

УДК 624.21:004.021

Євсейчик Ю. Б., канд. ф.-м. наук, Медведєв К. В., канд. ф.-м. наук

АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦІЇ ПРИ ЗМІННІЙ ФУНКЦІЇ ІНТЕНСИВНОСТІ ВІДМОВ

Анотація. Статтю присвячено проблемі визначення надійності залізобетонних елементів автодорожніх мостів. Ця проблема стала особливо актуальною для України у зв'язку із стрімким зростанням кількості фізично застарілих споруд. Для безаварійної експлуатації споруд, потрібні нові підходи до оцінки надійності елементів мостів на всіх стадіях життєвого циклу. Потрібні алгоритми, які дали б кількісні критерії рівня надійності елементів мостів і споруди в цілому. У статті представлено алгоритм визначення надійності елементів конструкцій при змінній функції інтенсивності відмов. Головна мета цієї роботи полягає в розробці алгоритму для оцінювання надійності елементів конструкцій мосту протягом життєвого циклу. Розглядаються питання щодо зміни характеру функції інтенсивності відмов $\lambda(t)$ на різних проміжках експлуатації конструкції.

Ключові слова: надійність, інтенсивність відмов, теорії ймовірностей, закон Вейбула, нормальний розподіл.

УДК 624.21:004.021

Євсейчик Ю. Б., канд. ф.-м. наук, Медведєв К. В., канд. ф.-м. наук,

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦИИ ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ФУНКЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗОВ

Аннотация. Статья посвящена проблеме определения надежности железобетонных элементов автодорожных мостов. Эта проблема стала особенно актуальной для Украины в связи со стремительным ростом количество физически устаревших сооружений. Для безаварийной эксплуатации сооружений, нужны

новые подходы к оценке надежности элементов мостов на всех стадиях жизненного цикла. Нужны алгоритмы, которые позволили бы дать количественные критерии уровня надежности элементов мостов и сооружения в целом. В статье представлены алгоритм определения надежности элементов конструкций при переменной функции интенсивности отказов. Главная цель этой работы заключается в разработке алгоритма для оценки надежности элементов конструкций моста в течение жизненного цикла. Рассматриваются вопросы изменения характера функции интенсивности отказов $\lambda(t)$ на разных промежутках эксплуатации конструкции.

Ключевые слова: надежность, интенсивность отказов, теории вероятностей, закон Вейбула, нормальное распределение.

UDC 624.21: 004.021

Yevseichyk, Yu. B., Cand. Ph.-M. Sci. (Ph.D.), **Medvediev K. V.**, Cand. Ph.-M. Sci. (Ph.D.)

THE ALGORITHM FOR DETERMINING THE RELIABILITY OF A STRUCTURAL ELEMENT AT A VARIABLE FUNCTION OF THE FAILURE RATE

Abstract. The article is devoted to the problem of determining the reliability of concrete elements of highway bridges. This issue has become particularly topical for Ukraine due to the rapid growth of the number of physically obsolete structures. For trouble-free operation of facilities, new approaches to assessing the reliability of bridges at all stages of the life cycle. Looking algorithms that would give the quantitative criteria of reliability of bridges and buildings in general. In the article the algorithm for determining the reliability of structures under variable function failure rate. The main objective of this work is to develop an algorithm for evaluating the reliability of structural elements of the bridge lifecycle. The questions about the changing nature of the tool failure rate $\lambda(t)$ at different intervals exploitation design.

Keywords: reliability, failure rate, probability theory, Veybula law, a normal distribution.

Формулювання задачі. Основними функціями, що вивчаються в теорії надійності - є функція надійності $P(t)$ та функція інтенсивності (ризик) відмов $\lambda(t)$ [5]. Надійність $P(t)$ згідно з [4] є ймовірність безвідмовної роботи конструкції до моменту часу t , а функція $\lambda(t)$ визначається за функціональною залежністю:

$$\lambda(t) = -\frac{1}{P} \frac{dP}{dt}. \quad (1)$$

З точки зору теорії ймовірностей $\lambda(t)$ - це ймовірність того, що конструкція відмовить на проміжку часу $(t, t + dt)$ за умови, що до моменту t конструкція працює безвідмовно. Аналіз поведінки залежності $\lambda(t)$ надає інформацію для оцінювання характеру відмов, які відбуваються під час роботи конструкції.

У більшості задач теорії надійності інтенсивність відмов $\lambda(t)$ вважають незалежною від часу t тобто:

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const}. \quad (2)$$

У такому випадку після інтегрування залежності (1) функцію надійності отримуємо у вигляді:

$$P(t) = e^{-\lambda t} \quad (3).$$

Завдяки своїй простоті і зручності у користуванні саме цей закон надійності набув широкого поширення у прикладних розрахунках і навіть за межами його застосовності, але такий закон добре характеризує надійність конструкції при раптових відмовах. Слід зауважити, що експоненціальний закон описує надійність об'єктів які не старіють. Відмова таких об'єктів обумовлена випадковим несприятливим поєднанням зовнішніх і внутрішніх факторів.

