

**О.С. СЛАВІНСЬКА**, док.техн.наук.

## **ПРОГНОЗУВАННЯ ЗАГАЛЬНИХ І МІСЦЕВИХ РОЗМИВІВ ПІДМОСТОВИХ РУСЕЛ НА ОСНОВІ ПОЛОЖЕНЬ МЕХАНІКИ НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩ**

*В статті представлено метод розрахунку загальних і місцевих розмивів руслових потоків у зоні впливу мостових переходів, ґрунтуючись на положеннях механіки неоднорідних середовищ. На підставі загального рівняння переносу неоднорідного потоку запропоновано систему рівнянь, яка описує динаміку основної зависеної товщі відкритого потоку. Для замикання цієї системи пристосовано модель турбулентності. В запропонованих модельних рівняннях враховано умови руху потоку, що набігає на мостову опору.*

*В статье представлено метод расчета общих и местных размывов русловых потоков в зоне влияния мостовых переходов, опираясь на положения механики неоднородных сред. На основе общего уравнения переноса неоднородного потока предложено систему уравнений, которая описывает динамику основной толщи открытого взвешенного потока. Для замыкания этой системы приспособлено модель турбулентности. В предложенных модельных уравнениях учтено условия движения потока, набегающего на мостовую опору.*

*The paper presents a calculating method for the general and local erosions channel flow in the zone of bridges influence, based on the mechanics of inhomogeneous medium. On the basis of general transport equation inhomogeneous flow proposed system of equations that describes the dynamics of the main body of an open stream, that bears a suspension. For the closure of this system the model of turbulence is adapted. In the proposed model equations the conditions of flow, which is incident on a bridge support, take into account.*

### **Постановка проблеми**

В сучасних умовах більшість руйнувань мостових переходів при проходженні високих повеней виникають внаслідок деформацій річища, які досягають критичних розмірів і викликають розмиви проміжних опор та стоянів. Найбільшої шкоди від цього стихійного лиха зазнають гірські та передгірські райони Карпат, Полісся, придунайські та придніпровські землі.

Створення штучно стиснених зон, за рахунок будівництва споруд мостових переходів, суттєво ускладнює процеси руслоформування в зоні впливу цих споруд. Розв'язування цієї проблеми пов'язано із загальною теорією руслового процесу і полягає в обов'язковій необхідності врахування взаємодії потоку з еродованим річищем.

Розвиток загальних та місцевих розмивів в зоні впливу мостових переходів суттєво залежить від одночасного впливу таких процесів, як нерівномірність розподілу швидкісного поля по ширині та довжині потоку; наявність значних водоворотних областей; неусталений рух водного середовища і річкових структур; переформування руслових та заплавних форм в процесі розвитку деформацій.

## *Аналіз досліджень і публікацій*

Дослідженню розвитку загальних руслових деформацій присвячено велику кількість робіт. Сучасні методи розрахунку загальних розмивів підмостових русел мають гідромеханічне направлення.

Ряд методів розрахунку величини загального розмиву русла ґрунтуються на двомірних та тривимірних моделях деформацій русел. У роботі [1] представлені результати розрахунку за тривимірною математичною моделлю розподілу мутності у каналі (SUSTRA-3D) в комплексі з двовимірним рівнянням балансу наносів. Обчислення показують достатню узгодженість швидкісного поля, концентрації наносів та конфігурації дна в період повені потоку. Неоднорідність потоку враховується шляхом включення у тривимірну математичну модель коефіцієнтів турбулентної дифузії.

Дослідження транспорту наносів на ділянках річкових вигинів, ґрунтуючись на рівняннях швидкісного поля, поля мутності у комплексі з нестационарним рівнянням балансу наносів, представлено у роботі [2].

Один з найбільш досконалих методів розрахунку руслових деформацій запропонований В.Я. Савенко [3]. Розрахунок деформацій русла складається з двох етапів, а саме: розв'язування нестационарної планової задачі відривних течій та розрахунок деформацій розмитого русла на основі отриманих даних про динамічну структуру потоку. У рівняннях планової задачі відривних течій присутні доданки, що враховують динамічну взаємодію між струменями плану течій та зміну коефіцієнта турбулентної в'язкості у області рішення задачі. Далі проводиться розрахунок плану течій річки з урахуванням ефекту вторинних течій поперечної циркуляції та нормальних турбулентних напружень. Він є вихідним для розрахунку деформацій русла на даному часовому шарі.

Переважає кількість запропонованих методів розрахунку розмивів на мостових переходах базуються на теорії однорідних потоків ( яка не враховує вміст часток наносів з відмінною від води густиною), що не дозволяє обґрунтовано описати і оцінити процеси переміщення та переформування руслоутворюючих наносів.

Із методів розрахунку місцевих деформацій найбільш сучасними і надійними вважаються залежності, що запропоновані такими авторами, як М.М. Журавльов [4], О.А. Мартиненко [5], М.М.Петров [6].

М.М. Журавльов в роботі [4] запропонував дві розрахункові формули: для транспортуючого наноси потоку, коли його швидкість більша за нерозмивну, та для освітленого потоку, коли швидкість потоку не перевищує значення нерозмивної швидкості.

Мартиненко А.А. [5], розглядаючи процес формування розмиву біля мостової опори, отримав залежності для визначення його величини на двох стадіях розвитку: для першої стадії, коли поверхня ґрунту ще не порушена і біля бічних поверхонь опори починає розвиватися заглиблення; для другої стадії – заглиблення вже сформувалося і має розмір, який відповідає діаметру

активного вихору з швидкостями, що визначаються низхідними струменями біля лобової грані.

Досліджуючи динаміку розмиву однорідного дрібного ґрунту біля мостової опори, Петров М.М. [6] фіксував рівні води і швидкості потоку на підході до мостової опори, при її обтіканні переривчастою одиночною хвилею. При цьому замірялися глибини розмиву за опорою (по зовнішній поверхні пухкого ґрунту за нею) і розміщення поверхні щільного ґрунту, не скаламученого збуреним потоком.

