

7. Савенко В.Я., Славинская Е.С. Моделирование процессов развития внутренних течений с учетом анизотропии открытых турбулентных потоков. – К.:НТУ, 2004. – 176 с.

УДК 627.15

С.Г.ТКАЧУК, докт. техн. наук, **Ю.Б.ЄВСЕЙЧИК**, канд. техн. наук,
І.В.БАШКЕВИЧ,

ОТРИМАННЯ РІВНЯННЯ ДЛЯ ШВИДКОСТІ ПОТОКУ У ПІДМОСТОВОМУ РУСЛІ, ЩО РОЗМИВАЄТЬСЯ

Виходячи із математичної моделі руслових деформацій, яка заснована на рівнянні балансу наносів, отримано диференціальне рівняння для швидкості потоку у підмостовому руслі з урахуванням його розмиву. Показано, що воно відноситься до класу однорідних квазілінійних рівнянь I порядку і може бути зведено до рівняння переносу. Отримано рішення відповідної задачі Коші.

Исходя из математической модели русловых деформаций, которая основана на уравнении баланса наносов, получено дифференциальное уравнение для скорости потока в подмостовом русле с учетом его размыва. Показано, что оно относится к классу однородных квазилинейных уравнений I порядка и может быть приведено к уравнению переноса. Получено решение соответствующей задачи Коши.

Coming from the mathematical model of river-bed deformations, which is based on equation of alluviums balance, it is got the differential equation for a flowrate in a subbridge river-bed taking into account the wash-out of this. It showed that it behaves to the class of homogeneous equations of I (first) order and it can be lead to equation of transfer. The decision of the Cauchy appropriate task is got.

Визначення швидкості потоку у зоні впливу мостового переходу є важливим питанням, як з точки зору укріплення мостових дамб, так і з точки зору навігації, де існують певні обмеження для руху суден під мостами.

Математична модель руслових деформацій, які відбуваються при стисненні ріки мостовим переходом, відома [2] і складається із чотирьох рівнянь

$$\frac{\partial G}{\partial l} - B \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$G = A \cdot B \cdot V^4 \quad (2)$$

$$Q_p = V \cdot B \cdot h \quad (3)$$

$$\beta = \left(1 - \frac{l}{R}\right)^{-1} \quad (4)$$

де G і Q – витрати наносів і води; h і B – глибина і ширина русла; V – швидкість руслового потоку; A – коефіцієнт, що враховують фізичні властивості наносів; β – коефіцієнт трансформації руслової витрати; l – відстань від початку стиснення; R – параметр центральної струмини.

Коефіцієнт трансформації руслової витрати $\beta = \frac{Q_p}{Q_{np}}$ у створі початку стиснення потоку $l=0$ змінюється від $\beta=1$ до свого максимального значення у створі під мостом $\beta = \beta_i$. Будемо вважати, що повінь (вихід води на заплави) починається у момент часу $t=0$ і відбувається з постійною у часі загальною Q_{np} , а значить і русловою витратою $Q_p = \beta \cdot Q_{np}$. Вважається, що ширина русла B у зоні впливу мостового переходу теж постійна і від часу не залежить. З урахуванням останнього зауваження із рівняння (3) отримаємо зв'язок між швидкістю потоку у стиснутому підмостовому руслі з її природним значенням

$$V \cdot h = \beta \cdot V_{np} \cdot h_{np} \quad (5)$$

З метою отримання диференційного рівняння відносно швидкості потоку $V(\beta, t)$ у зоні впливу мостового переходу визначимо частинні похідні $\frac{\partial G}{\partial l}$ і $\frac{\partial h}{\partial t}$ як функції від V

$$\frac{\partial G}{\partial l} = \frac{\partial G}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial l} = \frac{4 \cdot A \cdot B}{R} \cdot \beta^2 \cdot V^3 \cdot \frac{\partial V}{\partial \beta} \quad (6)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\beta \cdot Q_{np}}{B} \cdot \frac{1}{V^2} \cdot \frac{\partial V}{\partial t} \quad (7)$$

Підставляючи вирази (6), (7) у рівняння (1) отримуємо

$$a \cdot \beta \cdot V^5 \cdot \frac{\partial V}{\partial \beta} + \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

$$a = \frac{4 \cdot A \cdot B}{R \cdot Q_{np}}$$

Диференційне рівняння (8) треба доповнити відповідними початковими умовами. Оскільки у початковий момент розвитку руслових деформацій глибина природна (русло ще не розмито), то очевидно, що

$$h(\beta, t)|_{t=0} = h_{np}$$

Тоді з урахуванням рівності (5) отримуємо початкові умови для швидкості

$$V(\beta, t)|_{t=0} = \beta \cdot V_{np} \quad (9)$$

Рівняння (8) разом з початковими умовами (9) визначає відповідну задачу Коші, механізм рішення якої детально розглянутий у [2] при визначенні глибини у розмиваємому руслі. Застосуємо його і в даному випадку. Для цього запишемо рівняння (8) у симетричній формі

$$\frac{d\beta}{a \cdot \beta \cdot V^5} = \frac{dt}{1} = \frac{dV}{0}$$

Рішення цієї системи зводиться до розв'язку будь яких двох рівнянь, які складаються шляхом сполучення складових. Поєднаємо перший член спочатку з третім, а потім з другим. Отримуємо систему двох звичайних рівнянь

$$\begin{aligned} dV &= 0 \\ \frac{d\beta}{\beta} &= a \cdot V^5 \cdot dt \end{aligned}$$

