

предложены рекомендации по повышению эффективности (точности и своевременности) сбора зрительной информации (СЗИ) и обработки информации, которые позволяют водителю выбирать конкретный "безопасный" режим вождения. Показано, что процесс управления автомобилем должен быть охарактеризован как задача, в которой СЗИ имеет первостепенное значение (независимо от времени суток).

С учётом проведенного анализа, а также основываясь на результатах предыдущих исследований авторов, предполагается, что дальнейшие исследования должны быть направлены на повышение конструктивной безопасности транспортного средства связанной именно с его активной и пассивной безопасностью.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** БЕЗОПАСНОСТЬ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА, АКТИВНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ, ПАССИВНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ, СБОР ЗРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

UDC 519.2

#### DEVELOPMENT OF METHODS TO IMPROVE THE LOGISTICS IN UKRAINE: PROBING THE MATHEMATICAL MODEL FOR ROAD TRAFFIC AND FREIGHTS SHIPMENT FLOWS

Gusev O.V., Ph.D.,  
Grysjuk Yu.S., Ph.D.,  
Kaskiv V.I., Ph.D.,  
Kaskiv S.V.

Introduction. Needless-to-say that the task of improving the logistics in Ukraine is of great importance and of high priority. Much is being done in this field by local logistics and transportation professionals, academics etc. More recently powerful boost to the efforts of significant enhancement of the logistics in Ukraine was provided by the European Commission via its TEMPUS projects.

For example, in accordance with TEMPUS Project Guideline wider objectives are as follows: - the improvement of co-operation between universities and companies with respect to education and training offers of practical relevance, that meet labour markets needs; - transfer and adaptation of European experiences in e-learning methods to Ukrainian universities. The specific project objectives include: - composition of a network of Ukrainian and European universities and companies for joined development of management training courses for transport and logistics; - joined development of management courses for advanced vocational education and training of Ukrainian specialists and executive staff of the transport and logistics branch including education of professional trainers, - qualification of university teachers and staff in positions of responsibility in professional training methods for the education of specialists and executive staff.

The above objectives are very important, but at the same time one should not underestimate the needs for development of logistics theory itself (which can later be used as component of training course).

The main goal of this article is the development of logistics mathematical model and specifically the creation of mathematical model for simulation of highway transportation and traffic flow for the logistics purposes.

The general formulation of the problem. Let's discuss the safety of transport logistics at highways. We'll consider the strip of highway equalling „one automobile + safety distance". The appearance of automobile at the entry of the above strip shall be considered as the request for servicing and the coming of automobile through the strip will mean – satisfying the request. Thus the discussed strip can be considered as queuing system (QS) with breakdowns, which structurally can be presented as follows:

The research of such QS with breakdowns by means of classic methods is unsuitable due to high dynamics of events: statistical indices of the volume of coming-in requests significantly differ from Poisson distribution. Further more the collisions of vehicles, delays etc. lead to sharp changes of the event's dynamics and lead to unpredictable changes in the state of QS with breakdowns. For effectively researching the dynamics of functioning of considered QS let us create the following mathematical model and the principles of its research.

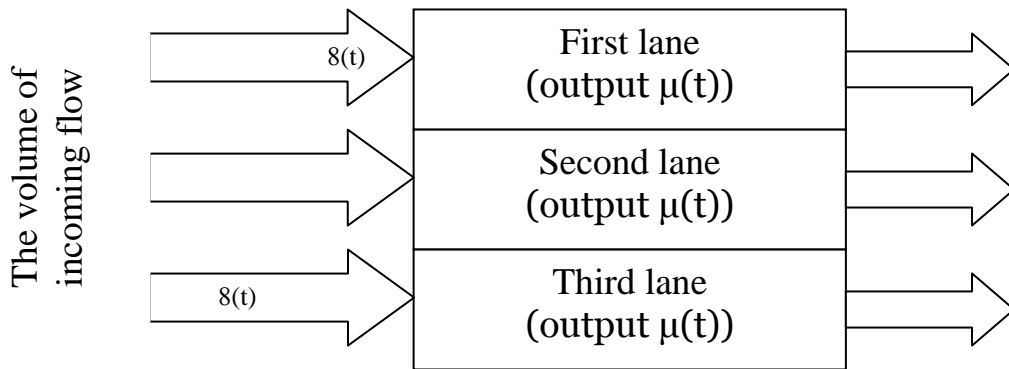


Figure 1. - The block scheme of highway strip, presented as QS

Creation of the mathematical model for QS with breakdowns. Firstly let's consider the case of „calm” process of satisfying the requests. Let's compose the following graph of QS states (see Fig. 2).