Методика розрахунку місцевих деформацій дна [7, 8] дозволяє визначати величину розмивів зосередженого і розосередженого типів, берегів при зосередженому звалі потоку, з перекатів на береги і в спорудах, в зоні зустрічі потоків. Запропонована методика враховує надходження транзитних наносів різних діаметрів в зоні розмиву, а також зміни кінематики потоку і складу донних відкладень в часі.

Таким чином, при розрахунку глибин місцевих розмивів, біля досліджуваних споруд зазвичай користуються емпіричними формулами, які дають кінцеві значення стабілізованих глибин розмиву з врахуванням геометричних параметрів споруди, умов руху потоку, що набігає, і переносу ним транзитних наносів. Але ці формули не можна узагальнити, оскільки вони обмежені умовами, для яких розроблені.

### ***Мета роботи***

полягає в розробці методу прогнозування загальних і місцевих розмивів в зоні впливу мостових переходів на основі положень механіки неоднорідних середовищ, який дозволить враховувати особливості динамічних процесів, що відбуваються у зависенесних відкритих потоках: анізотропні властивості їх турбулентного стану та невідповідність параметрів турбулентного руху часток від аналогічних характеристик несного середовища.

### ***Отримані наукові результати***

В роботах автора [9 - 11] представлено метод розрахунку гідродинамічних характеристик руслових та заплачних потоків у зоні впливу мостових переходів, ґрунтуючись на положеннях механіки неоднорідних середовищ. На підставі загального рівняння переносу неоднорідного потоку запропоновано систему рівнянь, яка описує динаміку основної зависенесної товщі відкритого потоку. Для замикання цієї системи пристосовано модель турбулентності.

Опори мостових переходів утворюють своїми кутастими контурами додаткове вихроутворення, відповідні втрати енергії і таке поле швидкостей, при якому транспорт наносів розподіляється нерівномірно, утворюються ями розмиву. Врахувати місцеве порушення структури основного потоку біля мостової опори можна через його динамічні характеристики та безпосередні розміри споруди, шляхом включення у модельні рівняння (2 - 4), які наведено в

роботі [11], сили опору при обтіканні мостових опор. Рівняння переносу зависеного руслового потоку в зоні впливу мостових опор в системі координат  $OX_1X_3$  можна представити як

$$\begin{aligned} \overline{\rho_{LS}} \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial t} + \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_1 \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} + \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_3 \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} - \overline{\rho_S} W_z \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} = - \frac{\partial \overline{\rho_{LS}} \overline{V_1^{\prime 2}}}{\partial x_1} - \frac{\partial \overline{\rho_{LS}} \overline{V_1 V_3^{\prime \prime}}}{\partial x_3} - \frac{\partial \overline{\rho_{LS}} \tilde{H}}{\partial x_1} + \\ + g \frac{\partial \overline{\rho_{LS}} h}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \overline{\rho_{LS}} (\tilde{k}_L - \tilde{V}_3 W_z A + W_z^2 A^*) \right] + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \overline{\rho_{LS}} (\overline{k_{tL}} + W_z^2 B^*) \right] - \tilde{F}_{pier1}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \overline{\rho_{LS}} \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial t} + \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_1 \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_1} + \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_3 \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} - \overline{\rho_S} W_z \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} = - \frac{\partial \overline{\rho_{LS}} \overline{V_3 V_1^{\prime \prime}}}{\partial x_1} - \frac{\partial \overline{\rho_{LS}} \overline{V_3^{\prime 2}}}{\partial x_3} - \frac{\partial \overline{\rho_{LS}} \tilde{H}}{\partial x_3} + \\ + gh \frac{\partial \overline{\rho_{LS}}}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \overline{\rho_{LS}} (\tilde{k}_L - \tilde{V}_3 W_z A + W_z^2 A^*) \right] + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \overline{\rho_{LS}} (\overline{k_{tL}} + W_z^2 B^*) \right] - \overline{\rho_{LS}} g - \tilde{F}_{pier3}, \end{aligned} \quad (2)$$

рівняння для змінної Бернуллі

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \overline{\rho_{LS}} \tilde{H}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \overline{\rho_{LS}} \tilde{H}}{\partial x_3^2} = g \frac{\partial^2 \overline{\rho_{LS}} h}{\partial x_1^2} + gh \frac{\partial^2 \overline{\rho_{LS}}}{\partial x_3^2} - \frac{\partial \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_1}{\partial x_1} \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} - \frac{\partial \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_1}{\partial x_3} \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_1} - \\ - \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_3 - \overline{\rho_S} W_z \right] - \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_3 - \overline{\rho_S} W_z \right] - \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_1 \frac{\partial D}{\partial x_1} - \left[ \overline{\rho_{LS}} \tilde{V}_3 - \overline{\rho_S} W_z \right] \frac{\partial D}{\partial x_3} + \\ + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left[ \overline{\rho_{LS}} (\tilde{k}_L - \tilde{V}_3 W_z A + W_z^2 A^*) \right] + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \left[ \overline{\rho_{LS}} (\tilde{k}_L - \tilde{V}_3 W_z A + W_z^2 A^*) \right] - \frac{\partial^2 \overline{\rho_{LS}} \overline{V_1^{\prime 2}}}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \overline{\rho_{LS}} \overline{V_3^{\prime 2}}}{\partial x_3^2} - \\ - 2 \frac{\partial^2 \overline{\rho_{LS}} \overline{V_1 V_3^{\prime \prime}}}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left[ \overline{\rho_{LS}} (\overline{k_{tL}} + W_z^2 B^*) \right] + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \left[ \overline{\rho_{LS}} (\overline{k_{tL}} + W_z^2 B^*) \right] - g \frac{\partial \overline{\rho_{LS}}}{\partial x_3} + \frac{\partial \tilde{F}_{pier1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{F}_{pier3}}{\partial x_3}. \end{aligned} \quad (3)$$

