

УДК 625.72

Смирнова Н.В., канд. техн. наук

## ОСНОВНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ НА УЧАСТКАХ ДОРОГ С НЕВОЗМОЖНЫМИ ОБГОНАМИ

**Анотація.** У статті проаналізовано основні залежності режимів руху транспортних потоків на ділянках доріг з неможливими обгонами. Запропоновано математичну модель визначення імовірнісних характеристик руху транспортних потоків на ділянках двосмугових доріг. Розкрито алгоритм обчислень моделювання руху транспортного потоку та приведені результати моделювання.

**Ключові слова:** автомобільна дорога, транспортні потоки, режими руху, верогідність вільного руху, щільність транспортного потоку, інтенсивність руху.

**Аннотация.** В статье проанализированы основные зависимости режимов движения транспортных потоков на участках дорог с невозможными обгонами. Предложена математическая модель определения вероятностных характеристик движения транспортных потоков на участках двухполосных дорог. Представлен алгоритм вычислений моделирования движения транспортного потока и приведены результаты моделирования.

**Ключевые слова:** автомобильная дорога, транспортные потоки, режимы движения, вероятность вольного движения, плотность транспортного потока, интенсивность движения.

**Annotation.** The article analyzes the main dependences of traffic flow modes at road sections with impossible overtaking. A mathematical model for determining the probability characteristics of traffic flow on 2-lane roads was proposed. An algorithm for computing traffic flow modeling, as well as results of the simulation is represented.

**Key words:** highway, traffic flows, driving modes, the probability of free movement, traffic density, traffic volume.

В настоящее время в Украине длина дорог II-V категорий составляет для государственных дорог 92%, а местных дорог почти 100%. То есть, почти все дороги Украины – это двухполосные дороги. На двухполосных дорогах самый сложный маневр автомобилей в транспортном потоке это обгон с выездом, на встречную полосу. Именно благодаря обгонам на двухполосных дорогах обеспечиваются высокие скорости движения. Для безопасного обгона видимость встречного автомобиля должна быть достаточно велика. Минимальную видимость  $S_{min}$ , достаточную для безопасного обгона, в предположении постоянства скоростей находят как сумму трех слагаемых: 1) пути движения со скоростью  $v_1$  обгоняющего автомобиля за время обгона  $t_{об}$ , 2) запаса  $l_{13}$  между обгоняющим и встречным автомобилем в момент окончания обгона и 3) пути  $S_{встр}$ , который проехал со скоростью  $v_3$  встречный автомобиль по своей полосе за время обгона до момента окончания обгона и возвращения обгоняющего автомобиля на свою полосу:

$$S_{min} = v_1 \cdot t_{об} + l_{13} + v_3 \cdot t_{об} \quad (1)$$

Действующие ДБН В.2.3-4-2007 «Автомобильные дороги» [1] нормируют в п. 5.2.2 минимальную видимость встречного автомобиля рекомендуемой величиной 450 м для всех категорий дорог, а в случае больших объемов работ разрешают снижать в проектах видимость до величин от 450 до 90 м для расчетных скоростей от 120 до 30 км/ч (п. 5.2.3). Обосновываются нормативные значения 450-90 м схемой прерванного обгона. Такие маневры на двухполосной дороге опасны и часто ведут к ДТП.

Нормативы ДБН (450-90 м), существенно меньшие безопасно допустимых по зависимости (1), приводят к тому, что в проектах дорог

неизбежны участки с ограниченными обгонами, на которых снижаются скорости быстроходных автомобилей и растет аварийность, несмотря на организацию движения дорожными знаками и разметкой, запрещающими обгоны. В настоящее время отсутствуют теоретические основы расчета такого рода потерь и снижения транспортно-эксплуатационных показателей качества дороги.

Целью настоящей статьи является моделирование движения транспортных потоков и различных групп автомобилей на участках двухполосных дорог II-IV категорий с невозможными обгонами для технико-экономических обоснований запрещения обгонов при вариантном проектировании дорог.

Все описанные выше ситуации взаимодействия водителей в потоке имеют место для любого автомобиля транспортного потока, и поэтому на двухполосных дорогах складываются следующие режимы движения, см. рис. 1: 1 – стационарный, 2 - переходный без обгонов, 3 - переходный с обгонами.