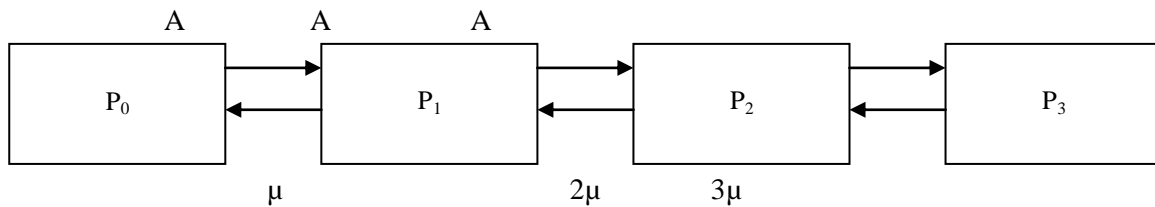


Figure 2. - The graph of QS state with breakdowns

Using the above graph and utilising the Kolmogorov Rule it's possible to present the mathematical model for researching the events' dynamics in QS with breakdowns in the form of the following system of differential first-order equations.

$$\frac{d}{dt} p_0 = -\lambda \cdot p_0 + \mu \cdot p_1$$

$$\frac{d}{dt} p_1 = \lambda \cdot p_0 - \lambda \cdot p_1 + 2\mu \cdot p_2 - \mu \cdot p_1$$

$$\frac{d}{dt} p_2 = \lambda \cdot p_1 - \lambda \cdot p_2 + 3 \cdot \mu \cdot p_3 - 2\mu \cdot p_2$$

$$\frac{d}{dt} p_3 = \lambda \cdot p_2 - 3 \cdot \mu \cdot p_3$$

Ad them up with limitation-equation:

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

The case # 1. Let's introduce the first set of initial values of automobile traffic volumes at traffic lanes (the initial values of volume of incoming requests at the entry of QS):

$$\lambda_1 := 5.1 \quad \lambda_2 := 5.1 \quad \mu_2 := 3 \quad \mu_1 := 3$$

and the duration of time for research of QS:  $t := 0.. 90$

We'll add the algorithm with the following two software programs, which will allow to control the volume of the incoming requests and control the output (volume of servicing the requests) of QS during the research interval.

$$\lambda(t) := \begin{cases} \lambda_1 & \text{if } 30 < t < 60 \\ \lambda_2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \mu(t) := \begin{cases} \mu_1 & \text{if } 30 < t < 60 \\ \mu_2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

The principles of research. For receiving the solutions for the system of common differential equations, let's use the Runge-Kutta method, which can be implemented with the means of MathCAD. For the later purpose let's introduce the initial conditions vector – vector of initial unknown values and also the vector-function D:

$$p := \begin{pmatrix} .5 \\ .5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t,p) := \begin{pmatrix} -\lambda(t) \cdot p_0 + \mu(t) \cdot p_1 \\ \lambda(t) \cdot p_0 - \lambda(t) \cdot p_1 + 2 \cdot \mu(t) \cdot p_2 - \mu(t) \cdot p_1 \\ \lambda(t) \cdot p_1 - \lambda(t) \cdot p_2 + 3 \cdot \mu(t) \cdot p_3 - 2 \cdot \mu(t) \cdot p_2 \\ \lambda(t) \cdot p_2 - 3 \cdot \mu(t) \cdot p_3 \end{pmatrix}$$

For solving the system of differential equations we'll use the MathCAD's built-in function (application):

$$Z := \text{rkfixed}(p, 0, 90, 1500, D)$$

The solution for the system of differential equations can be presented in the form of the matrix of solutions, time graphs and phase-plane portrait – trajectories of QS state changes in phase space:

The matrix of solutions is as follows:

