

Артеменко В.А., Петрович В.В., кандидат. техн. наук

ПРОГНОЗУВАННЯ НЕРЕГУЛЯРНИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ МЕТОДОМ ЛОКАЛЬНОЇ АППРОКСИМАЦІЇ

Анотація. Наведено процедуру прогнозування нерегулярних часових рядів методом локальної аппроксимації.

Проаналізовано результати числових експериментів по прогнозуванню модельних рядів даним методом.

Розглянуті можливості застосування методу локальної аппроксимації при прогнозуванні гідрологічних показників на прикладі прогноза середньодобових витрат води на один рік.

Ключові слова: Нерегулярні часові ряди, прогноз на базі методу локальної аппроксимації, довгостроковий прогноз середньодобових витрат води у річках.

Аннотация. Приведена процедура прогнозирования нерегулярных временных рядов методом локальной аппроксимации.

Анализируются результаты численных экспериментов по прогнозированию модельных рядов данным методом.

Рассмотрены возможности применения метода локальной аппроксимации для прогнозирования гидрологических показателей на примере прогноза среднесуточных расходов воды на один год.

Ключевые слова: Нерегулярные временные ряды, прогноз на основе метода локальной аппроксимации, долгосрочный прогноз среднесуточных расходов воды в реках.

Annotation. In this article detailed is considered procedure of the forecasting of the irregular time series by Local Approximation method.

Are analysed the results of numerical experiments of the forecasting model time series by this method.

Considered possibility of the using the Local Approximation for forecasting hydrometeorological time series on example of the hidrological series.

Keywords: Irregular time series, Local Approximation method, forecast of average daily water flow in the rivers.

Вступ

За останні роки спостерігається інтенсивне зростання повторюваності такого небезпечного природного явища як катастрофічні повені, які негативно впливають на стан автомобільних доріг та мостів, безпечний та безперебійний рух транспорту.

На ліквідацію наслідків руйнівної дії повеней постійно виділяються значні фінансові кошти.

В цих умовах надійний та своєчасний гідрологічний прогноз набуває особливої актуальності.

Наявність широкої мережі гідрологічних постів в Україні, своєчасна інформація про рівень води у річках в режимі реального часу, що одержується також автоматичними гідрологічними станціями із супутниковим зв'язком, дозволяє оперативно отримувати дані для складання відповідних гідрологічних прогнозів.

Однак якість гідрологічних прогнозів, якими користується дорожньо-мостове господарство, і далі залишається незадовільною.

Тільки впровадження у практику принципово інших підходів, безпосередньо пов'язаних з прогресом у галузі нелінійної динаміки та комп'ютерних технологій, дає можливість розробки якісно нового рівня прогнозування.

За останні роки встановлено, що у своїй більшості часові гідрологічні ряди володіють специфічною хаотичною поведінкою. Внаслідок цього для аналізу та прогнозу цих часових рядів і знайшли своє застосування методи нелінійної динаміки та детермінованого хаосу.

У статті розглянутий один із таких методів – метод локальної аппроксимації (Local Approximation, далі **LA**), його особливості та процедура прогнозування нерегулярних (у тому числі і гідрологічних) часових рядів.

Метод локальної аппроксимації

Сучасні методи нелінійної динаміки та детермінованого хаосу дозволяють не тільки аналізувати поведінку нерегулярного ряду в цілому, але також і прогнозувати його зміни у часі. При цьому припускається, що характеристики

природної системи, яка безпосередньо породжує та формує такий ряд, невідомі.

Звичайно на практиці при проведенні відповідних розрахунків використовують дані одномірного ряду спостережень. Але методи теорії динамічних систем дозволяють тільки за даними цього ряду провести відбудову поведінки всіх динамічних змінних процесу [1,2].

Так, наприклад, якщо система трьохмірна, а її поведінка описується змінними X, Y та Z , то тільки по ряду змінної X можливо відбудувати також часові ряди і для змінної Y , і для змінної Z .

Для цього слід застосувати метод затримки [3,4], який у якості координат стану динамічної системи у певний момент часу t оперує відповідними значеннями часового ряду, що були використані із деякими «запізнюваннями» через інтервал часу τ (часу «затримки»).

При такому підході до проблеми еволюції динамічної системи (і проблеми прогнозування часових рядів у тому числі) задача прогнозування трансформується у задачу суто геометричну, - необхідно відслідкувати траєкторію певної точки у N – мірному фазовому просторі, знаючі закономірності її руху на попередніх участках.

По суті при цьому вхідний ряд певним чином перетворюється у матрицю, яку називають матрицею «затримок» (траєкторною матрицею).

Для аналізу та прогнозу нерегулярних часових рядів теорія динамічних систем пропонує різноманітні успішно апробовані методи, у тому числі і метод локальної аппроксимації [5-8].

Можливість використання методу ЛА для прогнозування нерегулярних часових рядів визначається базовим принципом, що лежить у його основі – локальністю самої аппроксимації. Припускається відмова від використання всіх відомих значень ряду та обмеження їх числа лише найбільш близькими до деякої «стартової точки», від якої і починається прогноз.

Знайшов своє застосування цей метод зокрема і при прогнозуванні рядів добових витрат води гірських річок [9].

Однак у переважній більшості публікацій методика використання методу ЛА з точки зору її практичної реалізації не наведена.

Розглянемо в зв'язку з цим детальну побудову алгоритму цього метода прогнозування та деякі результати числових експериментів, проведених за допомогою розробленої авторами програми.

Зазначимо, що запис векторів та матриць наведений далі в нотації MATLAB.

Позначимо кількість динамічних змінних систем як DIM, а часову затримку τ як TAY.

Стовпці траєкторної матриці – це відбудовані часові ряди для динамічних змінних X, Y та Z.

Строки цієї матриці описують положення певної фазової точки на фазовій траєкторії для різних моментів часу, тобто у часі послідовно розглядається перша, друга, третя і т.д. строки траєкторної матриці.

Ці строки – N – мірні, або, у нашому позначенні, DIM – мірні вектори.

Оскільки розглядаються трьохмірні вектори, DIM = 3.

Прийmemo, наприклад, що вихідний скалярний, одномірний часовий ряд S має дев'ять складових, тобто

$$S = [S(1); S(2); S(3); \dots S(8); S(9)]. \quad (1)$$

Необхідно спрогнозувати поведінку ряду (1) на два кроки (дві точки) вперед.

