

**МЕТОД «ДВОЙНОГО РАНЖИРОВАНИЯ» ДЛЯ ЗАПОЛНЕНИЯ МАТРИЦЫ  
ПРИ РЕШЕНИИ «ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ»**

Горяев Н.К., кандидат технических наук  
Лебедь Е.М.

Постановка проблемы. «Транспортная задача» является классической математической задачей, решаемой при организации перевозок. «Транспортная задача» – это задача такого закрепления грузоотправителей за грузополучателями, при котором суммарные затраты на перевозку грузов будут минимальными. Цель данной статьи – сравнить наиболее часто используемые методы ее решения с предлагаемым методом «двойного ранжирования», обосновать его эффективность, тем самым повысить эффективность оптимизации.

Анализ публикаций. Для решения транспортной задачи традиционно используется метод потенциалов [1], для применения которого необходимо произвести первоначальное заполнение, то есть необходимо закрепить грузоотправителей за грузоотправителями так, чтобы выполнялся план вывоза по грузоотправителям и план завоза по грузополучателям. Наиболее распространёнными в учебной литературе методами первоначального заполнения являются метод «северо-западного угла» и «двойного предпочтения» [2]. Метод «северо-западного угла» заключается в том, что максимально заполняется верхняя левая ячейка плана перевозок. Метод «двойного предпочтения» заключается в определении минимальных издержек по строкам и столбцам плана перевозок и первоначальном заполнении ячеек, которые имеют минимальные издержки и по строке, и по столбцу. Затем заполняются ячейки, имеющие минимальные издержки по столбцу или строке, а затем все остальные. Конкретный пример первоначального заполнения с помощью этого метода представлен в таблице 1.

Таблица 1. – Первоначальное заполнение по методу «двойного предпочтения»

Грузоотправители \ Грузополучатели	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	Завоз
<b>V<sub>1</sub></b>	<b>40</b> 4 **	10 *	12	21	40
<b>V<sub>2</sub></b>	<b>62</b> 6 *	17	14	<b>12</b> 8 *	74
<b>V<sub>3</sub></b>	23	11	<b>26</b> 8 *	<b>18</b> 27	44
<b>V<sub>4</sub></b>	18	<b>48</b> 14 *	21	<b>16</b> 16	64
<b>V<sub>5</sub></b>	7	15	<b>38</b> 3 **	19	38
<b>V<sub>6</sub></b>	19	21	<b>36</b> 5 *	17	36
<b>Вывоз</b>	102	48	100	46	296

Целевая функция имеет следующее значение (сумма произведений объёмов перевозок на расстояние для заполненных клеток **A<sub>1</sub>V<sub>1</sub>**, **A<sub>1</sub>V<sub>2</sub>**, **A<sub>2</sub>V<sub>4</sub>**, **A<sub>3</sub>V<sub>3</sub>**, **A<sub>3</sub>V<sub>5</sub>**, **A<sub>3</sub>V<sub>6</sub>**, **A<sub>4</sub>V<sub>2</sub>**, **A<sub>4</sub>V<sub>3</sub>**, **A<sub>4</sub>V<sub>4</sub>**):

$$F=40*4+62*6+48*14+26*8+38*3+36*5+12*8+18*27+16*16=2544$$

В правом верхнем углу каждой ячейки указаны издержки при доставке груза от данного отправителя (столбец) данному получателю (строка). Очень часто, в качестве показателя, характеризующего издержки, используется расстояние между грузоотправителем и грузополучателем, так как суммарные затраты на погрузку и выгрузку практически не зависят от направлений перевозки и поэтому их можно не учитывать при закреплении грузополучателей за грузоотправителями. Ячейки, имеющие минимальные издержки по строке или столбцу обозначены «\*», а количество доставляемого груза выделено жирным шрифтом. Из этих двух методов метод

«двойного предпочтения» используется чаще, так как позволяет получить заполнение, более близкое к оптимальному. Однако, этот метод имеет «ступенчатость» в порядке заполнения клеток матрицы перевозок, так как фактически все клетки матрицы делятся на три группы: имеющие минимальный элемент по строке и столбцу, имеющие минимальный элемент по строке или столбцу, остальные клетки. Для ухода от этой «ступенчатости» предлагается способ, который предлагается назвать методом «двойного ранжирования».