Але як показали експериментальні дослідження для реальних конструкцій функція інтенсивності відмов у процесі експлуатації не залишаються постійною [2], [6] характерний вигляд функції $\lambda(t)$ від часу t має вигляд який представлено на рисунку 1.

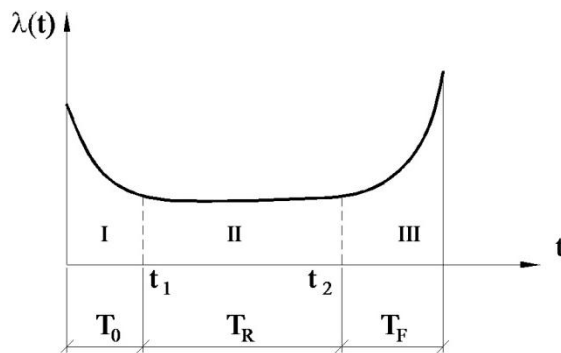


Рисунок 1

На рис. 1 T_0 – початковий період експлуатації, T_R – основний період експлуатації, T_F – кінцевий період експлуатації, характерний інтенсивним розвитком пошкоджень.

Поведінку функції $\lambda(t)$ можна пояснити тим, що разом із раптовими відмовами (для яких $\lambda = \text{const}$) під час експлуатації конструкції можуть виникати також й інші види відмов.

Відмови, які відбуваються на першому періоді експлуатації ($1 \leq t \leq t_1$), можна пояснити існуванням прихованих дефектів або помилками проектування, такі відмови, як правило, проявляються на початку експлуатації конструкції (так звані відмови «припрацювання»). Такі відмови характеризуються тим, що ризик їх виникнення є значним на початку експлуатації конструкції і різко зменшується у подальшому. Функція надійності в цей період життєвого циклу добре апроксимується законом Вейбула

$$P_1(t) = e^{-2\lambda_0 t^{0,5}}, \quad (4)$$

де λ_0 - інтенсивність відмов на початку експлуатації конструкції.

Другий період роботи конструкції, який у більшості випадків, є основним періодом експлуатації та найбільшим за часом ($t_1 \leq t \leq t_2$), характеризується постійним значенням інтенсивності відмов. Функція надійності на цьому періоді життєвого циклу описується експоненціальним законом характерним для раптових відмов

$$P_2(t) = e^{-\lambda_2 t}, \quad (5)$$

де $\lambda_2 = \text{const}$.

Різке збільшення інтенсивності відмов на третьому проміжку ($t > t_2$) виникає внаслідок незворотних фізико-механічних процесів («старіння»

матеріалу конструкції). Відмови такого типу можна назвати поступовими. Функція відмов для процесів старіння, добре апроксимується нормальним законом розподілу.

У більшості випадків відмови даного типу добре апроксимуються нормальним розподілом [4], а відповідна функція надійності має вигляд:

$$P_3(t) = \frac{1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx}{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx}, \quad (6)$$

де a - середній час (математичне сподівання) «життя» матеріалу конструкції; σ - його дисперсія.

Вважаючи, що всі три типи відмов («припрацювання», раптові і поступові) відбуваються паралельно і незалежно одна від одної, загальна функція надійності елемента конструкції і самої конструкції в цілому, за теоремою множення теорії ймовірностей [3], дорівнює добутку ймовірностей відмов на кожному етапі життєвого циклу:

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t), \quad (7)$$

де $P_1(t), P_2(t), P_3(t)$ - функції надійності при відмовах «припрацювання» (період часу $1 \leq t \leq t_1$), раптових відмовах (період часу $t_1 \leq t \leq t_2$) та поступових відмовах пов'язаних із старінням матеріалу конструкції (період часу $t_2 \leq t$).

Враховуючи рівняння (4), (5), (6), отримуємо із (7) залежність для розрахунку $P(t)$:

$$P(t) = \frac{e^{-(2\lambda_0\sqrt{t} + \lambda_2 t)} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx}. \quad (8)$$

Для визначення функції інтенсивності відмов, яка відповідає загальному закону надійності із (1) та (7) отримуємо

$$\lambda(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \lambda_3(t), \quad (9)$$

$$\text{де } \lambda_1(t) = \frac{1}{P_1} \frac{dP_1}{dt}, \quad \lambda_2(t) = \frac{1}{P_2} \frac{dP_2}{dt}, \quad \lambda_3(t) = \frac{1}{P_3} \frac{dP_3}{dt}.$$

Враховуючи (4) ÷ (6) з (5) маємо

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0}{\sqrt{t}} + \lambda_2 + \frac{e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx} \quad (10)$$

Отримані вирази для загальної функції надійності (8) та відповідної функції інтенсивності відмов (10) дозволяють скласти алгоритм розрахунку і спрогнозувати надійність конструкції із урахуванням трьох основних видів відмов, які можуть виникнути під час її експлуатації протягом життєвого циклу.

