

**С.Г. ТКАЧУК**, докт. техн. наук.

## **ТЕОРЕТИЧНА ФОРМУЛА ДОВЖИНИ ГІДРАВЛІЧНОГО СТРИБКА ТА ПОСТУЛАТ ПРО ЙОГО ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ**

*Автором вводиться в теорію гідравлічного стрибка постулат, за яким втрати енергії в ньому обумовлені роботою сили інерції на вертикальному відтинку, що дорівнює його висоті. Постулат надає можливість теоретичного визначення довжини гідравлічного стрибка. Співставлення результатів за теоретичною формулою і найбільш поширеними емпіричними залежностями свідчить про їх практичну тотожність, але тільки для певних фіксованих параметрів потоку, що виявляє обмежені можливості останніх.*

*Автором вводится в теорию гидравлического прыжка постулат, согласно которому потери энергии в нем обусловлены работой силы инерции на вертикальном отрезке, равном его высоте. Постулат может теоретического определения длины гидравлического прыжка. Сопоставление результатов с теоретической формулой и наиболее распространенными эмпирическими зависимостями свидетельствует об их практическую тождественность, но только для определенных фиксированных параметров потока, обнаруживает ограниченные возможности последних.*

*The author introduces the theory of the hydraulic jump postulate according to which the loss of energy in it due to the work of inertia forces on a vertical segment equal to its height. Postulate can theoretically determine the length of the hydraulic jump. Comparison of results with the theoretical formula and the most common empirical correlations indicates that they are practically identical, but only for certain fixed parameters of the flow, shows limited ability of the latter.*

Відкриті потоки характерні своєю здатністю до саморегуляції. Найбільш виразно це можна помітити в річках, де в ході руслового процесу відбувається регулювання швидкості води в руслі через утворення руслових мікро- та мезоформ, меандрів і заплавної та руслової багаторукавності. Із збільшенням швидкості річкового потоку для запобігання небезпечних руслових деформацій руслові мезоформи у вигляді, наприклад, пасм і перекатів гальмують її, збільшуючи свою висоту, а отже і шорсткість.

В потоках з жорсткими контурами поперечного перерізу таких можливостей для саморегулювання швидкості та глибини немає. Але і в жорстких (нерозмивних) руслах можна помітити саморегуляцію глибини і швидкості потоку при зміні умов руху. Будь-яка перешкода або збурення рівномірного потоку (зміна поздовжнього похилу, шорсткості, наявності гідротехнічних споруд тощо) призводить в їх околі до порушення рівномірності. Таким чином нерівномірний рух води у відкритих руслах є способом пристосування до нових умов, який здійснюється потоком згідно гідравлічним законам.

В залежності від характеру та інтенсивності впливу збурюючих чинників нерівномірних рух води у відкритих руслах може бути плавномінім, неплавномінім і стрибкоподібним.

Всі названі прояви нерівномірних відкритих потоків можна спостерігати на прикладі бистротоку, гідравлічна схема якого показана на рис. 1. Стан потоку на бистротоці змінюється двічі. На вході до лотка відбувається різка зміна поздовжнього похилу з докритичного на понадкритичний, що супроводжується зменшенням глибин з двома кривими спаду- типу  $b_1$  і  $b_2$ . Ці криві спаду задовольняють умовам плавнозмінного руху, і тільки в околі зламу поздовжнього похилу дна плавнозмінність течії порушується, що виявляється у збільшенні кривизни вільної поверхні при наближенні глибини до критичної і збільшенням відцентрових сил інерції, які не враховуються диференціальними рівняннями плавно змінного нерівномірного руху. Тому глибина потоку над точкою зламу поздовжнього профілю в дійсності менше критичної і становить в середньому три чверті від неї.

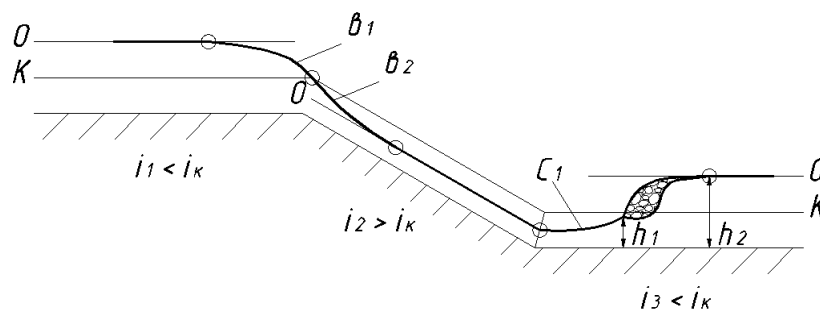


Рис. 1

В нижньому б'єфі на водобіі зміна стану потоку з бурхливого на спокійний здійснюється з виникненням гідравлічного стрибка. Фізичне тлумачення такої відмінності переходів від спокійного стану до бурхливого і, навпаки, від бурхливого до спокійного має бути таким.