Изложение основного материала. Метод «двойного ранжирования» заключается в следующем: для каждой ячейки матрицы перевозок определяется ранг по строке и столбцу в порядке возрастания издержек по доставке 1 тонны груза, ранг каждой ячейки определяется сложением рангов данной ячейки по строке и столбцу, заполнение начинается с ячейки, имеющей минимальный ранг. Этот метод по первым заполненным ячейкам будет идентичен методу «двойного предпочтения», так как ячейки, имеющие ранг 2, будут соответствовать ячейкам с двумя предпочтениями (минимальные издержки по строке и столбцу). Дальнейшее заполнение по методу «двойного ранжирования» будет иметь непрерывный характер в соответствии с возрастанием ранга, в то время, как по методу «двойного предпочтения» заполнение производится как бы по двум группам: первая группа – имеющим ячейки с минимальным элементом по строке или столбцу, вторая – остальные.

Сравним предлагаемый метод с методом «двойного предпочтения» на том же конкретном примере, представленном в таблице 2. Лучшим считается такой план перевозок, который обеспечивает меньшие издержки по доставке всего заданного объема груза. Математически ставится задача нахождения такого плана перевозок, который соответствует минимуму целевой функции, которая равняется сумме произведений объемов перевозок по каждому направлению на издержки перевозок по каждому направлению. В качестве издержек принимается расстояние, поэтому функцией цели будет транспортная работа, выраженная в тонно-километрах, и критерием оптимальности будет минимальная транспортная работа.

Таблица 2. – Первоначальное заполнение по методу «двойного ранжирования»

Грузоотправители \ Грузополучатели	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	Завоз
<b>B<sub>1</sub></b>	<b>40</b> 4 2	10 3	12 7	21 9	40
<b>B<sub>2</sub></b>	<b>62</b> 6 3	17 9	14 8	<b>12</b> 8 3	74
<b>B<sub>3</sub></b>	23 9	<b>18</b> 11 4	<b>26</b> 8 4	27 10	44
<b>B<sub>4</sub></b>	18 7	<b>30</b> 14 4	21 10	<b>34</b> 16 4	64
<b>B<sub>5</sub></b>	7 5	15 7	<b>38</b> 3 2	19 8	38
<b>B<sub>6</sub></b>	19 8	21 10	<b>36</b> 5 3	17 5	36
<b>Вывоз</b>	102	48	100	46	296

Целевая функция имеет следующее значение (сумма произведений объемов перевозок на расстояние для заполненных клеток  $A_1B_1, A_1B_2, A_2B_3, A_2B_4, A_3B_3, A_3B_5, A_3B_6, A_4B_2, A_4B_4$ ):

$$F=40*4+62*6+18*11+30*14+26*8+38*3+36*5+12*8+34*16=2292$$

Мы видим, что для данного примера первоначальное заполнение по методу «двойного ранжирования» дало снижение транспортной работы на 10% по сравнению с первоначальным заполнением по методу «двойного предпочтения».

Вывод. Решение транспортных задач различной размерности показало, что для задач небольшой размерности рассмотренные методы дают одинаковое первоначальное заполнение, зачастую сразу получается оптимальный план. При увеличении размерности задачи эффективность метода «двойного ранжирования» по сравнению с методом «двойного предпочтения» возрастает.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Воркут А. И. Грузовые автомобильные перевозки: учебник / А. И. Воркут. – Киев: Вища школа, 1986. – 447 с.
2. Геронимус Б. Л. Экономико-математические методы в планировании на автомобильном транспорте: учебник для автотранспортных техникумов / Б. Л. Геронимус. – М: Транспорт, 1988. – 192 с.