де  $t$  – час, с;  $x_1, x_3$  – координати, відповідно у поздовжньому та вертикальному напрямках;  $\tilde{V}_1, \tilde{V}_3$  – усереднені складові швидкостей несного середовища, м/с;  $\tilde{W}_z$  – гідравлічна крупність часток наносів, м/с;  $h$  – глибина

потoku, м;  $g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;  $\overline{k_{tSL}} = \frac{\overline{V_1^{\prime 2}} + \overline{V_3^{\prime 2}}}{2}$ ,  $\tilde{k}_{SL} = \frac{\tilde{V}_1^2 + \tilde{V}_3^2}{2}$ ,

$A = \frac{\overline{\rho_S}}{\overline{\rho_{LS}}}$ ,  $A^* = \frac{\overline{\rho_S}}{2\overline{\rho_{LS}}}$ ,  $B^* = \frac{\overline{\rho_S}}{2\overline{\rho_{LS}}}$ ,  $\overline{\rho_{LS}}$  – загальна густина неоднорідного потоку,

$\overline{\rho_{LS}} = \overline{\rho_L} + \overline{\rho_S}$ ;  $\overline{\rho_S} = \rho_S^o \overline{S}$  – густина зависі, визначається на основі мутності потоку  $\overline{S}$ ;  $\rho_S^o$  – густина твердої частки, кг/м<sup>3</sup>;  $\overline{\rho_L} = \rho_L^o (1 - \overline{S})$  – густина несного

середовища;  $\rho_L^o$  – густина води, кг/м<sup>3</sup>;  $\overline{\rho_S^{\prime 2}} = \rho_S^{o2} \overline{S^{\prime 2}}$ ;  $\overline{S^{\prime 2}}$  – турбулентна пульсація мутності;  $\overline{V_1 V_3^{\prime \prime}}$ ,  $\overline{V_3 V_1^{\prime \prime}}$ ,  $\overline{V_1^{\prime 2}}$ ,  $\overline{V_3^{\prime 2}}$  – турбулентні напруги несного середовища,

дотичні та нормальні,  $m^2/c^2$ ;  $H = \frac{\left( V_j - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \delta_{j3} \right)^2}{2} + \frac{p}{\rho_{LS}} + gh$  - змінна Бернуллі,  $p$  - гідродинамічний тиск;

$$D = \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3}.$$

Вираз для усередненої складової сили опору при обтіканні мостових опор отримано на підставі досліджень Г.Шліхтінга, К.Вігхардта, І.О. Ярославцева [12 - 14]:

$$F_{pier} = \frac{1}{2} \rho_{SL} C_{pier} s_{pier} U_{SL}^2, \quad (4)$$

де  $C_{pier}$  - коефіцієнт опору, який визначається за експериментальними дослідженнями, для випадку опору при обтіканні нескінченного циліндра  $C_{pier} = 1,2$ , згідно [15];  $s_{pier}$  - міделева площа мостової опори, яка обтікається потоком.

У тонкому шарі потоку, певної області навколо опор, висотою  $\Delta x_3$  та, відповідно, об'ємом  $q_{pier} = B_{pier} L_{pier} \Delta x_3$  міделева площа при обтіканні опори складає

$$s_{pier} = \frac{K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3}, \quad (5)$$

де  $K_f$  - коефіцієнти форми опори, для незатоплених мостових опор визначаються за даними [12, 13];  $l_{pier}$  - довжина опори, при косому набіганні потоку  $l_{pier} = l_{0pier} \cos \alpha_{pier}$ ;  $b_{0pier}$  - ширина опори, при нормальному набіганні потоку  $b_{pier} = b_{0pier}$ , при косому набіганні потоку  $b_{pier} = l_{0pier} \sin \alpha_{pier} + b_{0pier} \cos \alpha_{pier}$ ;  $\alpha_{pier}$  - кут набігання потоку на мостову опору.

Запишемо вектор сили опору при обтіканні мостових опор -

$$\bar{F}_{pier} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} |\bar{U}| \bar{U}_i. \quad (6)$$

Відповідно, усереднену складову представимо у вигляді:

$$\bar{F}_{pier} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} (\bar{U} \bar{U}_i + \bar{U}_j \bar{U}_j^* \bar{U}_i^* \bar{U}^{-1}). \quad (7)$$

Представимо проекції сили опору при обтіканні мостових опор для основної товщі руслового потоку:

- на вісь  $OX_1$

$$\tilde{F}_{pier1} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \left( \tilde{U} \tilde{V}_1 + \tilde{V}_1 \overline{V_1^{\#}} \tilde{U}^{-1} + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_S}{\rho_{LS}} W_z \right) \overline{V_3 V_1} \tilde{U}^{-1} \right), \quad (8)$$

- на вісь  $OX_3$

$$\tilde{F}_{pier3} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \left( \tilde{U} \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_S}{\rho_{LS}} W_z \right) + \tilde{V}_1 \overline{V_1 V_3} \tilde{U}^{-1} + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_S}{\rho_{LS}} W_z \right) \overline{V_3^{\#}} \tilde{U}^{-1} \right), \quad (9)$$

- для рівняння змінної Бернуллі

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{F}_{pier1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{F}_{pier3}}{\partial x_3} = & \frac{1}{2} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho_{SL} \tilde{U} \tilde{V}_1) + \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\rho_{SL} \tilde{V}_1 \overline{V_1^{\#}}}{\tilde{U}} + \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\rho_{SL} \tilde{V}_3 \overline{V_3 V_1}}{\tilde{U}} - \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\rho_S W_z \overline{V_3 V_1}}{\tilde{U}} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial x_3} (\rho_{SL} \tilde{U} \tilde{V}_3) - \frac{\partial}{\partial x_3} (\rho_S \tilde{U} W_z) + \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\rho_{SL} \tilde{V}_1 \overline{V_1 V_3}}{\tilde{U}} + \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\rho_{SL} \tilde{V}_3 \overline{V_3^{\#}}}{\tilde{U}} - \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\rho_S W_z \overline{V_3^{\#}}}{\tilde{U}} \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