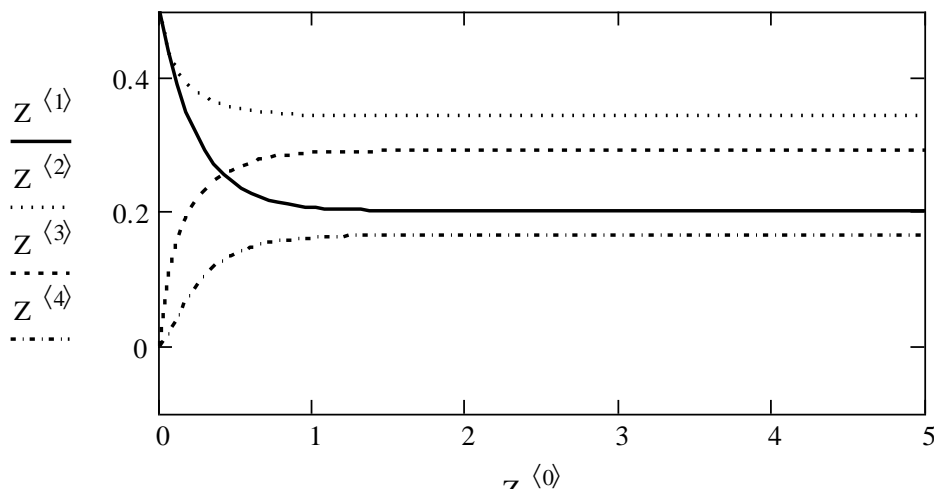
$$Z = \begin{array}{c|ccccc} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 1 & 0.06 & 0.44 & 0.44 & 0.105 & 0.016 \\ 2 & 0.12 & 0.389 & 0.41 & 0.159 & 0.042 \\ 3 & 0.18 & 0.349 & 0.392 & 0.193 & 0.067 \\ 4 & 0.24 & 0.316 & 0.38 & 0.216 & 0.088 \end{array}$$


Figure 3. - Time diagrams for solving the system of differential equations

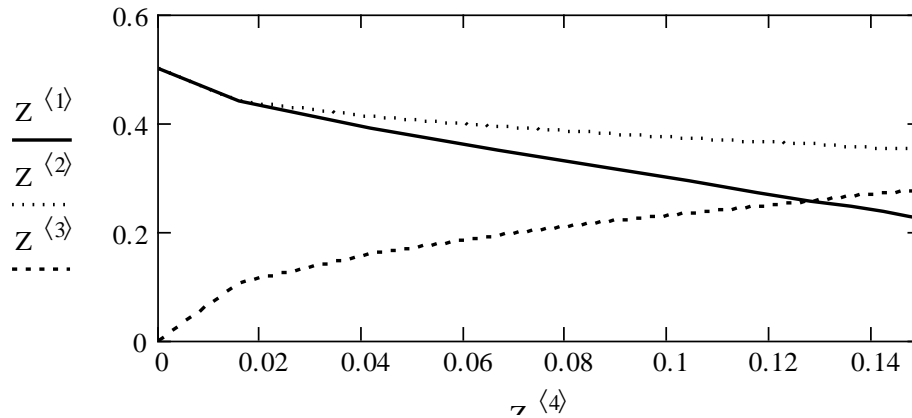


Figure 4. - Relative dynamics of QS state changes

Analysis of the dynamics of state changes in QS using the results of research for the first set of volumes (intensities):  $\lambda_1 = \lambda_2$ ,  $\mu_1 = \mu_2$ .

The analysis of results, i.e. the dynamics of the events' development in accordance with time graphs of differential equations solutions, shows, that in ideal case, when the volume of incoming inquiries has the constant value, the system behaves "calmly". The later means that at the beginning of research interval the system comes to the steady-state process and remains this way until the end of research interval.