Для цього вихідного ряду при DIM = 3 та TAY = 1 може бути побудована траєкторна матриця M виду

$$\begin{array}{llll}
 [X] & [Y] & [Z] & \\
 S(1) & S(2) & S(3) & [1] \\
 S(2) & S(3) & S(4) & [2] \\
 S(3) & S(4) & S(5) & [3] \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 S(7) & S(8) & S(9) & [7],
 \end{array} \quad (2)$$

де стовпці [X], [Y], [Z] – це відбудовані ряди для відповідних динамічних змінних.

Справа в квадратних скобках вказаний порядковий номер трьохмірного вектора (вектори [1],[2],[3], ... [7]).

Таким чином, у початковий момент часу фазова точка для трьохмірного випадку (2) у фазовому просторі має координати S(1); S(2); S(3), або X(t = 1); Y(t = 1); Z(t = 1).

У наступний момент часу ця точка має координати S(2); S(3); S(4), тобто X(t = 2); Y(t = 2); Z(t = 2), або у компактному вигляді X(2); Y(2); Z(2).

З часом фазова точка описує у фазовому просторі деяку DIM – мірну лінію (фазову траєкторію).

Ця фазова траєкторія, по-суті, характеризує часову еволюцію динамічної системи, тобто яким чином змінюються значення змінних, що однозначно характеризують стан цієї системи. Для визначення еволюції системи слід простежити послідовність зміни векторів [1]; [2]; ... [7] , із яких складена траєкторна матриця (2).

Зрозуміло, що траєкторна матриця розглядає лише дискретний стан динамічної системи.

При гідрометеорологічному прогнозуванні це має певні переваги, оскільки ряд спостережень S також є дискретним, рівнодистантним у часі рядом.

Якщо, наприклад, інтервал у часі між двома сусідніми точками вихідного ряду S дорівнює 1 хвилині; то і в траєкторній матриці M між кожним наступним положенням фазової точки цей час також дорівнює 1 хвилині: тобто 1 хвилина – це різниця у часі між двома сусідніми векторами.

Далі, не змінюючи значення параметру DIM = 3, почнемо поступово збільшувати параметр TAY, тобто часову затримку.

При параметрах DIM = 3 та TAY = 2 одержуємо із вихідного ряду (1) трьохмірну матрицю виду

$$\begin{array}{lll}
 [X] & [Y] & [Z] \\
 S(1) & S(3) & S(5) \quad [1] \\
 S(2) & S(4) & S(6) \quad [2] \\
 S(3) & S(5) & S(7) \quad [3] \\
 S(4) & S(6) & S(8) \quad [4] \\
 S(5) & S(7) & S(9) \quad [5] ,
 \end{array} \tag{3}$$

при параметрах DIM = 3 та TAY = 3 матрицю виду

$$\begin{array}{lll}
 [X] & [Y] & [Z] \\
 S(1) & S(4) & S(7) \quad [1] \\
 S(2) & S(5) & S(8) \quad [2] \\
 S(3) & S(6) & S(9) \quad [3] ,
 \end{array} \tag{4}$$

та остаточно при параметрах DIM = 3 та TAY = 4 траєкторну матрицю

$$\begin{array}{lll}
 [X] & [Y] & [Z] \\
 S(1) & S(5) & S(9) \quad [1] .
 \end{array} \tag{5}$$

Таким чином, значення $TAY = 4$ при $DIM = 3$ є граничним значенням, при якому ще можливо сформувати «непусту» траєкторну матрицю.

Методи хаотичної динаміки дозволяють попередньо знаходити оптимальні значення DIM та TAY по вихідному ряду та після цього проводити відбудову траєкторної матриці. Однак визначення цих значень DIM та TAY по вихідному одномірному та скалярному ряду є досить складною задачею. При цьому немає повної впевненості щодо оптимальності цих значень для конкретного процесу прогнозування.

У даному випадку значення DIM та TAY підбирали за спеціальною процедурою. Зазначимо, що це не є механічний перебір підряд всіх можливих значень. Однак методика пошуку таких значень у статті не розглядається.

Перейдемо далі безпосередньо до процесу прогнозування. Попередньо відмітимо, що для кожної траєкторної матриці у лівому верхньому куті її завжди знаходиться перший елемент вихідного ряду, а в правому нижньому куті – останній елемент ряду (у даному випадку $S(9) = S(END)$).

Цей останній елемент ряду міститься згідно (2) у векторі [7].

Даний алгоритм методу прогнозування базується на твердженні, що ряд S породжений динамічною системою, еволюція якої визначається лише початковою умовою та законом цієї еволюції.

Визначальна ідея методу полягає у пошуку аналога для останнього вектора траєкторної матриці (у даному випадку вектора [7]). Тобто вектор [7] – це початкова умова прогнозування.

Відповідно закон еволюції представлений векторами траєкторної матриці.

Якщо розглядати траєкторну матрицю (2), то вектор [1] через одиницю часу переходить у вектор [2]. Далі вектор [2] через ту саму одиницю часу переходить у вектор [3], і т.д.

Тобто всі переходи векторів можливо розглядати з позицій тільки вектора [1] та визначати його еволюцію через одну одиницю часу (один крок), дві одиниці часу (два кроки), і т.і., тобто

вектор [1] → вектор [2] (один крок)

вектор [1] → вектор [3] (два кроки)

вектор [1] → вектор [4] (три кроки), і т.д.

Зрозуміло, що аналогічно вектор [5] через один крок переходить у вектор [6], а через два кроки – у вектор [7].

При такій умові вектор [7] переходить у вектор [8] і далі у вектор [9] відповідно за один та два кроки.

Необхідно визначити ці «нові» вектори [8] та [9], тобто при $DIM = 3$ та $TAU = 1$ одержати матрицю виду

$$\begin{array}{llll}
 [X] & [Y] & [Z] & \\
 S(1) & S(2) & S(3) & [1] \\
 S(2) & S(3) & S(4) & [2] \\
 S(3) & S(4) & S(5) & [3] \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 S(7) & S(8) & S(9) & [7] \\
 S(8) & S(9) & S(10) & [8] \\
 S(9) & S(10) & S(11) & [9] ,
 \end{array} \tag{6}$$

Таким чином, на скільки значень вперед за умовами задачі потрібно виконати прогноз вихідного ряду, стільки потрібно знайти і «нових» векторів (наступних за останнім вектором вихідної траєкторної матриці).

Далі починаємо пошук аналога для останнього вектора траєкторної матриці. Нехай, наприклад, для вектора [7] найбільш близький аналог буде вектор [3].