Система рівнянь переносу кінетичної енергії (5) та швидкості її дисипації (6), що представлено для розрахунку усереднених характеристик турбулентності основної товщі зависенесних руслових потоків в роботі [11], доповнюється додатковими дисипативними членами, обумовленими силою опору при обтіканні мостових опор  $\overline{V_k'' F_{pierj}''}$ ,  $\frac{\partial f_{pierk}''}{\partial x_j} \frac{\partial V_k''}{\partial x_j}$ . Представимо модифіковану  $k-\varepsilon$  модель турбулентності неоднорідного потоку в системі координат  $OX_1 X_3$ :

- рівняння переносу кінетичної енергії неоднорідного потоку  $\overline{\rho_{LS} k_{tSL}}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho_{LS} k_{tSL}}) + \frac{\partial}{\partial x_1} (\tilde{V}_1 \overline{\rho_{LS} k_{tSL}}) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\tilde{V}_3 \overline{\rho_{LS} k_{tSL}}) - \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\rho_S}{\rho_{LS}} W_z \overline{\rho_{LS} k_{tSL}} \right) = & \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \overline{\mu_{SL}} \frac{\partial k_{tSL}}{\partial x_1} + \frac{v_t}{\sigma_K} \frac{\partial \overline{\rho_{LS} k_{tSL}}}{\partial x_1} \right] - \\ - \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \overline{\mu_{SL}} \frac{\partial k_{tSL}}{\partial x_3} + \frac{v_t}{\sigma_K} \frac{\partial \overline{\rho_{LS} k_{tSL}}}{\partial x_3} \right] - \overline{\rho_{SL} \varepsilon_{tSL}} - \left( \overline{\rho_{LS} V_1^{\#}} \right) \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} - \left( \overline{\rho_{LS} V_1 V_3} \right) \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_1} - \left( \overline{\rho_{LS} V_3 V_1} \right) \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} - \left( \overline{\rho_{LS} V_3^{\#}} \right) \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} & \quad (11) \\ \overline{V_1'' F_{p1}''} + \overline{V_3'' F_{p3}''}, & \end{aligned}$$

- рівняння переносу швидкості дисипації кінетичної енергії  $\varepsilon_{tSL}$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \varepsilon_{tSL}}{\partial t} + \tilde{V}_1 \frac{\partial \varepsilon_{tSL}}{\partial x_1} + \tilde{V}_3 \frac{\partial \varepsilon_{tSL}}{\partial x_3} - \left( \overline{\rho_s} + \frac{\overline{\rho'_s \rho'_{SL}}}{\rho_{SL}} \right) \frac{W_z}{\rho_{SL}} \frac{\partial \varepsilon_{tSL}}{\partial x_3} = \left( - \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} \overline{V_1^{n2}} - \left[ \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \left( \overline{\rho_s} + \frac{\overline{\rho'_s \rho'_{SL}}}{\rho_{SL}} \right) \frac{W_z}{\rho_{SL}} \right) \right] \overline{V_3^{n2}} - \right. \\
& \left. - \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} \overline{V_1^{n2}} - \left[ \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} - \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \left( \overline{\rho_s} + \frac{\overline{\rho'_s \rho'_{SL}}}{\rho_{SL}} \right) \frac{W_z}{\rho_{SL}} \right) \right] \overline{V_3^{n2}} \right) C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_{tSL}}{k_{tSL}} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ v_{LS} \frac{\partial \varepsilon_{tL}}{\partial x_1} \right] + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ v_{LS} \frac{\partial \varepsilon_{tSL}}{\partial x_3} \right] + \\
& + C_{\varepsilon 4} \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \frac{k_{tSL}}{\varepsilon_{tSL}} \left( \overline{V_1^{n2}} \frac{\partial \varepsilon_{tSL}}{\partial x_1} + \overline{V_1 V_3^n} \frac{\partial \varepsilon_{tSL}}{\partial x_3} \right) \right] + C_{\varepsilon 4} \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \frac{k_{tSL}}{\varepsilon_{tL}} \left( \overline{V_3^{n2}} \frac{\partial \varepsilon_{tSL}}{\partial x_3} + \overline{V_3 V_1^n} \frac{\partial \varepsilon_{tSL}}{\partial x_1} \right) \right] + \\
& + \left( C_{\varepsilon 2} + C_{\varepsilon 3} \left( \left( \frac{\overline{V_1^{n2}}}{k_{tSL}} - \frac{2}{3} \right)^2 + 2 \frac{\overline{V_3 V_1^n V_3^n}}{k_{tSL} k_{tSL}} + \left( \frac{\overline{V_3^{n2}}}{k_{tSL}} - \frac{2}{3} \right)^2 \right) \right) \frac{\varepsilon_{tL}^2}{k_{tL}} + \frac{\overline{df_{pier}''}}{\partial x_1} \frac{\partial V_1''}{\partial x_1} + \frac{\overline{df_{pier}''}}{\partial x_3} \frac{\partial V_1''}{\partial x_3} + \frac{\overline{df_{pier3}''}}{\partial x_1} \frac{\partial V_3''}{\partial x_1} + \frac{\overline{df_{pier3}''}}{\partial x_3} \frac{\partial V_3''}{\partial x_3},
\end{aligned} \tag{12}$$

де  $\overline{\rho'_s \rho'_{SL}} = \overline{S'^2} (\rho_s^{o2} - \rho_s^o \rho_L^o)$ ,  $\sigma_K, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}, C_{\varepsilon 4}, C'_{s1}$  – константи [11];  $\mu_{SL}, \nu_{SL}$  – динамічна та кінематична в'язкість у неоднорідному потоці;  $\nu_{SLt}$  – коефіцієнт турбулентної в'язкості.