The case # 2. Let's introduce the other set of initial values of automobile traffic volumes at traffic lanes (the initial values of volume of incoming requests at the entry of QS):  $\lambda_1 < \lambda_2$ ,  $\mu_1 < \mu_2$ :

$$\lambda_1 := 3.1 \quad \lambda_2 := 5.1 \quad \mu_1 := 1.2 \quad \mu_2 := 3$$

and the duration of time for research of QS:  $t := 0..90$

Once again let's add the algorithm with the following two software programs, which will allow to control the volume of the incoming requests and control the output (volume of servicing the requests) of QS during the research interval.

$$\lambda(t) := \begin{cases} \text{rnd}(\lambda_1) + \frac{\lambda_1}{2} & \text{if } 30 < t < 60 \\ \lambda_2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \mu(t) := \begin{cases} \text{rnd}(\mu_1) + \frac{\mu_1}{2} & \text{if } 30 < t < 60 \\ \mu_2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

One should take into account the extreme situations, i.e. the breakdown of vehicles, collision of vehicles, halt of traffic etc. on one of existing lanes. Thus the need to eliminate the consequences of such extreme situations during the time period of  $30 < t < 60$  (when the volume and output randomly change) arises. For this period of time the redistribution of incoming flow will take place (for example, in accordance with the block scheme shown in Fig.5).

The principles of research. For receiving the solutions for the system of common differential equations, where the unknown factors have the form of functions, which includes the random component, which, in turn, allows considering the spontaneous redistribution of automobile flow at the entry of the QS, again we'll use the Runge-Kutte method. The later can be implemented with the means of MathCAD. For this purpose, once again, let's introduce the initial conditions vector – vector of initial unknown values and also the vector-function D:

$$p := \begin{pmatrix} .5 \\ .5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t,p) := \begin{pmatrix} -\lambda(t) \cdot p_0 + \mu(t) \cdot p_1 \\ \lambda(t) \cdot p_0 - \lambda(t) \cdot p_1 + 2 \cdot \mu(t) \cdot p_2 - \mu(t) \cdot p_1 \\ \lambda(t) \cdot p_1 - \lambda(t) \cdot p_2 + 3 \cdot \mu(t) \cdot p_3 - 2 \cdot \mu(t) \cdot p_2 \\ \lambda(t) \cdot p_2 - 3 \cdot \mu(t) \cdot p_3 \end{pmatrix}$$

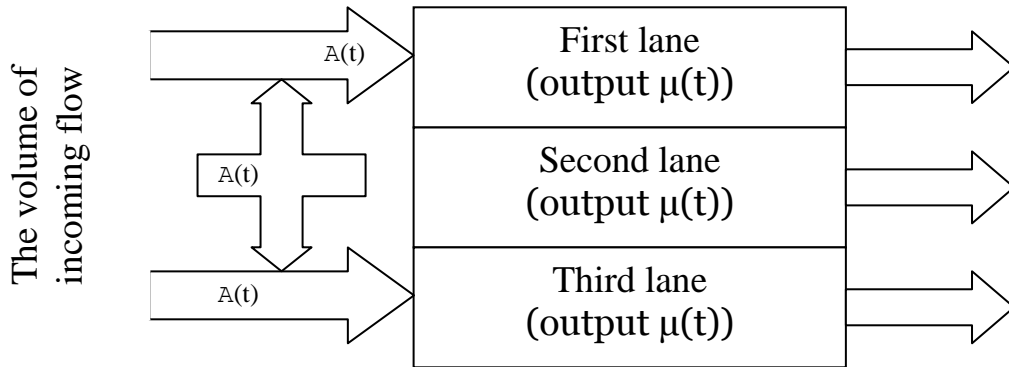


Figure 5. - The block scheme for highway strip in extreme situation, which is presented as QS with breakdowns

For solving the system of differential equations we'll again use the MathCAD's built-in function (application):

$$Z := \text{rkfixed}(p, 0, 90, 1500, D)$$

As before, the solution for the system of differential equations can also be presented in the form of the matrix of solutions:

$$Z = \begin{array}{c|ccccc} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 1 & 0.06 & 0.44 & 0.44 & 0.105 & 0.016 \\ 2 & 0.12 & 0.389 & 0.41 & 0.159 & 0.042 \\ 3 & 0.18 & 0.349 & 0.392 & 0.193 & 0.067 \\ 4 & 0.24 & 0.316 & 0.38 & 0.216 & 0.088 \end{array}$$

The length of traffic jam section, i.e. the number of automobiles  $m$ , which were rejected to be serviced and which are being accumulated at the entry of QS for the period of  $30 < t < 60$ :

$$t_a := 30 \quad m := t_a \cdot (\lambda_2 - \lambda_1) \quad m = \blacksquare$$

Relative dynamics of trajectories in phase space has the following shape (see Fig. 7).