У цьому разі еволюцію вектора – зразка [7] можливо ототожнювати із еволюцією вектора – аналога [3], який переходить у вектор [4] за один крок, у вектор [5] – за два кроки. За аналогією тоді

вектор [7] → вектор [4] (один крок)

вектор [7] → вектор [5] (два кроки).

З іншого боку, оскільки вектор [7] відповідно умов задачі через один крок переходить у вектор [8], а через два кроки – у вектор [9], можливо також умовно прийняти, що вектор [8] та вектор [9] відповідають векторам [4] та [5].

У цьому разі

$$[S(8); S(9); S(10)] = [S(4); S(5); S(6)],$$

$$[S(9); S(10); S(11)] = [S(5); S(6); S(7)].$$

Враховуючи рівність векторів, остаточно одержуємо, що $S(10) = S(6); S(11) = S(7)$, тобто виконаний прогноз для вихідного ряду S на два значення (два кроки) вперед.

Слід зазначити, що звичайно під мірою схожості векторів $\vec{V1}$ та $\vec{V2}$ розуміють відстань між ними

$$D = \|\vec{V1} - \vec{V2}\|,$$

де D – число (скаляр),

$\|\dots\|$ – деяка норма.

Приймаючи до уваги теорему про еквівалентність норм, можливо використовувати будь-яку норму. На практиці переважно використовують Евклідову норму.

Однак з точки зору забезпечення швидкості дії програм найбільш прийнятною є норма, що визначається через абсолютні значення.

Так, для двох трьохмірних векторів ($DIM = 3$)

$$\vec{V1} = [X1; Y1; Z1] \text{ та } \vec{V2} = [X2; Y2; Z2]$$

відстань D визначається як

$$D = \text{Abs}(X1-X2) + \text{Abs}(Y1-Y2) + \text{Abs}(Z1-Z2),$$

для двох чотирьохмірних векторів ($DIM = 4$)

$$\vec{V1} = [X1; Y1; Z1; W1] \text{ та } \vec{V2} = [X2; Y2; Z2; W2]$$

відстань D визначається як

$$D = \text{Abs}(X1-X2) + \text{Abs}(Y1-Y2) + \text{Abs}(Z1-Z2) + \text{Abs}(W1-W2),$$

де $\text{Abs}(\)$ – абсолютні значення.

Таким чином, для вектора [7] у даному випадку слід шукати вектор, відстань між яким та даним вектором – зразком є мінімальною. У цьому разі вектори будуть найбільш схожі (аналогічні).

Зазначимо, що при прогнозуванні реальних природних рядів іноді слід знаходити не один, а декілька векторів – аналогів. Це дозволяє у ряді випадків суттєво покращувати прогноз, оскільки з'являється можливість певного усунення помилок у ряді вихідних даних спостережень, а також завдяки деяким іншим причинам.

Разом з цим надмірна кількість аналогів (особливо якщо траєкторна матриця "коротка") може призводити до того, що у число аналогів попадуть вектори, які насправді не є такими аналогами.

У цьому разі якість прогнозу стає ще гіршою ніж у випадку, якщо оперують лише одним вектором-аналогом. Тому у розроблених процедурах прогнозування використовували такий параметр, як NNV – кількість найближчих векторів. По суті, NNV – це реальне число векторів-аналогів для

даного вектора-зразка. Використовуючи параметр $NNV > 1$, маємо змогу простежувати еволюцію кожного із векторів-аналогів.

Наприклад, будемо мати для вектора-зразка [7] два вектора-аналога ($NNV = 2$) – вектор [3] та вектор [1].

Через один крок вектор [1] переходить у вектор [2], а вектор [3] – відповідно у вектор [4].

У цьому випадку вектори [8] та [9] слід розглядати як середньоарифметичне цих векторів:

$$\text{вектор [8]} = \left[\frac{s(2)+s(4)}{2}; \frac{s(3)+s(5)}{2}; \frac{s(4)+s(6)}{2} \right], \text{аналогічно}$$

$$\text{вектор [9]} = \left[\frac{s(3)+s(5)}{2}; \frac{s(4)+s(6)}{2}; \frac{s(5)+s(7)}{2} \right].$$

Оскільки $S(10)$ згідно (6) є крайня права складова вектора [8], а $S(11)$ – крайня права складова вектора [9], можливо записати, що

$$S(10) = \frac{s(4)+s(6)}{2}, S(11) = \frac{s(5)+s(7)}{2}.$$

У випадку більшого числа NNV всі розрахунки виконуються аналогічно.

При роботі реальної процедури прогнозування сформована по вихідному ряду S траєкторна матриця розподіляється на три нерівномірні частини:

- 1) частина, у якій відшуковуються аналоги;
- 2) частина, у якій прослідковується еволюція аналогів;
- 3) частина, у якій знаходиться вектор-зразок.

Всі ці частини траєкторної матриці у загальному випадку будуть взаємно перекривати одна одну.

Перша частина є по суті верхньою частиною траєкторної матриці. Вона починається з вектора [1]. Довжина цієї частини дорівнює довжині всієї траєкторної матриці мінус число кроків прогнозування та мінус одиниця.

Частина, в якій прослідковується еволюція аналогів, являє собою повністю траєкторну матрицю за виключенням останнього вектора матриці (у нашому прикладі це вектор [7]).

Частина, у якій знаходиться вектор-зразок – це просто останній вектор траєкторної матриці.

Таке розподілення матриці припускає коректну роботу як головної процедури прогнозування, так і підпорядкованих головній процедурі всіх інших допоміжних процедур, та запобігає виходу за межі масивів, що використовуються у процедурах.

Реальні процедури були оснащені ретельною перевіркою коректності всіх вхідних даних, оскільки, наприклад, не можна сформувати траєкторну матрицю при надто короткому вихідному ряді S , а також занадто значній величині параметрів DIM, TAY та/або NNV.

Метод LA дозволяє виконувати прогноз без звертання до попередніх спрогнозованих значень. Наприклад, якщо для ряду довжиною 10 значень необхідно зробити прогноз ще на 10 значень вперед, а практичний інтерес являє тільки значення $S(20)$, метод дозволяє відразу знаходити це значення $S(20)$, без попереднього звертання до всіх проміжних значень $S(11)$, $S(12)$, ... $S(19)$.

Зазначимо, що більшість інших методів прогнозування є ітеративними, тобто вимагають послідовного знаходження всіх значень $S(11)$, $S(12)$, ... $S(19)$ для визначення $S(20)$.

Зрозуміло, що на кожному кроці при цьому неминухо накопичуються помилки. Тому через певне число кроків прогнозування стає неможливим (кінцевий результат звичайно «іде» у нескінченність).