Алгоритм визначення надійності конструкції полягає у послідовному розрахунку функції надійності $P_1(t), P_2(t), P_3(t)$ для трьох типів відмов: «припрацювання» (4), раптових (5) та поступових (6) відповідно. Потім за (7) визначається загальна функція надійності $P(t)$ для певного часу t , яка порівнюється з нормованою допустимою надійністю.

За наведеним алгоритмом у програмному комплексі Mathcad було виконано розрахунки та побудовано відповідні графіки функцій надійності: $P_1(t)$ - рисунок 2, $P_2(t)$ - рисунок 3, $P_3(t)$ - рисунок 4, та загальної функції надійності $P(t)$ - рисунок 5, інтенсивності відмов $\lambda_1(t)$ - рисунок 6, $\lambda_2(t)$ - рисунок 7, $\lambda_3(t)$ - рисунок 8 та $\lambda(t)$ - рисунок 9.

Вихідні данні для побудови графіків, зображених на нижче наведених рисунках такі: $\lambda_2 = 0.0005$; $\lambda_0 = 0.0025$; $\alpha = 200$; $\sigma = 25$.

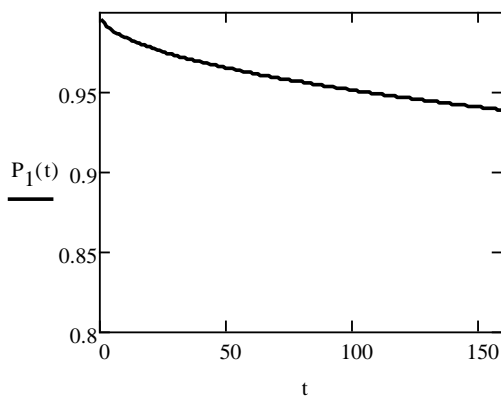


Рисунок 2 – Графік функцій надійності $P_1(t)$

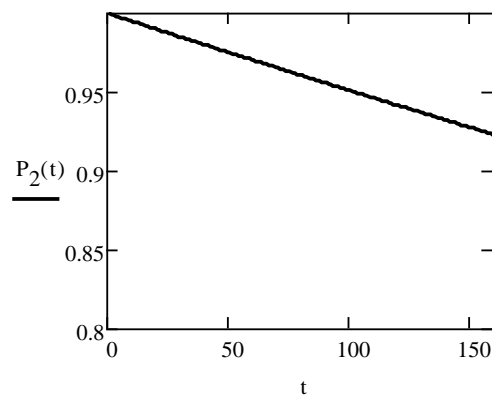


Рисунок 3 – Графік функцій надійності $P_2(t)$

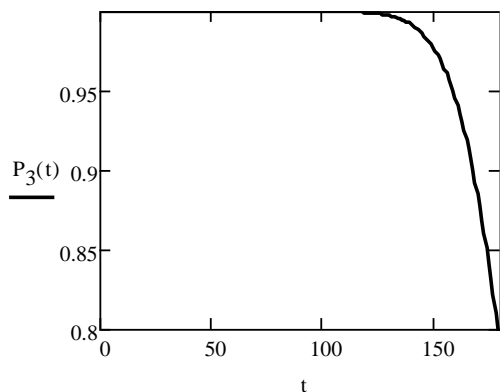


Рисунок 4 – Графік функцій надійності $P_3(t)$

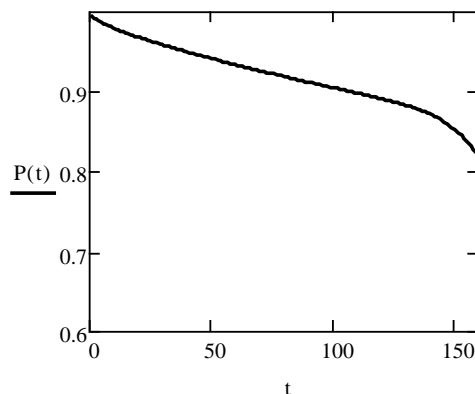


Рисунок 5 – Графік загальної функції надійності $P(t)$

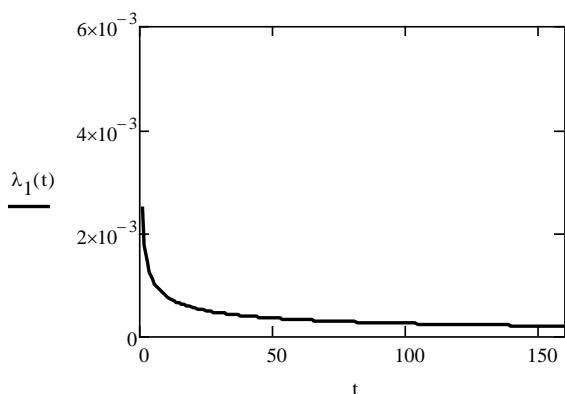


Рисунок 6 – Графік функцій інтенсивності відмов $\lambda_1(t)$

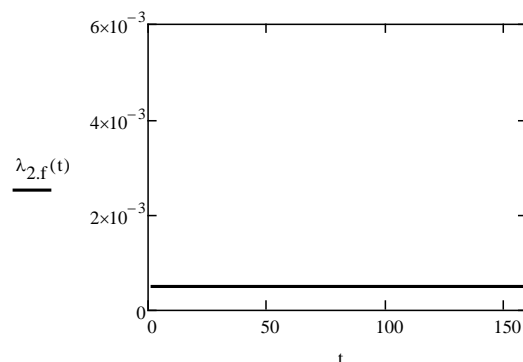


Рисунок 7 – Графік функцій інтенсивності відмов $\lambda_2(t)$

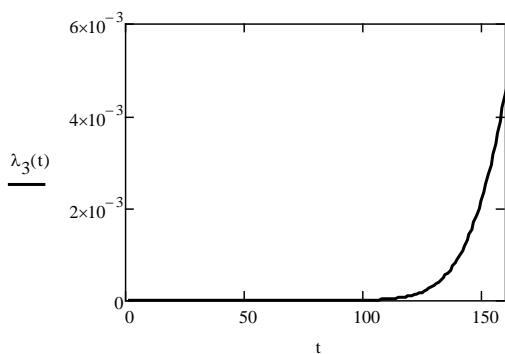


Рисунок 8 – Графік функцій інтенсивності відмов $\lambda_3(t)$

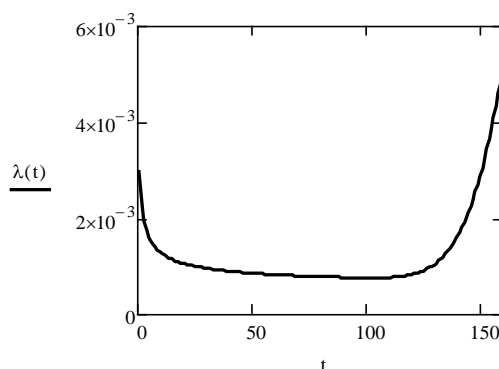


Рисунок 9 – Графік функцій інтенсивності відмов $\lambda(t)$

Висновки