Analysis of the results, i.e. the dynamics of events development using the time graphs of differential equations solution, shows that in the case when the volume of incoming requests has the random component (for example, after the collision or breakdown of vehicles), then the system behaves adequately. The later means that at the interval of time  $30 < t < 60$  the system passes to unstable state and remains this way until the end of time interval (until the elimination of extreme situation and restoring the flow of vehicles). The dynamics of trajectories in the phase space (Fig. 7) confirms the complexity of road traffic control for logistics purposes.

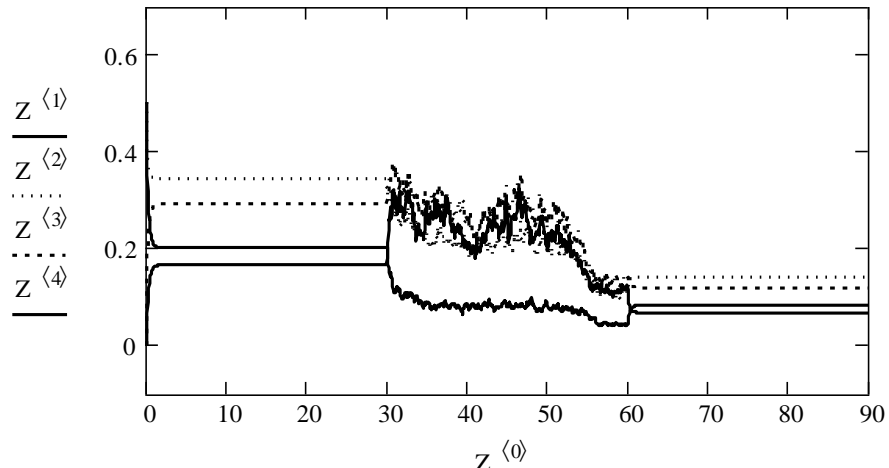


Figure 6. - Time diagrams for solving the system of differential equations, which allow consider the random component at the time period of  $30 < t < 60$

The conclusions:

- the mathematical model of QS with breakdowns, which allows considering the random component belonging to the volume of requests for servicing flow and the volume of servicing, is presented;
- the principles of the research of QS mathematical model, which allow considering the random QS components, were developed.

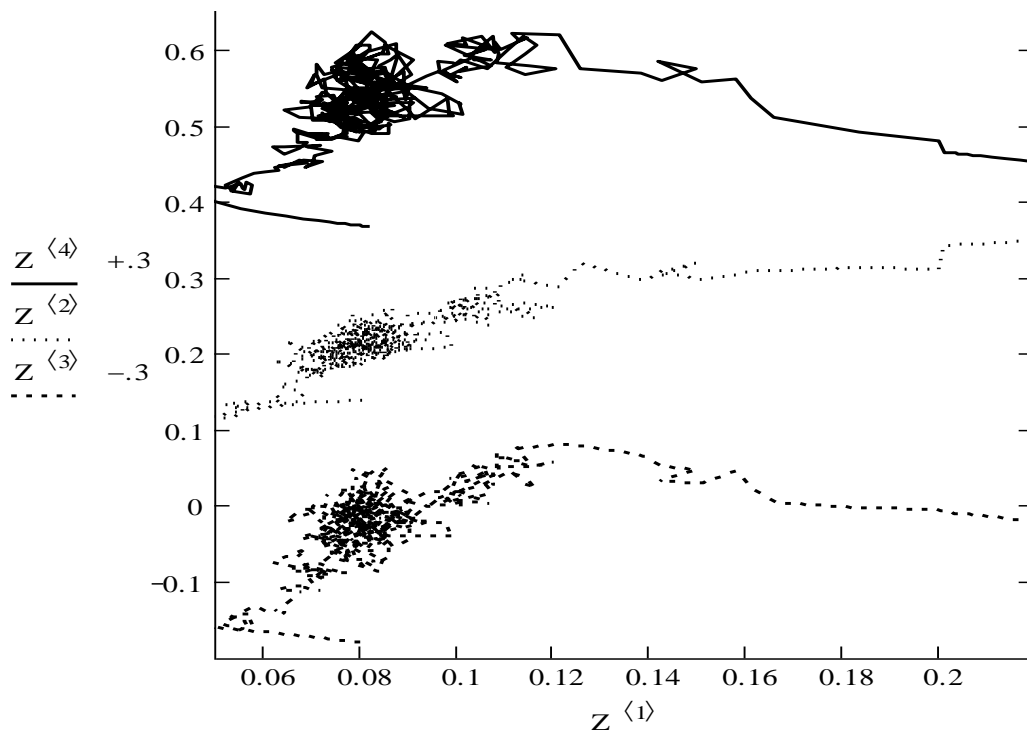


Figure 7. - Relative dynamics of trajectories in the phase space, which allow to consider the random component of volume of incoming requests and the volume of requests satisfaction