Додатковий дисипативний член алгебраїчних співвідношень турбулентних напружень (8 - 10), які наведено в роботі [11], поповниться виразом

$$\varepsilon^*_{piert_{ik}} = \overline{V_j^n f''_{piert,k}}, \quad \varepsilon_{piert_{i}} = \overline{V_i^n f''_{piert,i}}. \tag{13}$$

Представимо проекції алгебраїчних співвідношень (8 - 10) з роботи [11] для турбулентних напружень у системі координат  $OX_1X_3$  – нормальні напруження

$$\frac{\overline{V_1^n}}{k_{tL}} = \frac{2}{3} + \frac{(1 - C'_{R2}) \left( P_{11}/\varepsilon_{tL} - \frac{2}{3} P/\varepsilon_{tL} \right) - \frac{\varepsilon^*_{piert_{11}}}{\varepsilon_{tL}}}{C_{R1} + P/\varepsilon_{tL} - 1 - \varepsilon_{piert_{11}}/\varepsilon_{tL} + f_s}, \tag{14}$$

$$\frac{\overline{V_3^n}}{k_{tL}} = \frac{2}{3} + \frac{(1 - C'_{R2}) \left( P_{33}/\varepsilon_{tL} - \frac{2}{3} P/\varepsilon_{tL} \right) - \frac{\varepsilon^*_{piert_{33}}}{\varepsilon_{tL}}}{C_{R1} + P/\varepsilon_{tL} - 1 - \varepsilon_{piert_{33}}/\varepsilon_{tL} + f_s}, \tag{15}$$

дотичні напруження

$$\frac{\overline{V_1 V_3^n}}{k_{tL}} = \frac{(1 - C'_{R2}) P_{13}/\varepsilon_{tL} - \varepsilon^*_{piert_{13}}/\varepsilon_{tL}}{C_{R1} + P/\varepsilon_{tL} - 1 - \varepsilon_{piert_{13}}/\varepsilon_{tL} + f_s}, \tag{16}$$

$$\frac{\overline{V_3 V_1^n}}{k_{tL}} = \frac{(1 - C'_{R2}) P_{31}/\varepsilon_{tL} - \varepsilon^*_{piert_{31}}/\varepsilon_{tL}}{C_{R1} + P/\varepsilon_{tL} - 1 - \varepsilon_{piert_{31}}/\varepsilon_{tL} + f_s}, \tag{17}$$

де  $P = -\overline{V_1^{\#}} \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} - \overline{V_1 V_3^{\#}} \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_1} - \overline{V_3 V_1^{\#}} \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} - \overline{V_3^{\#}} \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3}$  – член генерації турбулентної енергії;

$$P_{11} = -2\left(\overline{V_1^{\#}}\right) \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} - \left(\overline{V_1 V_3^{\#}} + \overline{V_3 V_1^{\#}}\right) \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3}, \quad P_{33} = -2\left(\overline{V_3^{\#}}\right) \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} - \left(\overline{V_1 V_3^{\#}} + \overline{V_3 V_1^{\#}}\right) \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_1},$$

$$P_{13} = P_{31} = -\overline{V_1^{\#}} \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_1} - \overline{V_3^{\#}} \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} - \overline{V_1 V_3^{\#}} \left( \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} \right), \quad \mathcal{E}^*_{pier11} = 2\overline{V_1^{\#} f''}; \quad \mathcal{E}_{pier11} = \overline{V_1^{\#} f''};$$

$$\mathcal{E}^*_{pier33} = 2\overline{V_3^{\#} f''}; \quad \mathcal{E}_{pier33} = \overline{V_3^{\#} f''}; \quad \mathcal{E}^*_{pier13} = \mathcal{E}^*_{pier31} = \left( \overline{V_3^{\#} f''} + \overline{V_1^{\#} f''} \right); \quad \mathcal{E}_{pier31} = \overline{V_1^{\#} f''}; \quad \mathcal{E}_{pier13} = \overline{V_3^{\#} f''};$$

$C_{R1}, C'_{R2}$  – константа,  $f_s$  – функція зміни числа Рейнольдса [11].

Ґрунтуючись на залежності для вектора сили опору при обтіканні мостових опор (6), були отримані вирази для додаткових дисипативних членів:

– для  $k$ - рівняння (11)

$$\overline{V_1^{\#} f''} + \overline{V_3^{\#} f''} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \left[ \tilde{U}^2 \frac{2K_{SL}}{\rho_{SL}} + \tilde{V}_1^2 \overline{V_1^{\#}} + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \overline{V_3^{\#}} + \tilde{V}_1 \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \left( \overline{V_3 V_1^{\#}} + \overline{V_1 V_3^{\#}} \right) \right],$$

(18)

– для  $\varepsilon$ - рівняння (12)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{f''}_{pier1}}{\partial x_1} \frac{\partial \overline{V_1^{\#}}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{f''}_{pier1}}{\partial x_3} \frac{\partial \overline{V_1^{\#}}}{\partial x_3} + \frac{\partial \overline{f''}_{pier3}}{\partial x_1} \frac{\partial \overline{V_3^{\#}}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{f''}_{pier3}}{\partial x_3} \frac{\partial \overline{V_3^{\#}}}{\partial x_3} &= \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{V_1^{\#}}}{\partial x_1} \left( \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{V}_1^2}{\partial x_1} \right) + \right. \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{V_3^{\#}}}{\partial x_3} \left( \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \tilde{U} \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \right] \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x_3} \frac{\partial \overline{V_1^{\#}}}{\partial x_3} + \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x_1} \frac{\partial \overline{V_3^{\#}}}{\partial x_1} \right) + \frac{\tilde{U} \mathcal{E}_{SL}}{v_{SL}} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_3} \left[ \frac{\tilde{V}_1}{\tilde{U}} \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \right] \frac{\partial \overline{V_1 V_3^{\#}}}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \frac{\tilde{V}_3}{\tilde{U}} \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \right] \frac{\partial \overline{V_3 V_1^{\#}}}{\partial x_1} + \frac{\mathcal{E}_{SL}}{3v_{SL} \tilde{U}} \left( \tilde{V}_1^2 \left[ 1 - f_s + \frac{3}{2} \frac{\overline{V_1^{\#}}}{k_{SL}} f_s \right] + \right. \\ &\left. + \frac{3}{2} \frac{\tilde{V}_3}{k_{SL}} \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) f_s \left( \overline{V_3 V_1^{\#}} + \overline{V_1 V_3^{\#}} \right) + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \left[ 1 - f_s + \frac{3}{2} \frac{\overline{V_3^{\#}}}{k_{SL}} f_s \right] \right\}, \end{aligned}$$