Вони легко інтегруються, після чого маємо

$$\begin{aligned} V &= \Psi_1 \\ \ln \beta &= a \cdot V^5 \cdot t + \Psi_2 \end{aligned} \quad (10)$$

де Ψ_1, Ψ_2 сталі інтегрування. Загальне рішення (8) представляє собою довільну диференційовану функцію від отриманих інтегралів

$$\hat{O}(V, \ln \beta - a \cdot V^5 \cdot t) = 0$$

Для здобуття частинного рішення рівняння (8) згідно початковим умовам (9) запишемо інтеграли Ψ_1 і Ψ_2 відносно початкового моменту часу $t = 0$

$$\Psi_1 = V|_{t=0}$$

$$\Psi_2 = \ln \beta$$

Тоді з урахуванням (9) можемо записати

$$\Psi_1 = V_{np} \cdot e^{\bar{\Psi}_2}$$

Заміняючи $\bar{\Psi}_1$ і $\bar{\Psi}_2$ їх виразами (10) отримуємо залежність, яка визначає швидкість потоку у розмиваємому руслі у довільний момент часу

$$V(\beta, t) = \beta \cdot V_{np} \cdot e^{-a \cdot V^5 \cdot t} \quad (11)$$

Безпосередньою підстановкою із застосуванням формул для визначення похідної від неявної функції [1] неважко впевнитись, що функція (11) дійсно задовольняє рівняння (8) і початковим умовам (9) і згідно теореми Коші-Ковалевської представляє єдиний розв'язок відповідної задачі Коші (8), (9).

Залежність (11) відносно $V(\beta, t)$ є неявною, але її легко можна розв'язати відносно часу t і отримати явну залежність

$$t = \frac{1}{a \cdot V^5} \cdot \ln \frac{V_{np} \cdot \beta}{V} \quad (12)$$

яка очевидно є більш зручна для досліджень.

Якщо у рівнянні (8) перейти від змінної β до змінної $\beta_1 = \ln \beta$, то з урахуванням рівності

$$\frac{\partial V}{\partial \beta} = \frac{\partial V}{\partial \beta_1} \cdot \frac{\partial \beta_1}{\partial \beta} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \beta_1}$$

рівняння (8) у змінних β_1, t приймає вигляд

$$a \cdot V^5 \cdot \frac{\partial V}{\partial \beta_1} + \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

Рівняння (13) відноситься до спеціального класу квазілінійних рівнянь першого порядку і називається рівнянням переносу. До рівняння переносу, яке у загальному має вигляд

$$\frac{\partial y}{\partial t} + c(y) \cdot \frac{\partial y}{\partial x} = 0$$

зводиться багато задач механіки і газодинаміки [3], тому його дослідження, особливо у випадку постановки змішаної крайової задачі, є достатньо актуальною проблемою.

Перелік посилань

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике., М-1968, 556 с.

2. Ткачук С.Г. Теорія розмивів на мостових переходах., Донецьк- 2009, 200 с.
3. Уизем Д. Линейные и нелинейные волны., М-Мир 1977, 622 с.

УДК 625.72

А.Я.ХОМ'ЯК, канд. техн. наук, **С.К.ОМЕЛЬЧУК**, канд. техн. наук,
І.Б.ЩЕРБАН.

ОСОБЛИВОСТІ ПРОЕКТУВАННЯ ДОРІГ В РАЙОНАХ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ЯРІВ

В роботі розглядаються питання проектування доріг в районах розповсюдження ярів. Проаналізовані методи водовідведення в яружній місцевості при різних варіантах розташування дороги відносно яру. Виконані та проаналізовані розрахунки фільтраційних витрат при перетині яру дорогою.

В работе рассматриваются вопросы проектирования дорог в районах распространения оврагов. Проанализированы методы обеспечения водоотвода в овражистой местности при разных вариантах размещения дороги относительно оврага. Выполнены и проанализированы расчеты фильтрационных расходов при пересечении оврага дорогой.

Paper explores planning roads in the areas where ravines are widespread. Different methods of waste watering, depend on different cases how road is located against ravines, are analyzed. Calculation costs of filtration because of crossing ravine by the road are analyzed and compared.

Утворення ярів, що широко поширені в лісостеповій та степовій зонах України, особливо в районах розвитку лесових порід, є результатом водної ерозії. В Україні ерозією охоплено майже 12,5 млн. га сільськогосподарських угідь. Найнебезпечнішими щодо ерозії ґрунту є правобережжя Дніпра, Десни й Сіверського Дінця, межиріччя Дніпро - Південний Буг, Дністер - Прут, верхів'я Сіверського Дінця, Сейму, Донецький Кряж.

Яри завдають великої шкоди господарству:

розгалужуючись на площі своїми відвершками і просуваючись в глибину місцевості, вони знецінюють площу придатних земель;

засмічують продуктами розмиву долини рік, замулюють луки, а інколи перегороджують течію ріки, викликаючи піднімання води і затоплення долини;

Понижують рівень ґрунтових вод місцевості.

Під час свого розвитку яри проходять декілька стадій.

На першій стадії утворюється вимоїна або вибоїна, що має трикутний поперечний переріз. Дно її майже паралельне поверхні землі.

На другій стадії відбувається поглиблення вибоїни зі зменшенням поздовжнього похилу дна. Біля вершини створюється круча 5... 10 м заввишки. З часом вибоїна розширюється і її поперечний переріз набуває трапецеїдального характеру. До кінця другої стадії у нижній частині яру