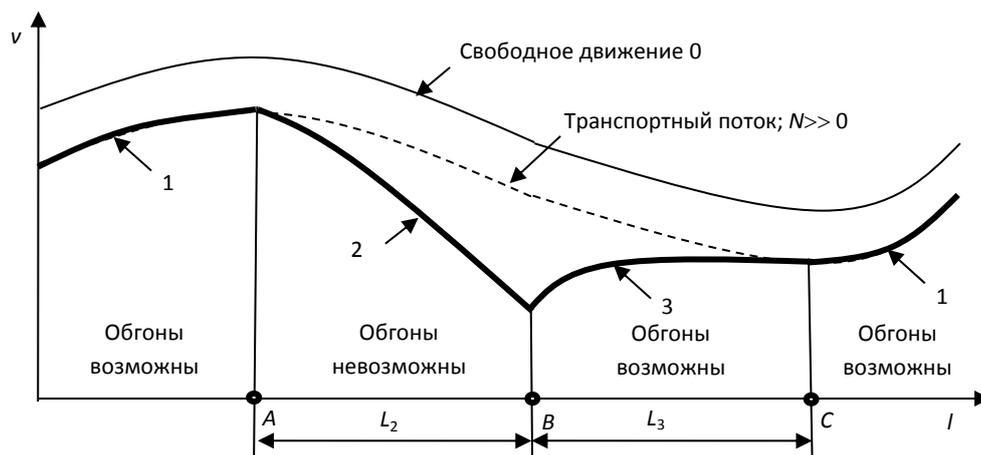
Режимы движения транспортного потока 1, 2, 3 повторяются соответственно дорожным условиям, которые формируются на дороге в зависимости от параметров технического уровня и организации движения техническими мероприятиями, преимущественно, разметкой и дорожными знаками.

Стационарный режим (1) имеет место на участках с видимостью дороги и встречных автомобилей, достаточной для обгонов. Количество обгонов при этом режиме ограничено только интенсивностью встречного потока, так как с ее ростом уменьшается количество интервалов во встречном потоке, достаточных для обгонов. Общая скорость транспортного потока снижается примерно прямо пропорционально общей интенсивности потока.

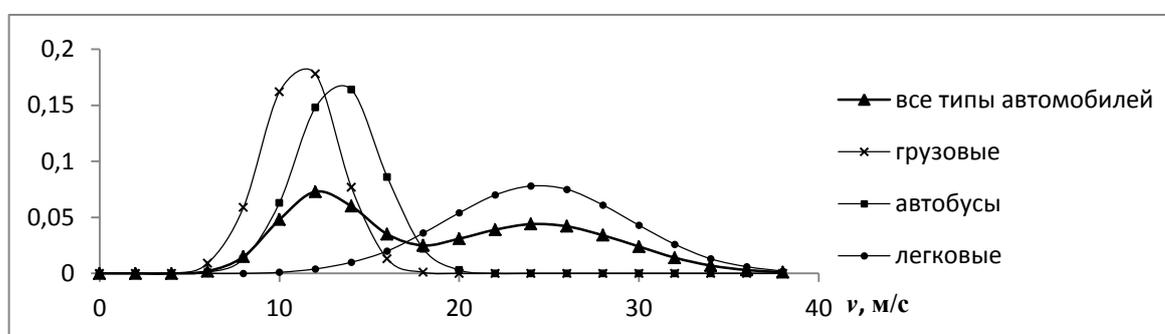
Режим переходный без обгонов (2) имеет место на тех участках дороги, на которых обгоны невозможны из-за малой видимости.

Режим переходный с обгонами (3) начинается сразу же после режима (2) в точке *B*. С появлением возможности обгонов водители начинают реализовать «отложенные» обгоны.

Каждый из отмеченных режимов движения потока описываем дифференциально-вероятностными уравнениями. Данными для их решения являются распределения вероятностей скоростей свободного движения всех автомобилей, которые входят в состав транспортного потока, см.рис. 2.



**Рисунок 1** – Скорости и режимы движения транспортного потока



**Рисунок 2** – Плотности распределения вероятности свободного движения групп автомобилей и всего транспортного потока. Грузовых и автопоездов – 20 %, автобусов – 24 %, легковых – 56 %

Скорость свободного движения - это скорость, которую выбирает водитель в зависимости от динамических возможностей транспортного средства. Результаты решения уравнений движения потока - это распределения вероятностей скоростей автомобилей транспортного потока с расчетной интенсивностью и средние скорости потока и типовых автомобилей потока (легковых, грузовых, автопоездов, автобусов). По значениям этих скоростей и их графикам известными методами оценивают соответствие нормативным требованиям показателей технического уровня и эксплуатационного состояния дороги.