1. Побудована модель визначення функції інтенсивності відмов $\lambda(t)$ як для елементів конструкції так і для всієї конструкції в цілому враховує відмови пов'язані з прихованими дефектами або помилками проектування, постійні

значення інтенсивності відмов основного етапу роботи конструкції і поступовими відмовами які виникають внаслідок незворотних фізико-механічних процесів «старіння» матеріалу.

2. Наведено алгоритм визначення надійності конструкції для певного часу.

3. З наведених графіків надійності для трьох типів відмов видно, що на перших двох етапах життєвого циклу (T_0 – початковий період експлуатації, T_R – основний період експлуатації) основний вклад в зменшення загальної надійності конструкції вносять $P_1(t)$, $P_2(t)$.

Література

1. Богданоф Дж. Вероятностные модели накопления повреждений / Козин Ф. – М.: Мир, 1989. – 344 с.
2. Болотин В. В. Ресурс машин и конструкций. / В. В. Болотин. – М: Машиностроение, 1990. – 446 с.
3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е.Гмурман. – Москва : Высшая школа. – 1972. – 367 с.
4. Гнеденко В.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности / В.В.Гнеденко, Ю.К.Беляев, А.Д.Соловьев. Гнеденко В.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. – Москва : Наука. – 1965. – 361 с.
5. Ржаницын, А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность / А.Р.Ржаницын. – Москва : Стройиздат. – 1978. – 239 с.
6. Melchers, R.E. Structural Reliability Analyssis and Prediction/ Second Edition. John Wiley & Sons.– New York: 1999 – 437 p.

Рецензенти:

Гамеляк І.П., д-р техн. наук, Національний транспортний університет.

Мішутін А.В., д-р техн. наук, Одеська державна академія будівництва і архітектури.

Reviewers:

Gameliak I.P., Dr. Tech. Sci., National Transport University.

Mishutin A.V., Dr. Tech. Sci., Odessa State Academy of Construction and Architecture.

Стаття надійшла до редакції: **26.01.2017 р.**