Але оскільки цей метод прогнозування не є ітеративним, навіть при значному числі кроків прогнозування «виходу» у нескінченність кінцевого результату не буде.

Таким чином, припускається досить значна стійкість такої процедури прогнозування.

Ця позитивна якість даного методу прогнозування особливо важлива при прогнозуванні нерегулярних часових рядів природних процесів. Такі ряди мають певну погрішність у вихідних даних та містять різноманітні «стрибки» (піки) та інші незручні особливості, що звичайно призводить до хибних прогнозів при використанні більшості ітеративних процедур. Також цей метод не потребує будь-якої попередньої обробки даних у протилежність ітеративним методам прогнозування, де ефективність роботи процедури безпосередньо залежить від методу попередньої обробки.

З метою верифікації прогнозної моделі були проведені відповідні числові експерименти із використанням модельних та гідрологічних часових рядів.

Результати числових експериментів

Числові експерименти для перевірки даної процедури прогнозування попередньо проводили на модельних рядах.

Експеримент 1.

Досліджувався модельний ряд, що був одержаний при ітераціях логістичного рівняння

$$X(J+1)=A * X(J) * (1-X(J)) \quad (7)$$

при значенні параметра $A = 4$ та початковій умові $X(1) = 0.1$.

Ітерації рівняння (7) виконувались до одержання загальної довжини ряду, що дорівнювала 11000 значень. Для усунення перехідних явищ перші 1000 значень ряду відкидалися. Тобто числовий експеримент проводився з рядом довжиною 10000 значень.

Перші 9980 значень цього ряду подавали на вхід процедури прогнозування, а останні 20 значень використовували для контролю якості прогнозу.

Результати прогнозування наведені на рис.1.

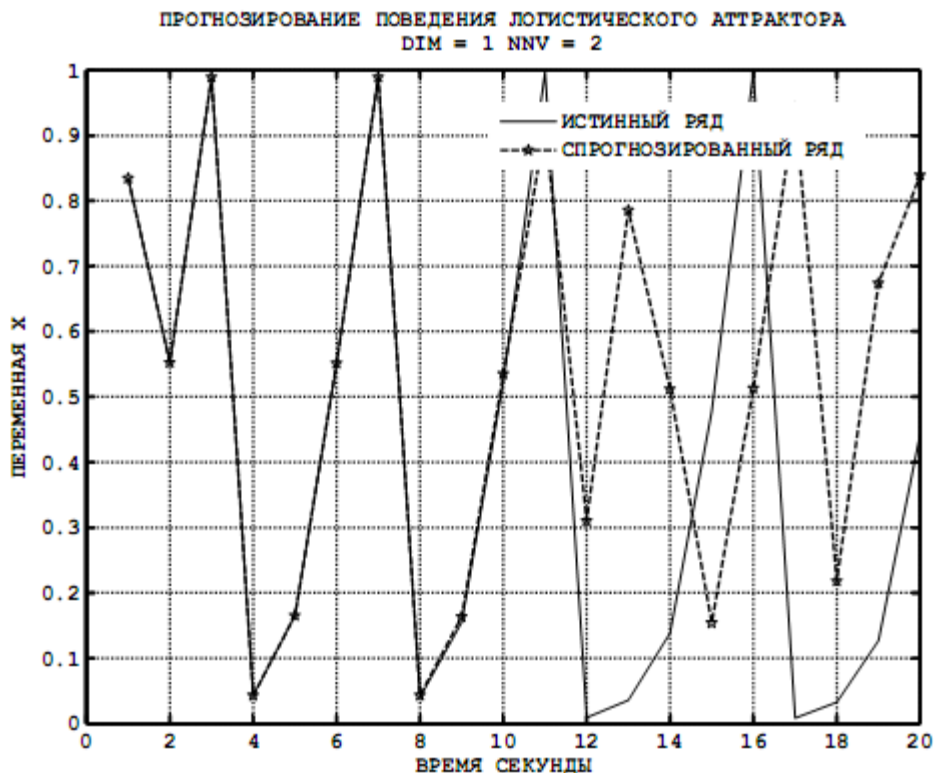


Рисунок 1

У даному випадку 1 умовна секунда на горизонтальній вісі графіка відповідає подовженню ряду на 1 значення вперед.

Як видно, одержуємо добрий прогноз логістичного ряду на 10 значень.

Експеримент 2.

Розглянемо результати прогнозування ряду, що породжений двохмірним рекуррентним рівнянням (класичним рівнянням Енона) виду

$$\begin{cases} X(J + 1) = 1 - A * X(J) * X(J) + Y(J) \\ Y(J + 1) = B * X(J) \end{cases} \quad (8)$$

при початкових значеннях $X(1) = 0.1$ та $Y(1) = 0.2$.

Як і рівняння (7), це рівняння при величині параметрів $A = 1.4$ та $B = 0.3$ проявляє хаотичну поведінку.

При ітераціях рівняння (8) був одержаний двохмірний ряд довжиною 11000 значень, який являв собою матрицю, що мала 11000 строк та відповідно 2 стовпця. При цьому кожний стовпець матриці – це вектор, що містив значення змінної (перший стовпець – значення змінної X , другий стовпець – змінної Y).

При експериментах подовжували або ряд X , або ряд Y . Це пов'язано виключно з тим, що застосована процедура прогнозує тільки одномірний ряд.

Перші 1000 строк матриці усувались, що дозволило у більшому або меншому ступені звільнитися від впливу перехідних явищ.

Далі перші 9970 строк матриці довжиною 10000 значень подавали на вхід процедури прогнозування, а останні 30 строк використовувались для порівняння спрогнозованих та дійсних значень.

Тобто ряд довжиною 9970 значень подовжували на 30 значень.

При цьому використовувались різні значення параметрів прогнозування DIM та NNV для кожного ряду (X або Y).

На рис. 2 наведений результат прогнозування для ряду змінної X . Як свідчать результати розрахунків, прогнозні та дійсні значення добре співпадають приблизно на протязі перших 12 точок, а далі на протязі 15 точок – із задовільною точністю.

У даному випадку слід зазначити, що для процедури прогнозування ряду X та Y виявляються нерівноцінними, хоч ці ряди змінних і генеруються одним і тим самим рівнянням (належать певній динамічній системі).

Тобто оптимальні параметри прогнозування DIM та NNV для змінної X у загальному випадку можуть бути не оптимальними для іншої змінної двомірного ряду Y .

У цьому зв'язку кожний одновимірний ряд з точки зору процедури прогнозування повинен розглядатися як окремий ряд із своїми оптимальними параметрами прогнозування.