### РЕФЕРАТ

Горяев Н.К., Лебедь Е. М. Метод «двойного ранжирования» для заполнения матрицы при решении «транспортной задачи». / Николай Константинович Горяев, Евгений Михайлович Лебедь // Вестник НТУ. – К.: НТУ – 2012. – Вып. 26.

В статье рассмотрены основные недостатки используемых методов решения транспортной задачи: северо-западного угла и двойного предпочтения. Предлагается альтернативный метод первоначального заполнения матрицы при решении «транспортной задачи». На конкретном примере показана эффективность предлагаемого метода.

Объект исследования – оптимизация грузовых потоков.

Цель работы – повышение эффективности оптимизации.

Метод исследований – аналитический.

Результаты статьи. Предложен метод «двойного ранжирования» для первоначального заполнения матрицы при решении транспортной задачи. Обоснована его эффективность.

Прогнозные предложения о развитии объекта исследования – применение предложенного метода при оптимизации грузопотоков.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ГРУЗОВЫЕ ПОТОКИ, ОПТИМИЗАЦИЯ ГРУЗОПОТОКОВ, МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ.

### ABSTRACT

Goryaev N.K., Lebed Y.M. Method "double ranking" for matrix filling at the decision of "the transportation problem". / Nikolay Goryaev, Yevgeniy Lebed // Visnyk NTU. – K.: NTU – 2012. – Vol. 26.

In the article the main disadvantages of the methods solve the transport problems are examined: the north-west corner and double preferences. Alternative method for initial filling of the matrix in the solution of the "transportation problem" is proposed. On a concrete example the efficiency of the proposed method is shown.

Object of research – optimization of freight flows.

The purpose of research – improving the efficiency optimization.

Method of research – analytical.

Various destinations and capacity volumes of transit cargo are transported on main routes messages of Chelyabinsk region. Established that the irregularity in the directions of the transit traffic through International transport crossing point «Bugristoe» reaches 4-fold. The potential level of freight transport systems capabilities defined by the volume of transit traffic in the most congested route. The level of excess (unused) freight capacity can be estimated coefficient of uneven traffic.

The results of the article. Alternative method for initial filling of the matrix in the solution of the "transportation problem" is proposed. Substantiates its effectiveness.

Predicted proposals for the development of the object of research – use of this method to optimize freight flows.

**KEYWORDS:** FREIGHT FLOWS, OPTIMIZATION OF FREIGHT FLOWS, METHOD OF DECISION.

### РЕФЕРАТ

Горяев М.К., Лебідь Є.М. Метод «подвійного ранжування» для заповнення матриці при вирішенні «транспортної задачі». / Микола Костянтинович Горяев, Євгеній Михайлович Лебідь // Вісник НТУ. – К.: НТУ – 2012. – Вип. 26.

У статті розглянуті основні недоліки методів, що використовуються для вирішення транспортної задачі: північно-західного кута і подвійної переваги. Пропонується альтернативний метод первинного заповнення матриці при вирішенні «транспортної задачі». На конкретному прикладі показана ефективність запропонованого методу.

Об'єкт дослідження - оптимізація вантажних потоків.

Мета роботи - підвищення ефективності оптимізації.

Метод досліджень - аналітичний.

Результати статті. Запропоновано метод «подвійного ранжування» для первинного заповнення матриці при вирішенні транспортної задачі. Обґрунтовано його ефективність.

Прогнозні пропозиції про розвиток об'єкта дослідження - застосування запропонованого методу при оптимізації вантажопотоків.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** ВАНТАЖНІ ПОТОКИ, ОПТИМІЗАЦІЇ ВАНТАЖОПОТОКІВ, МЕТОДИКА РІШЕННЯ.