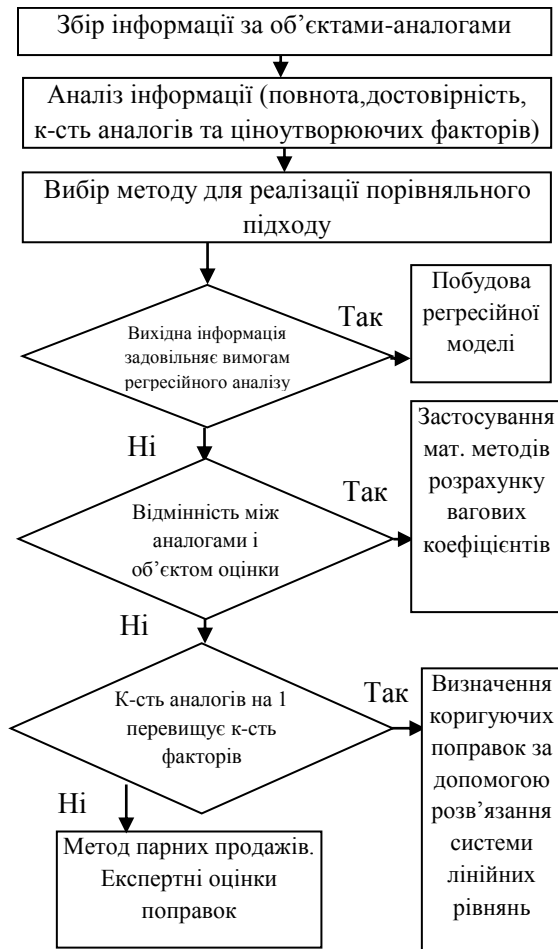


Рисунок 1 – Алгоритм вибору методу реалізації порівняльного підходу в оцінці нерухомості

Оцінка ринкової вартості об'єкта нерухомості з використанням інформації про ціну і-го аналога може бути отримана наступним чином:

$$V_0 = P_i + \sum_{j=1}^M \Delta P_{ij} \quad (2)$$

де V_0 – вартість об'єкта оцінки,
 P_i – ціна і-го аналога,
 ΔP_{ij} – коригування ціни і-го аналога на відмінність об'єкта оцінки по j-ому ціноутворюючому фактору.
 Відповідно до моделі (2) необхідно послідовно порівняти об'єкт, що оцінюється з кожним із відібраних об'єктів-аналогів. В результаті отримаємо систему лінійних рівнянь:

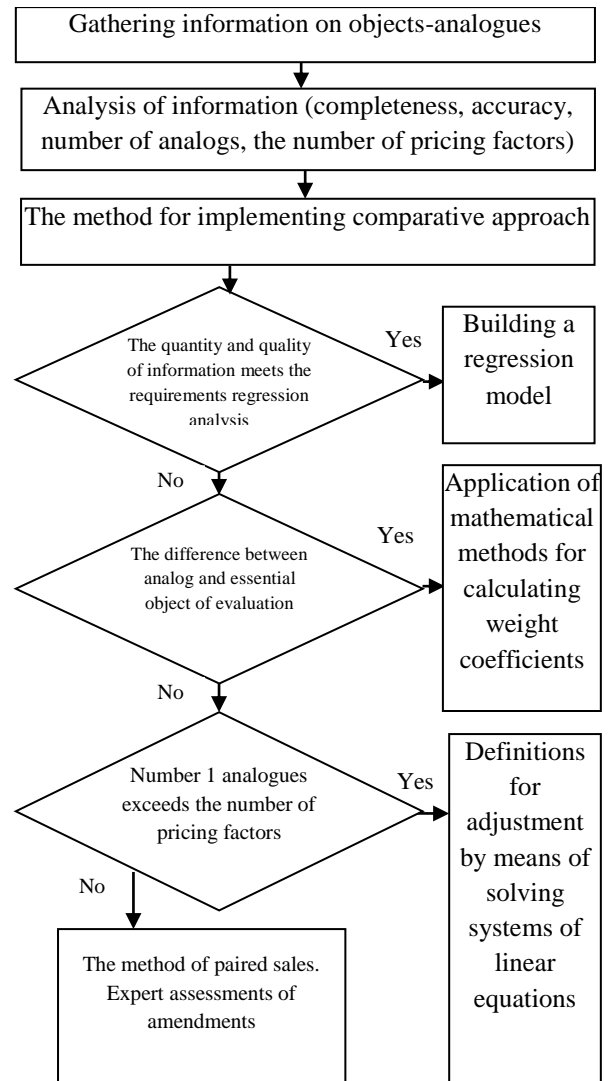


Figure 1 - Algorithm selection method of the comparative approach in evaluating real estate