Досить спрощене пояснення цього явища полягає у тому, що використана процедура прогнозування розглядає ряди із геометричної точки зору. Тому, незважаючи на належність рядів змінних X та Y одній динамічній системі, слід розглядати ці ряди окремо один від одного.

Як свідчать проведені розрахунки, збільшення величина DIM із одиниці до двох, а також збільшення числа аналогів NNV із одного до трьох, істотно поліпшують якість прогнозу.

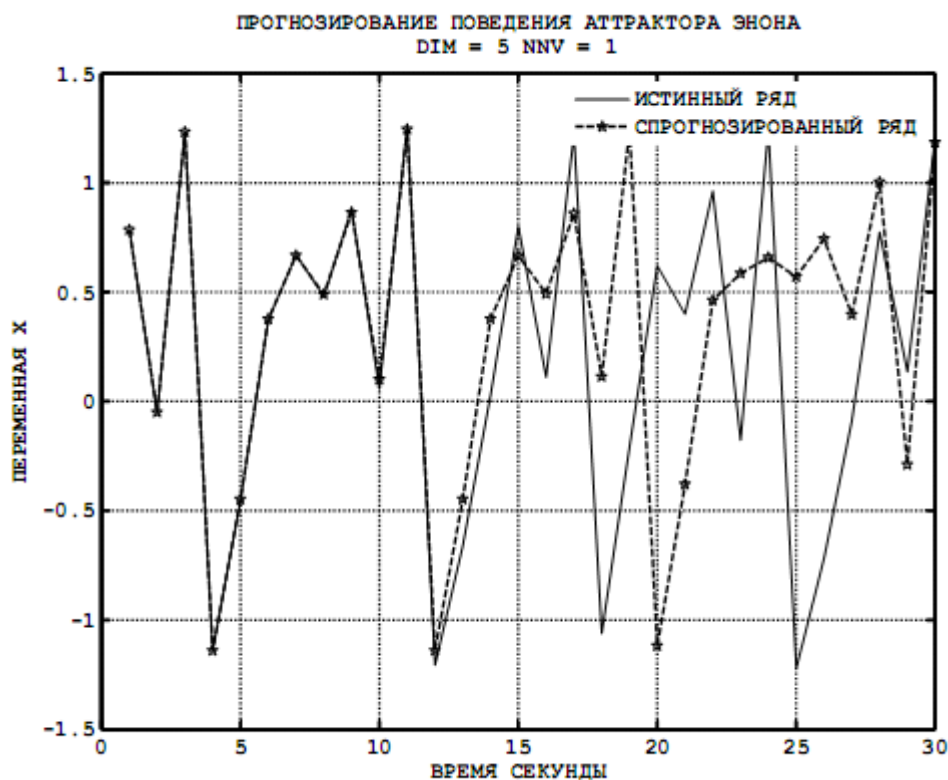


Рисунок 2

Експеримент 3

Як було зазначено в [10], всі динамічні системи у першому наближенні можливо умовно поділити на каскадні та поточкові динамічні системи.

У експериментах 1 та 2 було розглянуто прогнозування рядів, що породжені каскадними динамічними системами.

Далі розглянемо прогнозування часових модельних рядів, що породжені поточковими динамічними системами. Будемо досліджувати модельний ряд, що одержаний при числовому рішенні диференціального рівняння Ж. Спротта (модель виду А) :

$$\begin{cases} \frac{DX}{DT} = Y, \\ \frac{DY}{DT} = -X + Y * Z, \\ \frac{DZ}{DT} = 1 - Y * Y. \end{cases} \quad (9)$$

Система звичайних диференціальних рівнянь (9) розв'язувалась методом Рунге-Кутта 4 порядку з кроком у часі 0.1 сек. при початкових умовах $X = 0.1$; $Y = 0.2$; $Z = 0.3$.

Таким чином був одержаний трьохмірний ряд довжиною 11000 значень (матриця в 11000 строк та 3 стовпця, що містять значення змінних X , Y та Z відповідно).

Процедура розв'язання диференціального рівняння (9) дозволила одержати також і вектор часу, що дало можливість побудови графіків змінних із прив'язкою їх у часі.

Після видалення перших 1000 строк матриці, що була одержана у результаті розв'язання (9), та відповідної корекції вектора часу (враховуючи нову довжину матриці у 10000 строк), виконували дану процедуру прогнозування із використанням тільки перших 9500 строк цієї нової матриці. Останні 500 строк використовувались виключно для порівняння спрогнозованих значень із дійсними значеннями.

В експерименті був використаний крок інтегрування у часі, що дорівнював 0.1 сек.

На рис. 3 наведений типовий результат прогнозування ряду для змінної X , що одержаний при параметрах $DIM = 30$ та $NNV = 1$.

Зазначимо, що при оптимальних параметрах одержуємо майже ідеальний результат прогнозування на протязі 500 точок ряду, або 50 умовн. сек. (див. рис. 4).

Як показують результати розрахунків, при параметрах $DIM \in [53;57]$ та $NNV = 1$ теж одержуємо прогноз достатньої якості, у інших випадках – стабільний прогноз на протязі перших 100 точок (100 умовн. сек.).

Експеримент 4

Проаналізуємо далі результати прогнозування ряду, що одержаний при числовому інтегруванні системи звичайних диференціальних рівнянь Лоренца

$$\begin{cases} \frac{DX}{DT} = A * (Y - X), \\ \frac{DY}{DT} = X * (B - Z) - Y, \\ \frac{DZ}{DT} = X * Y - C * Z. \end{cases} \quad (10)$$

при класичному наборі параметрів рівняння $A = 10$; $B=28$ та $C = 8/3$.