(19)

для алгебраїчних співвідношень для турбулентних напружень (14 – 17),

$$\overline{V_1^{\#} f''} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \frac{1}{\tilde{U}} \left[ \tilde{U}^2 \overline{V_1^{\#}} + \tilde{V}_1^2 \overline{V_1^{\#}} + \tilde{V}_1 \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \overline{V_1 V_3^{\#}} \right],$$

(20)

$$\overline{V_3^{\#} f''} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \frac{1}{\tilde{U}} \left[ \tilde{U}^2 \overline{V_3^{\#}} + \tilde{V}_3 \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \overline{V_3 V_1^{\#}} + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \overline{V_3^{\#}} \right],$$

(21)

$$\overline{V_3 f''} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \frac{1}{\tilde{U}} \left[ \left( \tilde{U}^2 + \tilde{V}_1^2 \right) \overline{V_3 V_1^{\#}} + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\rho_s}{\rho_{LS}} W_z \right) \tilde{V}_1 \overline{V_3^{\#}} \right],$$

(22)



$$\overline{V_{1J}^{n}f_{pier3}^{n}} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \frac{1}{\tilde{U}} \left[ \tilde{V}_1 \left( \tilde{V}_3 - \frac{\overline{\rho_s}}{\rho_{LS}} W_z \right) \overline{V_1^{\#}} + \left( \tilde{U}^2 + \left( \tilde{V}_3 - \frac{\overline{\rho_s}}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 \right) \overline{V_1 V_3^{\#}} \right], \quad (23)$$

$$\overline{V_{1J}^{n}f_{pier3}^{n}} + \overline{V_{3J}^{n}f_{pier1}^{n}} = \frac{1}{2} \rho_{SL} \frac{C_{pier} K_f l_{pier} b_{pier}}{B_{pier} L_{pier} \Delta x_3} \frac{1}{\tilde{U}} \left[ \tilde{V}_1 \left( \tilde{V}_3 - \frac{\overline{\rho_s}}{\rho_{LS}} W_z \right) \left( \overline{V_1^{\#}} + \overline{V_3^{\#}} \right) + \overline{V_1 V_3^{\#}} \left( \left( \tilde{V}_3 - \frac{\overline{\rho_s}}{\rho_{LS}} W_z \right)^2 + \tilde{U}^2 \right) + \overline{V_3 V_1^{\#}} \left( \tilde{U}^2 + \tilde{V}_1^2 \right) \right]. \quad (24)$$

Дискретні аналоги та алгоритм розв'язування нестационарних рівнянь моделей руслового потоку із зваженими частинками ґрунту та замикаючих моделей турбулентності побудовані за скінченно-різницеvim методом предиктор – коректор за явною схемою Мак – Кормака, яка задовольняє умовам апроксимації з другим порядком точності за просторовими змінними і часом. Чисельна реалізація стаціонарних співвідношень та рівнянь еліптичного типу, для змінної Бернуллі, була проведена за явним ітераційним методом Гаусса–Зейделя, в якому корекція невідомих здійснюється методом послідовної верхньої релаксації [16].

Розроблені чисельні методи взяті за основу для алгоритму розрахунку максимального розмиву в зоні впливу мостових переходів. На основі представлених у статті математичних моделей для основної товщі відкритого зависенесного потоку, а також модельних форм рівнянь для придонної області [10] та для заплавних ділянок в зоні впливу мостового переходу [10, 11], відповідних методів їх реалізації було розроблено програмний комплекс „Virtual model river 2”.

На всіх межах розрахункової області сформульовані початкові та граничні умови [11]. Зв'язок між змінами рухомої донної поверхні русла та процесом транспорту наносів представлений двовимірним рівнянням балансу наносів, зміна ж глибини на заплавній частині визначається, ґрунтуючись на співвідношенні дійсної та нерозмивної швидкостей.

Для підтвердження достовірності запропонованих математичних моделей було виконано прогноз деформацій в зоні впливу мостового переходу через р. Горинь біля с. Ремчиці на автомобільній дорозі Городище – Рівне – Староконстянтинів, км 50+589, Рівненська область. Процес розмиву після розрахункових сходинок паводку у вигляді зміни відміток дна русла і заплав річкового потоку представлено на рис. 1-6. Розмив русла р. Горинь зупиняється лише на спаді весняної повені після 591-ї розрахункової сходинки (рис. 4). Після проходження весняної повені в руслі та на заплаві лишаються остаточні деформації (рис. 6).

Згідно з розрахунками проведеними за представленим методом найглибша відмітка ями розмиву безпосередньо біля опор, розміщених в руслі річки складає 135,53 м, максимальна глибина розмиву – 7,9 м (рис. 4).

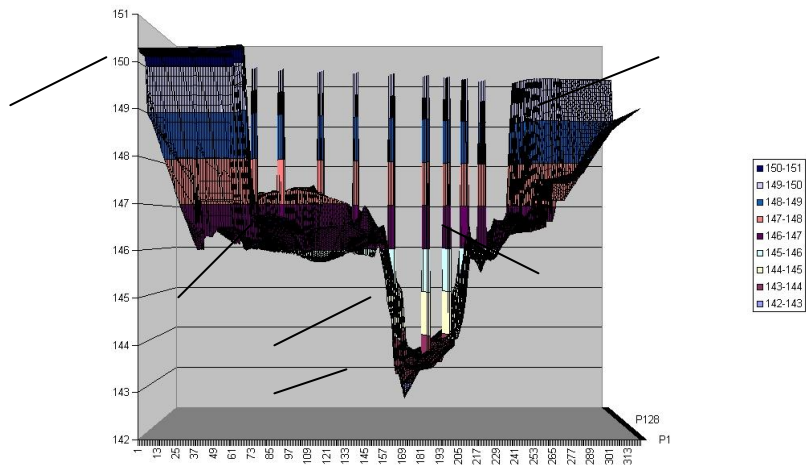


Рис. 1. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р.Горинь після 29-ї сходинки гідрографа весняної повені: 1- насип підходу мостового переходу; 2 – заплава; 3 – мостова опора; 4 – русло.