Evaluation of the market value of the property using the information on the price of i-analogue may be obtained as follows:

$$V_0 = P_i + \sum_{j=1}^M \Delta P_{ij} \quad (2)$$

where V_0 - value of the assessment,
 P_i - price and second analogue,
 ΔP_{ij} - adjustment for the i-th analogue to the difference of the assessment to the j-th pricing factors.

According to the model (2) should consistently comparable facility, estimated to each of the selected objects-analogues. The result is a system of linear equations:

$$\begin{aligned} V_0 &= P_1 + \Delta P_{11} + \Delta P_{12} + \dots + \Delta P_{1m} \\ V_0 &= P_2 + \Delta P_{21} + \Delta P_{22} + \dots + \Delta P_{2m} \\ &\vdots \\ V_0 &= P_n + \Delta P_{n1} + \Delta P_{n2} + \dots + \Delta P_{nm} \end{aligned} \quad (3)$$

Так як поправки ΔP_{ij} залежать від величини розходження по i -му ціноутворюючому фактору між об'єктом оцінки та i -им аналогом, то доцільно її визначати в такий спосіб:

$$\Delta P_{ij} = x_{0j} - x_{ij} \Delta P_j = \Delta x_{ij} \Delta P_j \quad (4)$$

де x_{0j} - значення j -го ціноутворюючого фактору для об'єкта оцінки;
 x_{ij} - значення i -го ціноутворюючого фактору для i -го аналога;
 ΔP_j - внесок у вартість одиниці j -го ціноутворюючого фактору.

З урахування (4) систему (3) можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} V_0 &= P_1 + \Delta x_{11} \Delta P_{11} + \dots + \Delta x_{1n} \Delta P_{1m} \\ V_0 &= P_2 + \Delta x_{21} \Delta P_{21} + \dots + \Delta x_{2n} \Delta P_{2m} \\ &\vdots \\ V_0 &= P_n + \Delta x_{n1} \Delta P_{n1} + \dots + \Delta x_{nm} \Delta P_{nm} \end{aligned} \quad (4)$$

Невідомими в отриманій системі лінійних рівнянь є величини V_0 і ΔP_j . Запишемо систему (4) у наступному виді, зручному для її розв'язання:

$$\begin{aligned} V_0 - \Delta x_{11} \Delta P_{11} - \dots - \Delta x_{1n} \Delta P_{1m} &= P_1 \\ V_0 - \Delta x_{21} \Delta P_{21} - \dots - \Delta x_{2n} \Delta P_{2m} &= P_2 \\ &\vdots \\ V_0 - \Delta x_{n1} \Delta P_{n1} - \dots - \Delta x_{nm} \Delta P_{nm} &= P_n \end{aligned} \quad (5)$$

Знайти розв'язок системи (5) можна будь-яким із загальновідомих методів лінійної алгебри, але найзручніше знаходити розв'язок системи матричним способом. Для цього запишемо систему (5) у матричному виді:

$$\begin{aligned} V_0 &= P_1 + \Delta P_{11} + \Delta P_{12} + \dots + \Delta P_{1m} \\ V_0 &= P_2 + \Delta P_{21} + \Delta P_{22} + \dots + \Delta P_{2m} \\ &\vdots \\ V_0 &= P_n + \Delta P_{n1} + \Delta P_{n2} + \dots + \Delta P_{nm} \end{aligned} \quad (3)$$

Since the amendments ΔP_{ij} depend on the differences in pricing and i -th factor between the object and the evaluation and i -th analogue, it is advisable to define it as follows:

$$\Delta P_{ij} = x_{0j} - x_{ij} \Delta P_j = \Delta x_{ij} \Delta P_j \quad (4)$$

where x_{0j} - value of j -pricing factors for facility assessment;
 x_{ij} - value and first and pricing factors for the first analogue;
 ΔP_j - contribution to the cost per unit of j -pricing factors.