- the mathematical model and the principles of the research can be used for simulation of random markovian processes and dynamics of functioning for other QS classes for various logistics applications.
- the mathematical model and the principles of the research can be used for predicting the overall transport loading factor for farther road pavement strength and design procedures.

## REFERENCES

1. Вишневецкий В.И. Основы математического моделирования при исследовании случайных марковских процессов и моделей массового обслуживания / Учебное пособие, НТУ Киев, 1999. 150 с.

## РЕФЕРАТ

Гусев О.В., Грисюк Ю.С., Касків В.І., Касків С.В. Розробка методів удосконалення логістики в Україні: дослідження математичної моделі автомобільних та вантажних потоків. / Олександр Гусев, Юрій Грисюк, Володимир Касків, Світлана Касків // Управління проектами, системний аналіз і логістика. – К.: НТУ – 2012. Вип. – 10

У статті розглядаються питання розробки математичної моделі для автомобільних і вантажних потоків для цілей вдосконалення логістики та експедирування вантажів в Україні. Пропонований математичний підхід дозволяє, на думку авторів, істотно підвищити ефективність логістичних рішень і, як окремий напрямок, отримати інструмент для обліку і розрахунку транспортного навантаження на об'єкти дорожньої інфраструктури та дорожнього покриття. Дослідження розглянутих систем масового обслуговування з відмовами за допомогою класичних методів не підходить через високу динаміку подій в транспортних і вантажних потоках. В результаті статистичні показники щільності транспортних та вантажних потоків істотно відрізняються від розподілу Пуассона. Більш того, затримки транспортних засобів та затримки транспортних потоків (як наслідок різних причин, в тому числі і через зіткнення та відмови транспортних засобів), призводять до різних змін динаміки подій і призводять до непередбачуваних змін у стані системи масового обслуговування з відмовами. Запропоновано математичну модель системи масового обслуговування з відмовами, яка дозволяє розраховувати випадкові складові обсягу заявок на обслуговування потоків і обсягів обслуговування. Були розроблені та запропоновані основні принципи дослідження систем масового обслуговування та математичні моделі, які дозволяють враховувати випадковість систем масового обслуговування та їх компонентів. Представлені математична модель та принципи дослідження можуть бути використані для моделювання випадкових марковських процесів та динаміки функціонування інших систем масового обслуговування для різних завдань пов'язаних з удосконаленням логістичних процесів. Крім того, математичні моделі та принципи дослідження можуть бути використані для прогнозування транспортного навантаження на дорогу та дорожнє покриття. Для отримання рішення системи звичайних диференціальних рівнянь, де невідомі чинники мають вигляд функцій, який включає в себе випадкову складову (яка, в свою чергу, дозволяє розглядати випадкове перерозподіл автомобільних потоків на вході систем масового обслуговування), було запропоновано застосувати метод Рунге-Кутта.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** ЛОГІСТИКА, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, АВТОМОБІЛЬНІ ПОТОКИ, ВАНТАЖНІ ПОТОКИ, ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ, МАРКОВСЬКІ ПРОЦЕСИ, МОДЕЛЬ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ, ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ РІВНЯННЯ, ВЕКТОР-ФУНКЦІЯ, МЕТОД РУНГЕ-КУТТА.

## ABSTRACT

Gusev O.V., Grysjuk Yu.S., Kaskiv V.I., Kaskiv S.V. Development of methods to improve the logistics in Ukraine: probing the mathematical model for road traffic and freights shipment flows / Alexander Gusev, Yuriy Grysiuk, Vladimir Kaskiv, Svetlana Kaskiv // Management of projects, system analysis and logistics. – K.: NTU – 2012. Vol. – 10.