Якщо знехтувати гідравлічним тертям, що зазвичай робиться при отриманні основного рівняння гідравлічного стрибка, то нерівномірний рух води у відкритому руслі відбувається під дією сил інерції та тяжіння, причому тільки її поздовжньою складовою. Із наближенням глибини спокійного потоку до критичної величини (права гілка графіка) питома енергія перерізу збігає до мінімуму, рис.2. Опинившись в енергетичній ямі, потік мусив би зупинитись, тому що подальший поступальний рух вже в бурхливому стані потребує питомої енергії перерізу більшої за мінімальну. Підживлення енергією здійснюється за рахунок прирощення поздовжньої складової сили тяжіння, яка з'являється внаслідок збільшення похилу лотка бистротоку. Сила інерції в цьому випадку є гальмівною і, вочевидь, незрівнянно меншою за рушійну складову сили тяжіння.

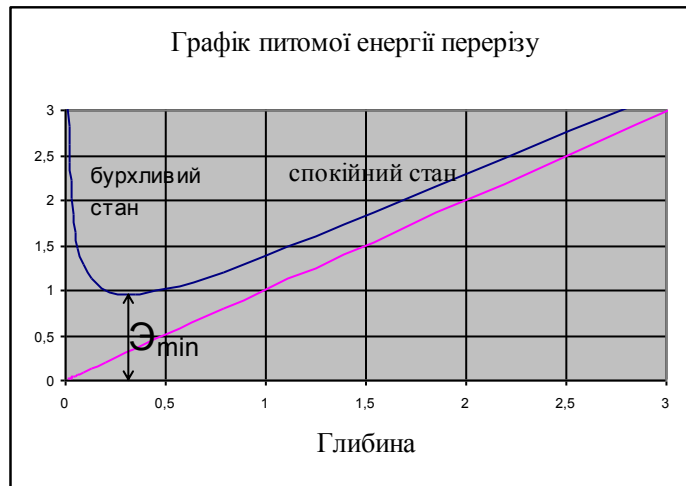


Рис. 2.

В нижньому б'єфі похил дна відвідного русла різко зменшується, через що глибина потоку збільшується. Але при збільшенні глибини бурхливого потоку питома енергія перерізу зменшується (ліва гілка графіка) і при досягненні критичної глибини теж набуває мінімальної величини, див. рис. 2. Щоб вибратись з енергетичної ями і продовжити поступальний рух потрібна додаткова енергія. Поздовжня складова рушійної сили тяжіння на водобойничим не зарадить, бо вона різко зменшується внаслідок зменшення похилу. Тому єдиним джерелом енергетичного підживлення потоку стає сила інерції. Завдяки їй потік долає мінімальний рівень питомої енергії перерізу і продовжує рухатись далі в спокійному стані. Перехід від бурхливого стану до спокійного супроводжується різкою зміною глибини, бурлінням з утворенням на поверхні потоку характерного піястого вальця. Такі явища є ознаками гідравлічного стрибка і відбуваються на відтинку  $l_{\text{стр}}$ , який називається довжиною стрибка.

Гідравлічний стрибок досліджується впродовж майже двох століть. За цей час отримані теоретичні залежності для його спряжених глибин і висоти, втрат енергії, але досі немає теоретичної формули для його довжини. Всі існуючі на цей час формули є емпіричними, або, в кращому випадку, теоретико-емпіричними. Просте теоретичне розв'язання проблеми довжини гідравлічного стрибка може бути отримано на підставі сформульованого автором постулату: *втрати енергії в гідравлічному стрибку дорівнюють роботі сили інерції на відтинку, що становить його висоту.*

Питома на одиницю ваги потоку робота сили інерції в гідравлічному стрибку така:

$$A = \frac{a}{g}(h_2 - h_1) \quad (1)$$

де:  $h_1$  і  $h_2$  – спряжені глибини;  $a$  – прискорення сили інерції:

$$a = \frac{V_1 - V_2}{t} \quad (2)$$

де  $V_1$  і  $V_2$  – швидкості потоку до і після стрибка, а  $t$  – час, за який відбувається зміна швидкостей. Цей час однаковий для зміни першої спряженої глибини на другу спряжену глибину та подолання потоком відстані, що дорівнює довжині стрибка, і визначається як відношення середньої швидкості в стрибку до його довжини:

$$t = \frac{2 \ell_{cmp}}{V_1 + V_2} \quad (3)$$

Враховуючи (2) і (3), робота сили інерції дорівнюватиме:

$$A = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g \ell_{cmp}} (h_2 - h_1) \quad (4)$$