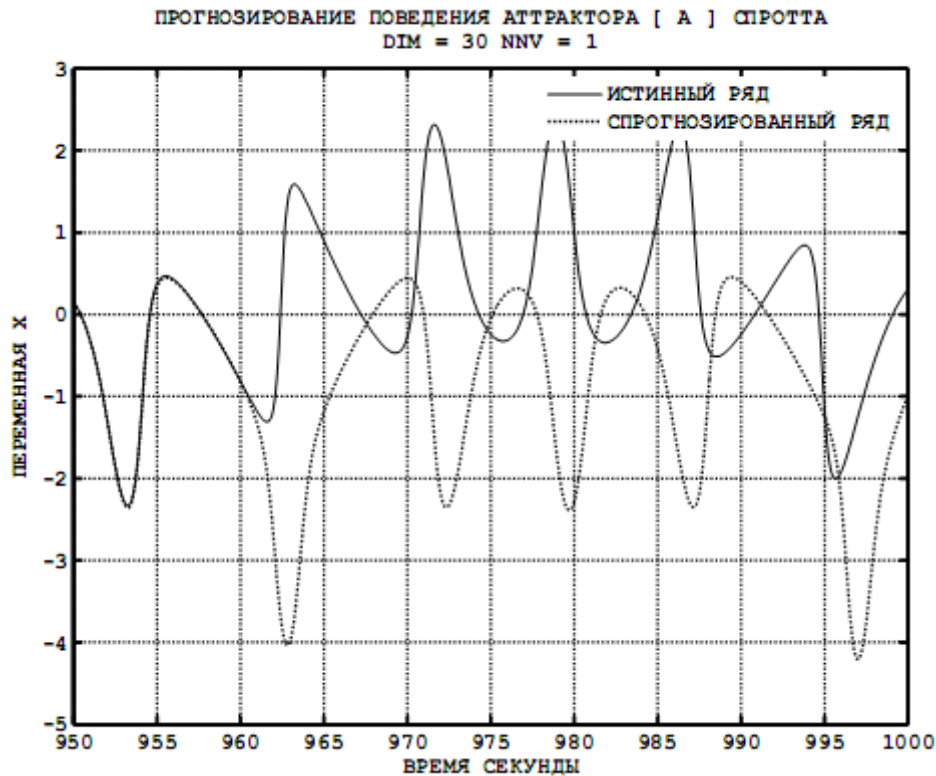


Рисунок 3

Ця система Лоренца, як і розглянута вище система Спротта (9), проявляє хаотичну поведінку (при вказаних коефіцієнтах).

Методика проведення даного експеримента повністю відповідає методиці проведення експеримента 3 (початкові умови, шаг інтегрування і т.і.).

На вхід процедури прогнозування подавали перші 9900 точок ряду (у даному випадку ряду X) довжиною 10000 значень, а останні 100 значень використовувались виключно для контролю якості прогнозу.

На рис.5 наведені результати прогнозування для змінної X , що були одержані при параметрах прогнозування $DIM = 20$ та $NNV = 1$. Як видно, спостерігається повне співпадіння спрогнозованого та дійсного ряду на протязі перших 30 точок (3 умовн.од.), а далі на протязі наступних 35 точок – досить задовільний прогноз.

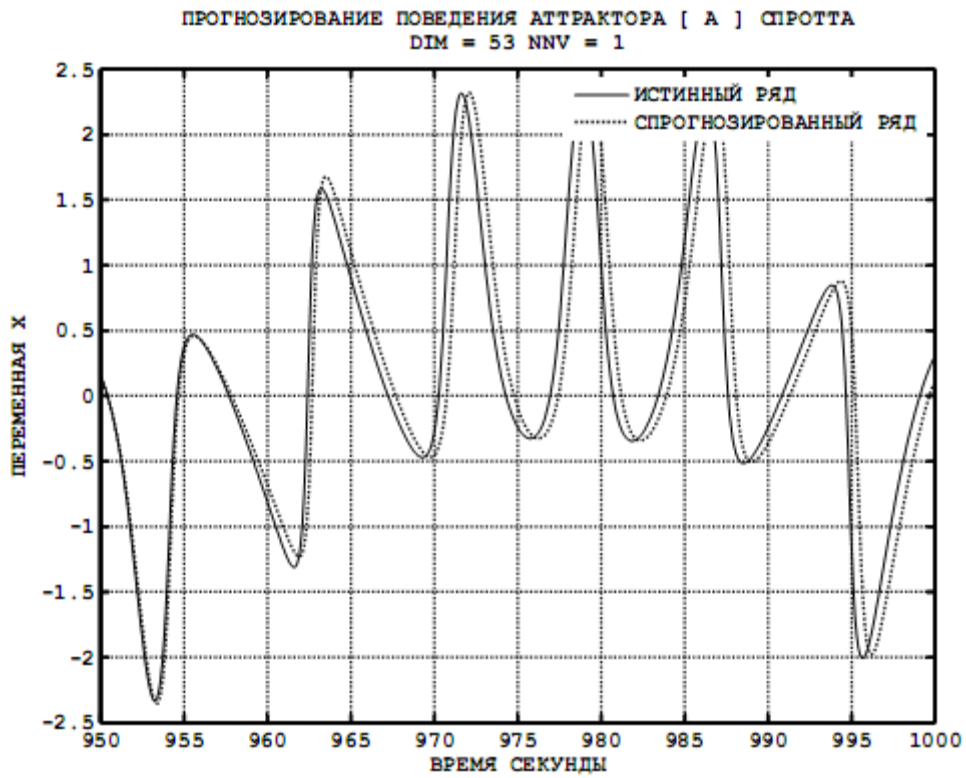


Рисунок 4

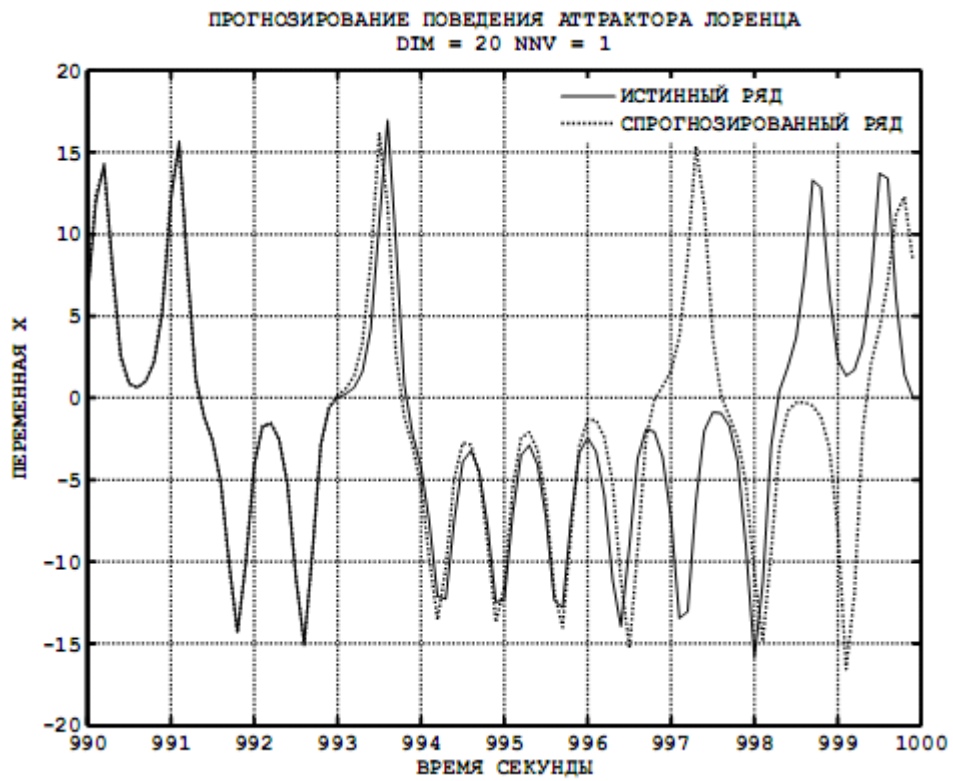


Рисунок 5

Як показують розрахунки, при $DIM \in [20; 33]$ та $NNV = 1$ маємо учасок стійкого прогнозування, на якому досягаються найкращі результати (як у часі, так і помилці прогнозу).