The article deals with the questions of the development of mathematical model for road traffic and freights shipment flows for the purposes of logistics and forwarding of freights in Ukraine. The proposed mathematical approach allows, in the view of the authors, to substantially enhance the logistics solutions and, as the separate direction, to estimate the transport load factors on the road infrastructure and the pavement. The research of such queuing systems with breakdowns by means of classic methods is unsuitable due to high dynamics of events: statistical indices of the volume of coming-in requests significantly differ from Poisson distribution. Further more, the delays of vehicles etc. or even the collisions, lead to sharp changes of the event's dynamics and lead to unpredictable changes in the state of queuing systems with breakdowns. The mathematical model of queuing systems with breakdowns, which allows considering the random component belonging to the volume of requests for servicing flow and the volume of servicing, is presented. The major principles of the research of queuing systems mathematical model, which allow considering the random queuing systems components, were developed. The mathematical model and the principles of the research can be used for simulation of random markovian processes and dynamics of functioning for other queuing systems classes for various logistics applications. Also the mathematical model

and the principles of the research can be used for predicting the overall transport loading factor for farther road pavement strength and design procedures. For receiving the solutions for the system of common differential equations, where the unknown factors have the form of functions, which includes the random component, which, in turn, allows considering the spontaneous redistribution of automobile flow at the entry of the queuing systems, the Runge-Kutte method was used.

**KEY WORDS:** LOGISTICS, MATHEMATICAL MODEL, TRAFFIC FLOWS, FREIGHT FLOWS, RANDOM PROCESSES, MARKOVIAN PROCESSES, QUEUING SYSTEMS MODEL, DIFFERENTIAL EQUATION, VECTOR-FUNCTION, RUNGE-KUTTE METHOD.

#### РЕФЕРАТ

Гусев А.В., Грисюк Ю.С., Каскив В.И., Каскив С.В. Разработка методов усовершенствования логистики в Украине: исследование математической модели автомобильных и грузовых потоков / Александр Гусев, Юрий Грисюк, Владимир Каскив, Светлана Каскив // Управление проектами, системный анализ и логистика. – К.: НТУ – 2012. Вып. – 10.

В статье рассматриваются вопросы разработки математической модели для автомобильных и грузовых потоков для целей совершенствования логистики и экспедирования грузов в Украине. Предлагаемый математический подход позволяет, по мнению авторов, существенно повысить эффективность логистических решений и, как отдельное направление, получить инструмент для учёта и расчёта транспортной нагрузки на объекты дорожной инфраструктуры и дорожного покрытия. Исследование рассматриваемых систем массового обслуживания с отказами с помощью классических методов не подходит из-за высокой динамики событий в транспортных и грузовых потоках. В результате статистические показатели плотности транспортных потоков существенно отличаются от распределения Пуассона. Более того, задержки транспортных средств и задержки транспортных потоков (как следствие разных причин, в том числе и из-за столкновения транспортных средств), приводят к резким изменениям динамики событий и приводит к непредсказуемым изменениям в состоянии системы массового обслуживания с отказами. Предложена математическая модель системы массового обслуживания с отказами, которая позволяет рассчитывать случайные составляющие объема заявок на обслуживание потоков и объемов обслуживания. Были разработаны и предложены основные принципы исследования систем массового обслуживания и математические модели, которые позволяют учитывать случайным систем массового обслуживания компонентов. Представленные математическая модель и принципы исследования могут быть использованы для моделирования случайных марковских процессов и динамики функционирования других систем массового обслуживания для различных задач связанных с совершенствованием логистических процессов. Кроме того, математические модели и принципы исследования могут быть использованы для прогнозирования транспортной нагрузки на дорогу и дорожное покрытие. Для получения решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений, где неизвестные факторы имеют вид функций, который включает в себя случайную составляющую (которая, в свою очередь, позволяет рассматривать случайное перераспределение автомобильных потоков на входе систем массового обслуживания), было предложено применить метод Рунге-Кутты.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ЛОГИСТИКА, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, АВТОМОБИЛЬНЫЕ ПОТОКИ, ГРУЗОВЫЕ ПОТОКИ, СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ, МАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ, МОДЕЛЬ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ, ВЕКТОР-ФУНКЦИЯ, МЕТОД РУНГЕ-КУТТА.