Построение модели движения транспортного потока начинают обычно с анализа движения двух скоростных групп автомобилей. Этим простым, хотя

несколько искусственным случаем ограничивались отечественные и зарубежные исследователи [2,3].

В любой точке участка дороги быстроходный автомобиль 1 имеет либо скорость  $v_0$  медленного автомобиля 0, либо скорость свободного движения  $v_1$  – скорость, с которой желал бы двигаться водитель, если бы не было других автомобилей. Ясно, что  $v_0 < v_1$ . Вероятность свободного движения со скоростью  $v_1$  обозначим как  $P_1$ . Вероятность  $P_1$  находится составлением и решением уравнения Колмогорова [4] сохранения состояния 1 при движении от точки  $x$  до точки  $x + \Delta x$

$$P_1(x + \Delta x) = P_1(x) \left(1 - r' \frac{v_1 - v_0}{v_1} \Delta x\right), \quad (2)$$

где  $P_1(x + \Delta x)$  – вероятность сохранения свободного движения до точки  $(x + \Delta x)$ ,  $P_1(x)$  – вероятность свободного движения в точке  $x$  (первый множитель),

Выражение  $\left(1 - r' \frac{v_1 - v_0}{v_1} \Delta x\right)$  или  $(1 - \lambda_{10} \Delta x)$  – это вероятность того, что быстроходный автомобиль не догонит медленный автомобиль до точки  $x + \Delta x$  (второй множитель). Вероятность  $\lambda_{10} \Delta x$  – это вероятность того, что быстроходный автомобиль догонит медленный автомобиль до точки  $x + \Delta x$ , то есть, вероятность того, что на интервале  $\Delta x(v_1 - v_0)/v_1$ , который следует сразу же за точкой  $x$ , есть хотя бы один тихоходный автомобиль транспортного потока заданной плотности  $r$ . В терминах теории исследования операций [4] вероятность  $\lambda_{10} \Delta x$  – это плотность перехода автомобиля 1 из состояния 1 в состояние 0.

Входящая в выражение (2) величина  $r'$  – это фиктивная плотность транспортного потока

$$r' = \frac{r_0}{1 - r l_0}, \quad (3)$$

где  $r$  – действительная плотность транспортного потока, авт/м,

$l_0$  – минимально-безопасная дистанция между автомобилями, м, такая, что максимальная плотность транспортного потока  $r_{max} = 1/l_0$ .

Для решения уравнения Колмогорова [4] перенесем  $P_1(x)$  в левую часть уравнения (2), разделим правую и левую части на  $\Delta x$  и устремим  $\Delta x$  к 0

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P_1(x + \Delta x) - P_1(x)}{\Delta x} = -r' \frac{v_1 - v_0}{v_1} . \quad (4)$$

Левая часть в (3) – это производная  $P'_1(x)$ , то есть

$$\frac{d(P_1(x))}{dx} = -r' \frac{v_1 - v_0}{v_1} \quad (5)$$

Разделяя в (5) переменные и интегрируя, получим вероятность свободного движения быстроходного автомобиля в зависимости от пути  $x$

$$P_1(x) = e^{-xr' \frac{v_1 - v_0}{v_1}} . \quad (6)$$

Обобщая результаты на случай трех и более скоростных групп автомобилей и переходя к непрерывному распределению вероятностей скорости, получим вероятность свободного движения любого автомобиля типа  $v$ , то есть автомобиля, водитель которого желал бы двигаться со скоростью  $v$

$$P(v) = e^{-xr'z(v)} , \quad (7)$$

где  $r'z(v)$  - суммарная плотность переходов из состояния типа  $v$  (движения со скоростью  $v$ ) в состояния движения со скоростью меньше  $v$  (то есть, скоростью тех автомобилей, которых мог бы догнать водитель автомобиля типа  $v$ ).

Функцию плотности переходов  $z(v)$  найдем по аналогии с зависимостью для полученной ранее плотности перехода  $\lambda_{10} = r'(v_1 - v_0)/v_1$  автомобиля 1 из состояния 1 в состояние 0

$$z(v) = \int_0^v f(w) \frac{v-w}{v} dw \quad \text{или} \quad z(v) = F(v) - \frac{1}{v} \int_0^v wf(w)dw , \quad (8)$$

где  $f(v)$  и  $F(v)$  – плотность и функция распределения вероятностей скорости при свободном движении всех автомобилей, составляющих транспортный поток.