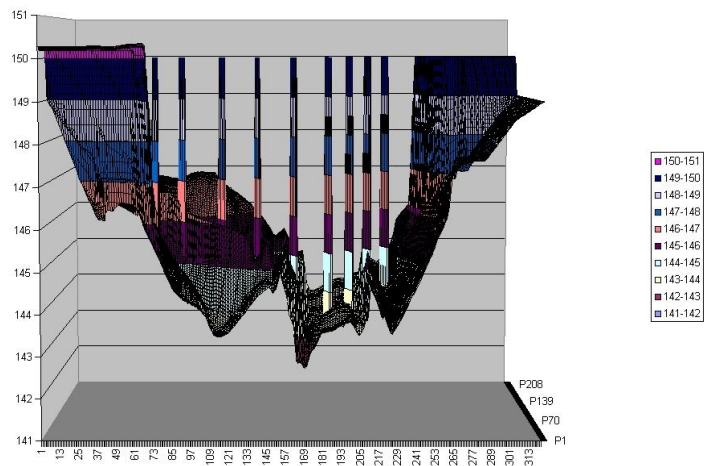


Рис. 2. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р.Горинь після 202-ї сходинки гідрографа весняної повені.

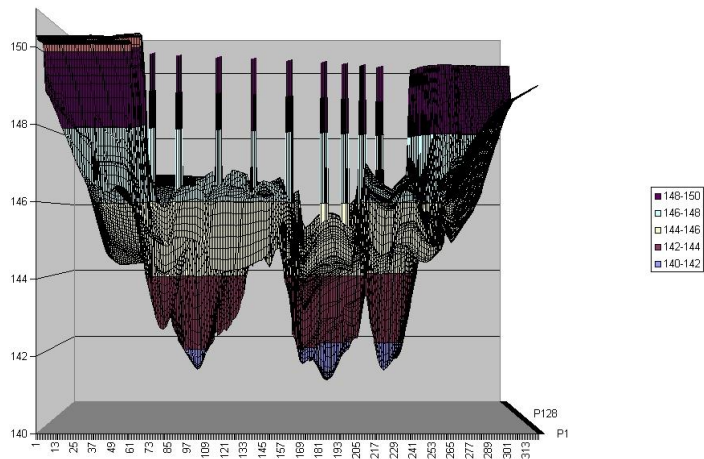
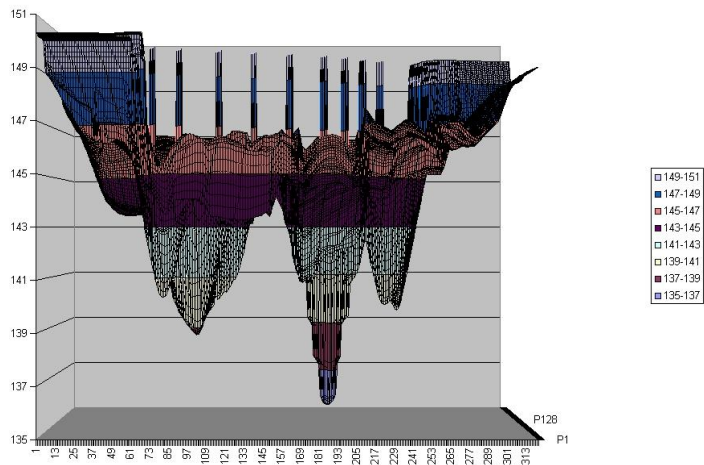
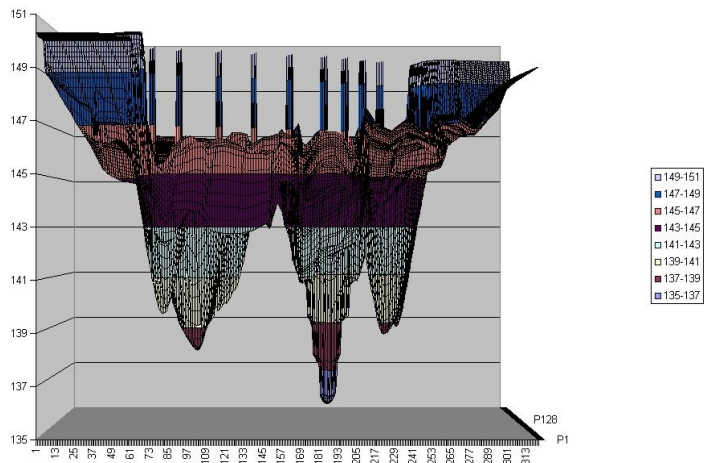


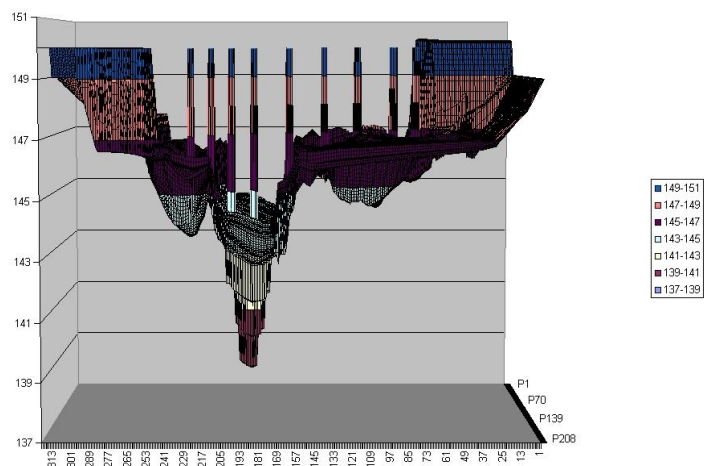
Рис. 3. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р.Горинь після 452-ї сходинки гідрографа весняної повені.