Згідно постулату ця робота виконується за рахунок втрат енергії в гідравлічному стрибку, тобто:

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g \ell_{cmp}} (h_2 - h_1)$$

звідси узагальнена формула для довжини гідравлічного стрибка буде такою:

$$\ell_{cmp} = \frac{(V_1^2 - V_2^2)(h_2 - h_1)}{2g(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)} \quad (5)$$

Для русел з прямокутним живим перерізом втрати енергії в гідравлічному стрибку дорівнюють:

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2}$$

Підставивши цей вираз в (5), після нескладних перетворень матимемо формулу для довжини гідравлічного стрибка в руслах прямокутної форми живого перерізу:

$$\ell_{cmp} = \frac{4\eta(\eta + 1)}{\eta - 1} \frac{V_2^2}{2g} \quad (6)$$

де  $\eta = h_2/h_1$  – відношення спряжених глибин.

Щоб співставити формулу (6) з існуючими емпіричними залежностями, наприклад, з формулою М.М.Павловського

$$\ell_{\text{стр}} = 2,5(1,9h_2 - h_1) \quad (7)$$

треба обидві частини формул (6) і (7) поділити на другу спряжену глибину. Відповідно матимемо:

$$\frac{\ell_{\text{стр}}}{h_2} = \frac{4\eta(\eta + 1)}{\eta - 1} Fr_2$$

$$\frac{\ell_{\text{стр}}}{h_2} = 2,5 \left( 1,9 - \frac{1}{\eta} \right)$$

де  $Fr_2$  – число Фруда за гідравлічним стрибком.

На графіках цих залежностей (рис. 3) видно, що теоретична формула (6) добре узгоджується з формулою М.М.Павловського, але тільки при числі Фруда  $Fr_2 \approx 0,3$ , тобто має обмежене застосування. Число Фруда у формулі (6) взагалі відсутнє, а це свідчить про те, що в експериментах, на підставі яких отримана формула (6) воно було сталим і дорівнювало приблизно - 0,3.

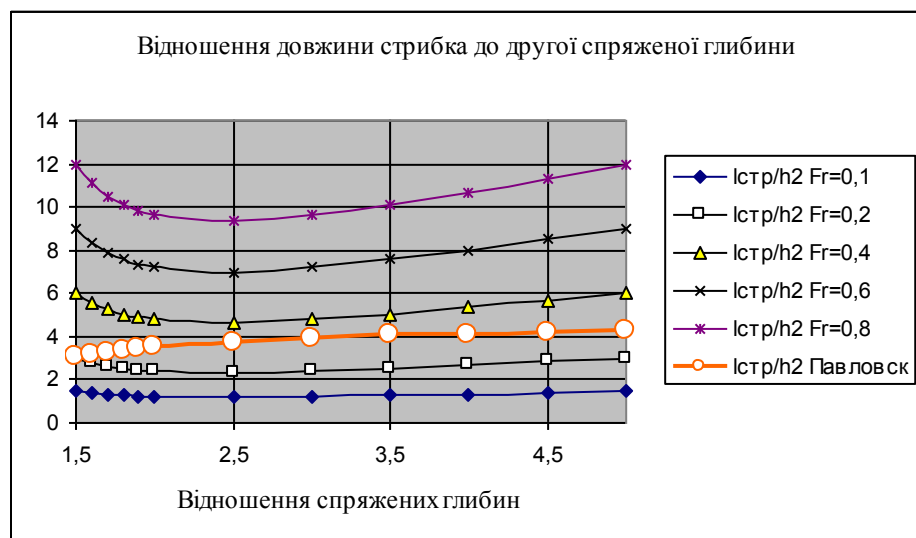


Рис. 3

Емпіричні формули: М.Д.Чертоусова

$$\ell_{\text{стр}} = 10,3 h_1 \left( \sqrt{Fr_1} - 1 \right)^{0,81} \quad (8)$$

$$\ell_{cmp} = 4 h_1 \sqrt{1 + 2 Fr_1} \quad (9)$$

теж не можна вважати придатними у всіх випадках спряження б'єфів, тому що довжина гідравлічного стрибка в них поставлена в залежність тільки від першої спряженої глибини і відповідного їй числа Фруда. Вплив другої спряженої глибини, або висоти гідравлічного стрибка цими формулами ігнорується. В цьому сенсі найбільш повною щодо врахування параметрів гідравлічного стрибка можна вважати теоретико-емпіричну формулу О.М.Айвазяна:

$$\ell_{cmp} = \left( 3 + \frac{19}{\sqrt{Fr_1}} - \frac{30}{Fr_1} \right) (h_2 - h_1) \quad (10)$$