With regard to (4) system (3) can be written as:

$$\begin{aligned} V_0 &= P_1 + \Delta x_{11} \Delta P_{11} + \dots + \Delta x_{1n} \Delta P_{1m} \\ V_0 &= P_2 + \Delta x_{21} \Delta P_{21} + \dots + \Delta x_{2n} \Delta P_{2m} \\ &\vdots \\ V_0 &= P_n + \Delta x_{n1} \Delta P_{n1} + \dots + \Delta x_{nm} \Delta P_{nm} \end{aligned} \quad (4)$$

Unknown in the resulting system of linear equations is V_0 size and ΔP_j . We write (4) in the following form suitable for its decision:

$$\begin{aligned} V_0 - \Delta x_{11} \Delta P_{11} - \dots - \Delta x_{1n} \Delta P_{1m} &= P_1 \\ V_0 - \Delta x_{21} \Delta P_{21} - \dots - \Delta x_{2n} \Delta P_{2m} &= P_2 \\ &\vdots \\ V_0 - \Delta x_{n1} \Delta P_{n1} - \dots - \Delta x_{nm} \Delta P_{nm} &= P_n \end{aligned} \quad (5)$$

Find the solution of system (5) can be any of the known methods of linear algebra, but finding the most convenient solution for the system matrix method. To do this, we write the system (5) in matrix form:

$$\Delta X - V = P, \quad (6) \qquad \Delta X - V = P, \quad (6)$$

де

$$\Delta X = \begin{pmatrix} 1 & -x_{11} & \dots & -x_{1m} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ 1 & -x_{n1} & \dots & -x_{nm} \end{pmatrix},$$

$$V = \begin{pmatrix} V_0 \\ \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_m \end{pmatrix},$$

$$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{pmatrix} \quad (7)$$

Розв'язок системи (7) існує, якщо визначник матриці ΔX не дорівнює нулю. У цьому випадку система має, як відомо, єдиний розв'язок:

$$V = \Delta X^{-1} \cdot P \quad (8)$$

де ΔX^{-1} - обернена матриця до матриці X .

Якщо наявний значний обсяг інформації за об'єктами-аналогами, то визначення ринкової вартості об'єкта нерухомості все-таки доцільно вести в рамках багатofакторного регресійного аналізу, який дає змогу оцінити міру впливу на досліджуваний результативний показник кожного із введених у модель факторів при фіксованому положенні на середньому рівні інших факторів.

Математично завдання зводиться до знаходження аналітичного виразу, котрий якнайкраще відображував би зв'язок факторних ознак з результативною, тобто знайти функцію [5]:

$$Y = f X_1, X_2, X_3, \dots, X_n \quad (9)$$

Найскладнішою проблемою є вибір форми зв'язку, аналітичного виразу зв'язку. На підставі чого за наявними факторами визначають результативну ознаку-функцію Ця

where

$$\Delta X = \begin{pmatrix} 1 & -x_{11} & \dots & -x_{1m} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ 1 & -x_{n1} & \dots & -x_{nm} \end{pmatrix},$$

$$V = \begin{pmatrix} V_0 \\ \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_m \end{pmatrix},$$

$$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{pmatrix} \quad (7)$$

The system solution (7) is exist if the determinant of ΔH is not zero. In this case, the system is known to only one solution:

$$V = \Delta X^{-1} \cdot P \quad (8)$$

Where ΔX^{-1} - inverse matrix to the matrix X .

If there is a significant amount of information on objects-analogues, the determination of the market value of the property is still advisable to keep within multivariate regression analysis, which allows you to assess the extent of influence on the study of each resultant figure entered in the model factors in fixed position on the average level of other factors.

Mathematically, the problem is reduced to finding analytical expression, which would show the linkages between factor characteristics and effective, that is a function [5]:

$$Y = f X_1, X_2, X_3, \dots, X_n \quad (9)$$

The most difficult problem is the choice of form of communication, analytical expression of communication. Based on the available factors which determine effective indication function This function better than other weight

функція має краще за інші відображати реальні зв'язки між досліджуваним показником і факторами. Емпіричне обґрунтування типу функції за допомогою графічного аналізу зв'язків для багатфакторних моделей майже непридатне.

Форму зв'язку можна визначити добором функцій різних типів, але це пов'язане з великою кількістю зайвих розрахунків. Зважаючи на те, що будь-яку функцію багатьох змінних шляхом логарифмування або заміни змінних можна звести до лінійного вигляду, рівняння множинної регресії можна виразити у лінійній формі:

$$Y = a_0f + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n \quad (10)$$

Параметри рівняння обчислюють способом найменших квадратів.