Для решения нашей задачи о средней скорости потока расчетной интенсивности на участке переходного режима движения без обгонов функцию  $\Phi(v)$  распределения скорости автомобилей в транспортном потоке в точке  $x$  находим в виде

$$\Psi(v) = 1 - (1 - F(v)P(v)). \quad (9)$$

Среднюю скорость транспортного потока вычисляем в виде

$$m = \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} v \varphi(v) dv \quad \text{или} \quad m = \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} (1 - \Psi(v)) dv, \quad (10)$$

где  $\varphi(v)$  - плотность распределения и  $\Psi(v)$  - функция распределения вероятностей скорости в транспортном потоке. Вычислительные процедуры моделирование движения транспортных потоков и различных групп автомобилей на участках двухполосных дорог с невозможными обгонами осложняются изменением плотности потока  $r$  с увеличением  $x$ , т.е., по мере продвижения потока автомобилей по участку с невозможными обгонами. Обычно на участке дороги достаточной длины (между пересечениями или примыканиями) интенсивность потока  $q$  - величина постоянная. Но плотность потока  $r$  меняется от точки к точке с изменением средней скорости потока  $m$  согласно соотношению  $r = q / m$ . Поэтому, моделируя движение потока с постоянной  $q$  на участке без обгонов и с уменьшением средней скорости потока  $m$  с ростом  $x$ , величину искомой скорости  $m$  будем вычислять итерационным способом, уточняя в каждой итерации плотность  $r$ .

Алгоритм вычислений при моделировании движения транспортного потока составлен следующим образом.

1. В точке  $x=0$  (начало участка с невозможными обгонами) задают распределение скорости при свободном движении, т.е. функции  $f(v)$  и  $F(v)$ , см. рис. 2. Устанавливают  $x_{\max}$  - длину участка дороги с невозможными обгонами (например,  $x_{\max} = 1000$  м). Задают интенсивность  $Q$  (авт/час) или  $q$  (авт/с) и минимально безопасный интервал между автомобилями  $t_0$  (например,  $t_0 = 3$  с).

2. Рассчитывают функцию  $z(v)$  по формуле (8).

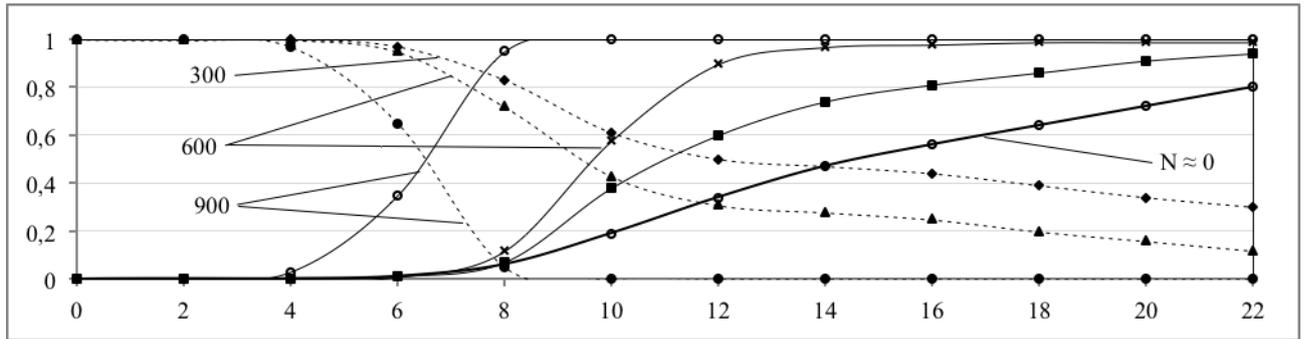
3. Вычисляют для точки  $x_k=0$  (это начало участка движения без обгонов) среднюю скорость потока  $m$  по формуле (10) и плотность  $r = q / m$ .
4. Для следующей точки принимают  $x_k=x_{k-1}+\Delta x$  (например,  $\Delta x = 100 \text{ м}$ ).
5. Если  $x_k > x_{max}$ , расчет окончен и переходят к п. 10. В противном случае принимают для точки  $x_k$  начальное приближение плотности потока  $r_{пр} = r$ .
6. Рассчитываем для точки  $x_k$  вероятность свободного движения  $P(v)$ , функцию  $\Psi(v)$  распределения вероятностей скорости автомобилей в транспортном потоке по формулам (8) и (9), см. рис. 3.
7. Вычисляют для точки  $x_k$  среднюю скорость потока  $m$  по формуле (10) и плотность потока  $r = q / m$ .
8. Если  $r > r_{max}$ , расчет окончен, т.к. в точке  $x_k$  образовался затор и превышена пропускная способность дороги. Расчет закончен и переходят к п. 10.
9. Если же  $r < r_{max}$ , вычисляют относительное отклонение плотности от плотности на предыдущей итерации  $\delta = (r - r_{пр})/r$  и проверяют неравенство  $|\delta| < \varepsilon$  ( $\varepsilon$  – относительная погрешность итерационного приближения, например, 0,05). Если неравенство выполняется, переходят к следующей точке  $x_k$  – к пункту 4. В противном случае принимают  $r_{пр} = r$  и переходят к следующей итерации уточнения плотности потока в точке  $x_k$  – к пункту 7.
10. Документируют результаты – таблицы характеристик режимов движения потока в каждой точке участка дороги с невозможными обгонами. По таблицам строят графики для последующего анализа вариантов проектных решений с различными конструктивными параметрами проблемных участков с режимами движения транспортного потока с невозможными обгонами, например, график скорости на рис. 4.