При цьому оптимальне значення DIM знаходиться приблизно у середині вказаного діапазону.

Зазначимо, що метод **LA** є одним із самих простих у реалізації методів прогнозування, що розроблені на базі принципів хаотичної динаміки.

Однак цей метод прогнозування використовує часовий ряд вихідних даних значної довжини, одержати який на практиці не завжди можливо.

Тому для досить коротких часових рядів доцільно використовувати інші методи прогнозування, що також базуються на засадах хаотичної динаміки (дивись, наприклад, [11]).

Прогнозування річкового стоку

Сучасна практика гідрологічних прогнозів вимагає принципово нового підходу, що полягає у застосуванні нелінійних динамічних моделей, адекватних результатам багаторічних натурних спостережень за річковим стоком.

Розглянемо результати прогнозування гідрологічного ряду витрат води у річці методом **LA**.

Як було зазначено вище, метод **LA** дозволяє проводити якісне прогнозування ряду як на коротку, так і довготривалу перспективу.

Для адекватного прогнозування був вибраний достатньо довгий часовий ряд середньодобових витрат води довжиною 12045 значень, тобто приблизно за 33 роки (див.рис.6).

Вихідні дані спостережень були переведені у текстові файли, які далі використані у процедурі прогнозування. На вхід процедури подавали лише перші 10950 значень цього ряду, а потім подовжували ряд ще на 365 значень, використовуючи різні параметри прогнозування.

Після виконання процедури порівнювали одержані при прогнозуванні значення із значеннями реального ряду (останні 365 значень ряду довжиною 11315 од. відповідно).

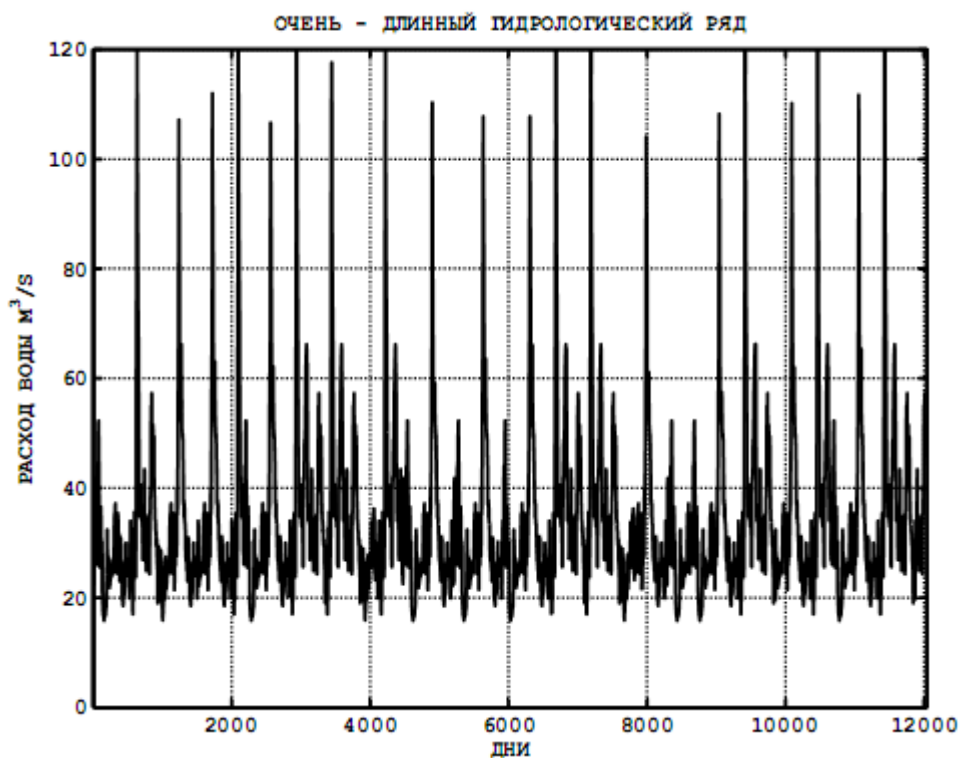


Рисунок 6

На рис.7 наведені результати прогнозу на кожний день протягом року, що були одержані при оптимальних параметрах прогнозування $DIM = 350$ та $NNV = 1$.