Висновки

На сьогоднішній день в практиці оцінювання об'єктів нерухомості накопичено значний математичний апарат для прийняття обґрунтованих управлінських рішень. Однак, їх застосування пов'язано з певними обмеженнями та умовами, що накладаються на вихідну інформацію про об'єкти-аналоги. Тому оцінювач повинен уважно та ретельно підходити до вибору того чи іншого методу розрахунку. Враховуючи мінливість ринку нерухомості та його багатфакторність вважаємо, що найбільш доцільним є розвиток та удосконалення методів кореляційно-регресійного аналізу, який не лише дозволяє визначити поточну ринкову вартість об'єктів нерухомості, а й встановлювати наслідково-причинні зв'язки між факторами, що впливають на її формування, що є невідомою частиною в прийнятті найбільш ефективних управлінських рішень.

Література

1. Бережная Е. В. Математические методы моделирования экономических систем / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – М.: Финансы и

reflect the real relationships between the studied parameters and factors. Empirical grounding-type functions using a graphical analysis of communications for multifactor models almost unusable.

The form of communication could be determined by choosing various types of functions, but it is associated with a lot of extra payments. Given the fact that any function of many variables by logarithms or replacement of variables can be reduced to a linear form, multiple regression equation can be expressed in linear form:

$$Y = a_0f + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n \quad (10)$$

Options equation calculating method of least squares.

Conclusions

To date, the evaluation of real estate practice has significant mathematical tools for decision-making to make informed management decisions. However, their use is associated with certain restrictions and conditions imposed on the initial information about objects-analogues. Therefore, the evaluator should carefully and closely approach the selection of calculation method. Given the volatility of the real estate market and its multifactorial believe that the most appropriate development and improvement of methods of correlation and regression analysis, which not only allows you to determine the current market value of real estate, but also to establish causal-effect connections between factors affecting it that is an integral part in making the most effective management decisions.

References

1. Berezhnaya E. V. Matematycheskye metody modelirovaniya ykonomycheskykh system / E. V. Berezhnaya, V. Y. Berezhnoy. – M.:

статистика, 2003. – 368 с.

2. Замков О. О. Математические методы в экономике / О. О. Замков, А. В. Толстонаяченко, Ю. Н. Черемных. – М.: ДНСС, 1997. – 254 с.

3. Грибовский С.В., Сивец С.А., Левыкина И.А. Новые возможности сравнительного подхода при решении старых проблем//Государственный информационный бюллетень о приватизации, №4, 2003

4. Петров Е. Г. Методи і засоби прийняття рішень у соціально – економічних системах: навч. посіб. / Е. Г. Петров, М. В. Новожилова / За ред. Е. Г. Петрова. – К.: Техніка, 2004. – 256с.

5. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М.: Статистика, 1973. – 392 с

Fynansy y statystyka, 2003. – 368 s.

2. Zamkov O. O. Matematycheskye metody v ykonomyke / O. O. Zamkov, A. V. Tolstonyatenko, YU. N. Cheremnykh. – M.: DNSS, 1997. – 254 s.

3. Hrybovskyy S.V., Syvets S.A., Levykyna Y.A. Novye vozmozhnosy sravnytel'noho podkhoda pry reshenyy starykh problem//Hosudarstvennyy ynformatsyonnyy byuleten' o pryvatyzatsyy, №4, 2003

4. Petrov E. H. Metody i zasoby pryunyattya rishen' u sotsial'no – ekonomichnykh systemakh: navch. posib. / E. H. Petrov, M. V. Novozhylova / Za red. E. H. Petrova. – K.: Tekhnika, 2004. – 256s.

5. Dreyper N. Prykladnoy rehressyonnyy analiz / N. Dreyper, H. Smyt. – M.: Statystyka, 1973. – 392 s.

Рецензенти:

Славінська О.С., д-р техн. наук, Національний транспортний університет.

Кірічек Ю. О., д-р. техн. наук, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури.

Reviewers:

Slavinska O.S., Dr. Tech. Sci., National Transport University.

Kirichek Yu.O., Dr. Tech. Sci., Prydniprovaska State Academy of Construction and Architecture.

Стаття надійшла до редакції: **22.09.2016 р.**