### **Выводы**

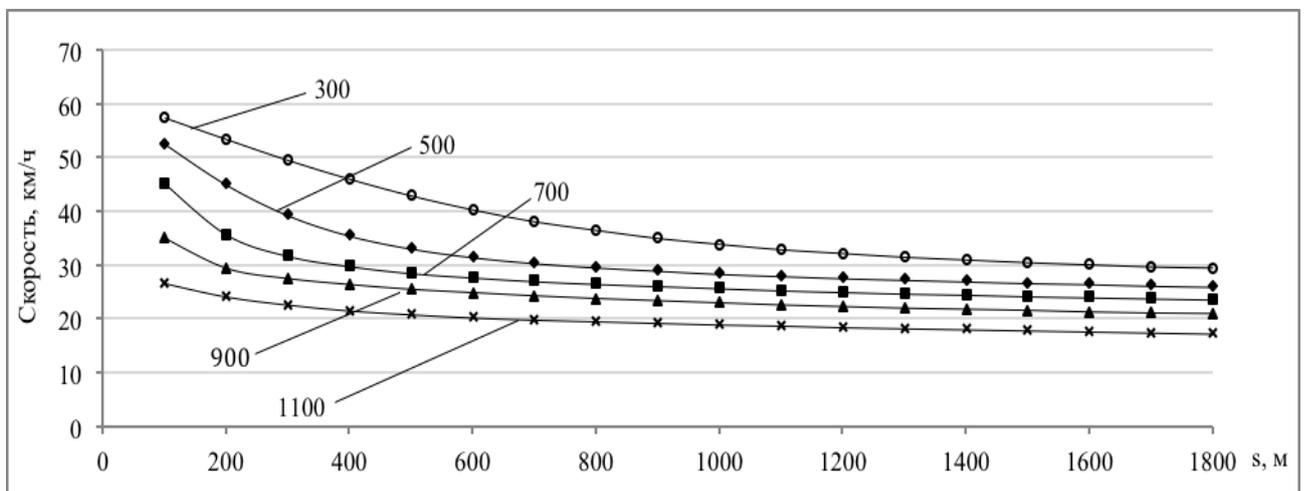
Предложенная математическая модель позволяет находить вероятностные характеристики движения транспортных потоков на участках двухполосных дорог II-IV категорий с невозможными обгонами.

Результаты моделирования необходимы для технико-экономического анализа вариантов проектных решений с различными конструктивными

параметрами проблемных участков с невозможными обгонами при проектировании дорог и организации движения.



**Рисунок 3** – Сплошные линии - функции распределения вероятностей скорости  $\Psi(v)$ , пунктир – вероятности свободного движения  $P(v)$  для интенсивностей потока 300, 600, 900 авт/час



**Рисунок 4** – Изменение скорости потока с удалением от начала участка с невозможными обгонами при интенсивности потока: 300, 500, 700, 900, 1100 авт/час

### Литература

1. ДБН В.2.3-4-2007. Споруди транспорту. Автомобільні дороги. – К. : Мінрегіонбуд України, 2007. – 91 с.
2. Дрю Д. Теория транспортных потоков и управление ими. – М. : Транспорт, 1972. – 424 с.
3. Сильянов В.В. Теория транспортных потоков в проектировании дорог и организации движения. – М. : Транспорт, 1977 – 299 с.
4. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М. : Советское радио, 1972. – 552 с.