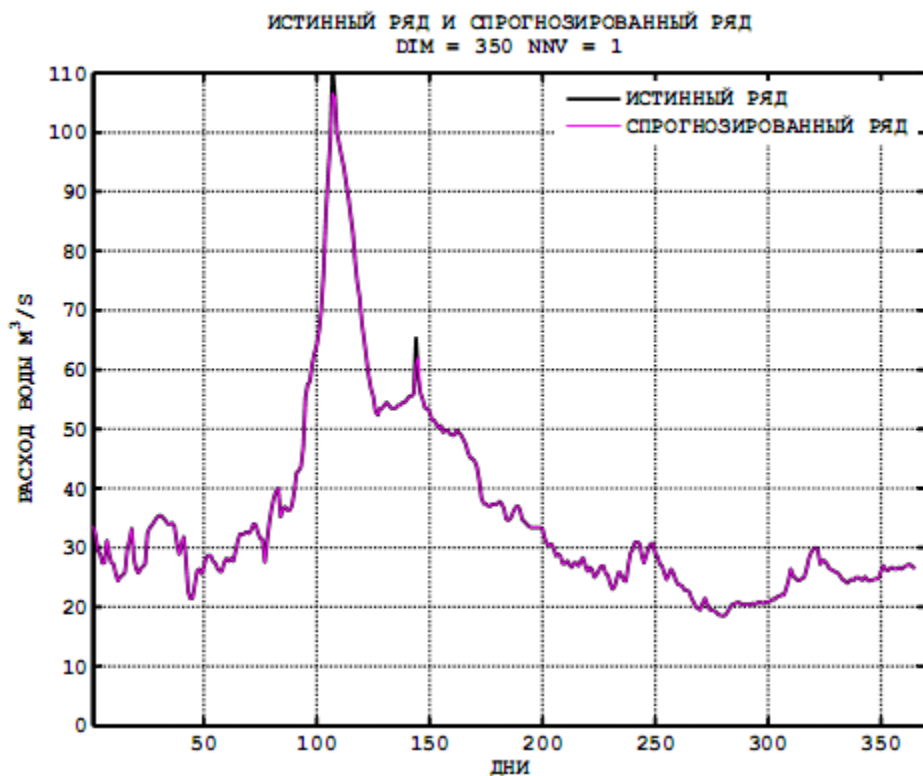


Рисунок 7

Як видно, дійсний та спрогнозований участок ряду практично співпадають.

Відхилення параметрів прогнозування від оптимальних у певних межах дещо погіршує якість прогнозу, але з практичної точки зору ще можна говорити про адекватність цього прогнозування (див.рис.8). Але навіть такий прогноз якісно відрізняється від результатів, що можуть бути одержані існуючими методами прогнозування.

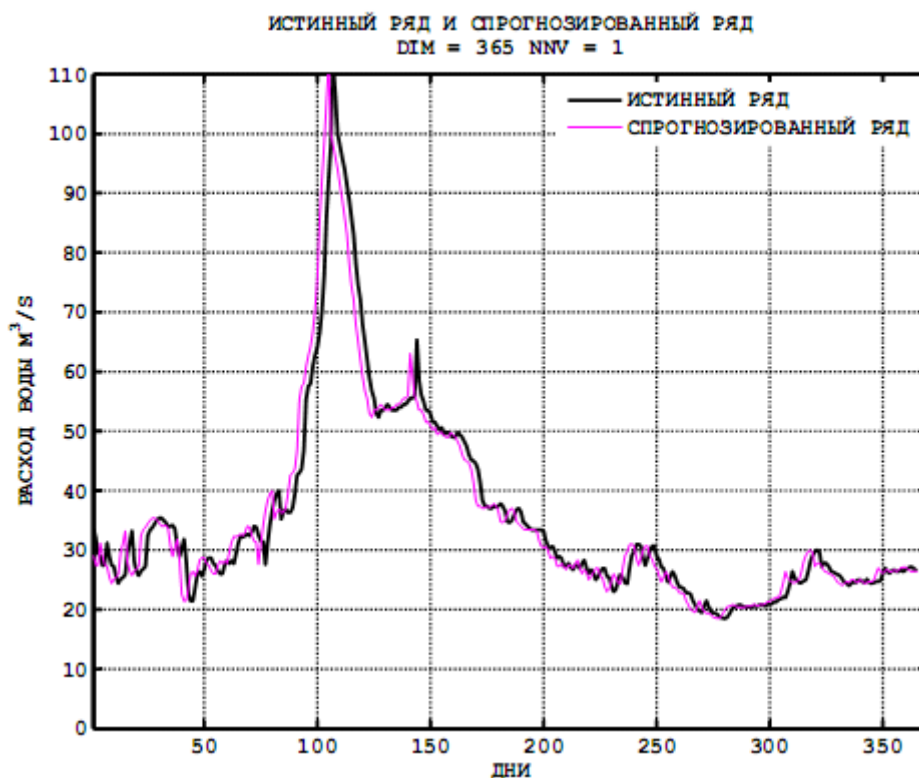


Рисунок 8

Слід зазначити, що загальноприйнятий підхід до прогнозування вважає, що модельні ряди прогнозуються значно краще рядів реальних. Однак проведеними числовими експериментами доведено, що гідрологічний часовий ряд прогнозується на велику кількість значень не гірше (а іноді навіть краще!) рядів модельних, оскільки застосована процедура постійно виявляє та аналізує схожі участки довжиною DIM та кількістю NNV у ряді.

Висновки

1. Розглянуто достатньо простий у реалізації алгоритм прогнозування будь-яких нерегулярних часових рядів методом локальної апроксимації (методом LA).

Метод володіє такими позитивними якостями як відсутність попередньої обробки вхідних даних, значною стійкістю процедури прогнозування, малим необхідним ресурсом ЕОМ;

2. Результати прогнозування модельних рядів, а також прогнозування гідрологічного ряду середньодобових витрат води на один рік свідчать про універсальність та високу точність методу **LA**.

Література

1. Кузнецов С.П. Динамический хаос. – М.:Физматлит, 2001. – 296 с.
2. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. – Саратов: Изд-во Гос. УНЦ «Колледж», 2005. – 343 с.
3. Данилов Ю.А. Лекции по нелинейной динамике: Элементарное введение. – М.:КомКнига, 2006. – 208 с.
4. Гринченко В.Т., Мацыпура В.Т., Снарский А.А. Введение в нелинейную динамику : Хаос и фракталы. – М.: Изд-во ЛКИ, 2010. – 280 с.
5. Farmer J.D., Sidorovich J.J. Predicting chaotic time series.- Phys.Rev.Lett., 1987, 59(8). – P. 845 – 848.
6. Casdagli M. Nonlinear prediction of chaotic time series. – Physica D, 1989, 35. – P. 335 – 356.
7. Лоскутов А.Ю., Котляров О.Л. Нелинейная динамика и анализ временных рядов// Проблемы анализа риска. – 2004. – № 2. – Т.1. – С. 160 – 177.
8. Лоскутов А.Ю., Котляров О.Л., Журавлёв Д.И. Временные ряды: анализ и прогноз // Сб. научн. Трудов 11-й международной конф. «Математика, компьютер, образование». – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. – Т.1. – С. 9 – 46.
9. Jayawardena A.W. Runoff forecasting using a local approximation method.- «Destructive Water : Water- Caused Natural Disasters, their Abatement and Control.» Proceedings of the Conference held at Anaheim, California, June 1996 // IAHS, Publ. №239. – 1997. – P.167 – 171.
10. Петрович В.В., Артеменко В.А. Довгострокове прогнозування величини річкового стоку методом SVD-розкладення // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – Вип.85. – К.: Вид-во НТУ, 2012. – С. 142 – 147.
11. Петрович В.В., Артеменко В.А. Прогнозування часових природних рядів на основі методу SVD – розкладення // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – Вип.84. – К.: Вид-во НТУ, 2012. – С. 13 – 29.