Для порівняння результатів за формулами (8) – (10) з теоретичною формулою (6) остання перетворюється в безрозмірну залежність від числа Фруда до гідравлічного стрибка  $Fr_1$  і відношення спряжених глибин  $\eta$ :

$$\frac{\ell_{cmp}}{h_1} = \frac{2(\eta + 1)}{\eta(\eta - 1)} Fr_1 \quad (11)$$

В такий же спосіб до безрозмірного виду приводяться формули (8) – (10). Графічні зображення цих формул показано на рис. 4.

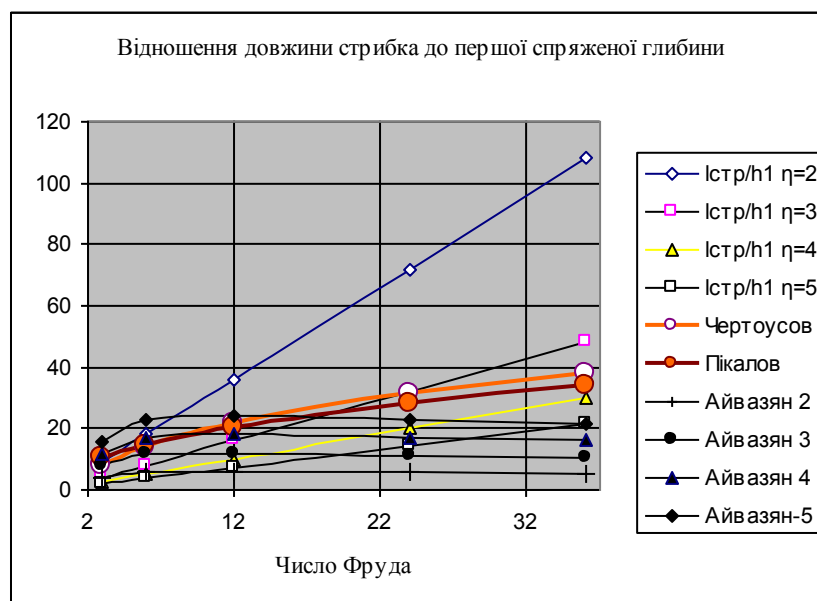


Рис. 4

Формули М.Д.Чертоусова і Ф.І.Пікалова дають практично однакові результати і добре узгоджуються з теоретичною формулою (11), але тільки при відношенні спряжених глибин  $\eta \approx 3,5$ . При інших можливих відношень спряжених глибин формули (8) і (9) не діють. За формулою О.М.Айвазяна відносна довжина гідравлічного стрибка  $l_{\text{стр}}/h_1$  при числах Фруда  $Fr_1 > 22$  виявляється дещо меншою від теоретичної.

Формули:

$$\text{Сафранеця } l_{\text{стр}} = 4,5 h_2$$

$$\text{Бахметева і Матцке } l_{\text{стр}} = 5(h_2 - h_1)$$

З теоретичною формулою (11) не порівнювались через відсутність в них енергетичної складової.

### **Висновки**

1. Постулат про відповідність втрат енергії в гідравлічному стрибку і роботи сили інерції є виразником фундаментального закону збереження енергії.
2. Теоретична формула (5) дозволяє обчислити довжину гідравлічного стрибка в руслах довільної форми поперечного перерізу.
3. Для русел з прямокутним поперечним перерізом довжина гідравлічного стрибка визначається за формулами (6) або (11).
4. Теоретичні формули враховують основні чинники утворення гідравлічного стрибка, такі як співвідношення спряжених глибин, числа Фруда, і є фізично несуперечливими.
5. Емпіричні формули добре узгоджуються з теоретичними, але їх застосування обмежене через не врахування М.М.Павловським енергетичного стану потоку, а М.Д.Чертоусовим і Ф.І.Пікаловим умов протікання потоку в нижньому б'єфі.
6. Теоретико-емпірична формула О.М.Айвазяна враховує енергетичний стан потоку до стрибка і його висоту, але довжина стрибка за цією формулою виявляється дещо менше теоретичної.
7. З огляду на графік  $l_{\text{стр}}/h_1 = f(Fr_1)$  при  $\eta = 2$  (див. рис. 4), що круто піднімається вгору, можна рекомендувати для досконалого гідравлічного стрибка нижню границю обмежувати відношенням спряжених глибин  $\eta \geq 3$ , або, принаймні,  $\eta \geq 2,5$ .