*Рис. 4. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р.Горинь після 591-ї сходинки гідрографа весняної повені.*



*Рис. 5. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р.Горинь після 788-ї сходинки гідрографа весняної повені.*



*Рис. 6. Розрахунок загального та місцевого розмиву підмостового русла р.Горинь після 1148-ї сходинки гідрографа весняної повені.*

## **Висновки**

В галузі будівництва та експлуатації мостових переходів накопичено великий експериментальний матеріал з динаміки руслових процесів та відомо

цілий ряд методів різної складності з визначення розмірів руслових деформацій. В роботі запропоновано один із можливих шляхів рішення даної проблеми, який ґрунтується на теорії неоднорідних потоків, що дозволяє враховувати особливості руху зважених наносів та, відповідно, проаналізувати зазначене явище взаємної керованості потоку та русла в цілому. Розроблені методи розрахунку загальних та місцевих розмивів підмостових русел, які ґрунтуються на модельних формах рівнянь для зависеної товщі потоку, придонної області і заплавної ділянок річок в комплексі з замикаючими моделями турбулентності, дозволяють враховувати особливості протікання турбулентних потоків в цих зонах та визначити необхідні запаси при призначенні генеральних розмірів мостових споруд.

### ***Перелік посилань***

1. Yen C., Shin-ya H. Bed evolution in channel bends // Journal of Hydraulic engineering. – Vol. 116. – NO. 11. – 1990. - P. 544 – 562.
2. Van Rijn L. C., van Rossum H., Terres P. Field verification of 2-D and 3-D suspended-sediment models // Journal of Hydraulic engineering. – Vol. 116. – NO. 10. – 1990. - P. 1270 – 1288.
3. Савенко В.Я. Математические модели и методы расчета квазитрехмерных безнапорных потоков. - К.: Техніка, 1995. 184 с.
4. Журавлев М.М. Местный размыв у опор моста. - М.: Транспорт, 1984. - 111 с.
5. Мартыненко А.А. Исследование поля статических давлений в зоне местного размыва возле одиночного препятствия // Вопросы проектирования жел. дорог в сложных физико-геогр. условиях Сибири. - Новосибир. – 1980. - С. 96-107.
6. Петров Н.Н. Исследование местного размыва у незатопленных преград (опор мостов) при обтекании их потоком с различной степенью нестационарности. // Дис. ... канд. техн. наук. - М. :МАДИ, 1980.
7. Савенко В.Я., Щодро О.Є., Славінська О.С. Метод розрахунку місцевих розмивів біля навальних берегів та біля річкових гідротехнічних споруд в передгірських умовах // Автошляховик України – К.: ДП “Державтотранс НДІ проект” Укравтодор, 2004. – № 3 (179). – С. 40 – 47.
8. Методика розрахунку розмивів дна та берегів перед гірських ділянок річок та місцевих розмивів біля річкових гідротехнічних споруд / МРР 218-02070915-231-3-2003. / розроб. В.Я. Савенко, О.С. Славінська, О.Є. Щодро – К.: УКРАВТОДОР: НТУ, 2003. – 45 с.
9. Славінська О.С. Моделі та методи прогнозування деформацій зависених руслових та заплавної потоків в зоні впливу мостових переходів // Гідравліка і гідротехніка: Науково–технічний збірник – К.: НТУ, 2008. – Вип. 62. – С. 39-61.
10. Славінська О.С. Дослідження гідродинамічних процесів у придонній області руслових та заплавної потоків у зоні впливу

- мостових переходів // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво – К.: НТУ, 2010. – Вип.
11. 79. – С. 3 – 26.
  12. Славінська О.С. Дослідження гідродинамічних процесів у відкритих зависенесних потоках у зоні впливу мостових переходів // Зб. наук. праць. — Донецьк: ДонІЗТ, 2010. – Вип. 43 – С. 198 –211.
  13. Андреев О.В. Проектирование мостовых переходов.- М.: Транспорт, 1980. 215с.
  14. Федотов Г. А. Изыскание и проектирование мостовых переходов. - М.: Изд. Центр «Академия», 2005. – 304 с.
  15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1969.– 742 с.
  16. Гаев Е.А., Никитин И.К. Гидродинамика потока при наличии легко проницаемой шероховатости. Ламинарный режим // Гидромеханика. – 1982. – В.45. – С. 65 - 73.
  17. Савенко В.Я., Славинская Е.С. Моделирование процессов развития внутренних течений с учетом анизотропии открытых турбулентных потоков. – К.:НТУ, 2004. – 176 с.

УДК 532.542

**А.М. КРАВЧУК**, докт. техн. наук, **О.Я. КРАВЧУК**.

### **ВПЛИВ КУТА ВІДДІЛЕННЯ (ПРИЄДНАННЯ) РІДИНИ ВЗДОВЖ ШЛЯХУ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКУ В НАПІРНОМУ ПЕРФОРОВАНОМУ ТРУБОПРОВОДІ**

*На основі виконаних експериментальних і теоретичних досліджень приведена методика визначення розрахунку величини кута відділення (приєднання) рідини  $\varphi$  в перфорованих трубопроводах*

*На основании выполненных экспериментальных и теоретических исследований приведена методика определения величины угла отделения (присоединения) жидкости  $\varphi$  в перфорированных трубопроводах*

*Based on completed experimental and theoretical resources method of definition of the angle of separation coasts (adjunction)  $\varphi$  in perforated pipelines was carried out.*

Як відомо, рух рідини в перфорованому трубопроводі відбувається зі змінною витратою вздовж шляху. В розподільчому трубопроводі витрата за його довжиною, за рахунок витікання частини рідини з труби, зменшується вздовж шляху  $\left(\frac{dQ}{dx} < 0\right)$ . У збірному трубопроводі, за рахунок втікання рідини в трубу, витрата вздовж шляху збільшується  $\left(\frac{dQ}{dx} > 0\right)$ .