

вимірювального пристрою акселерометра. З достатньою точністю теорію підтверджено розрахунком частот коливань обох варіантів конструкції крила.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: КОНСТРУКЦІЯ КРИЛА, КОЛИВАННЯ.

ABSTRACT

Grinevitsky RV Experimentally and theoretical study of vibrations wing drone. / Roman V. Grinevitsky // Visnyk NTU. – K.: NTU. – 2012. – Vol. 26.

The work performed experimental and theoretical study of vibrations wing unmanned flying vehicle (UAV), developed at the Department of Control aircraft of the National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute". Two design options: wing without plating (Fig. 1) and plating (Fig. 4).

Object of research - design wing drone.

Purpose - experimentally and theoretical study of oscillations wing drone.

Methods - Payment theoretical.

For technical and geometrical characteristics found moments of inertia and stiffness of the wing covering and without it. A bench research wing oscillations using precision measuring device accelerometer. With sufficient accuracy theory is confirmed by calculation of vibration frequencies of both design options wings.

Key words: Structures wings, fluctuations.

РЕФЕРАТ

Гриневицкий Р.В. Экспериментально-теоретическое исследование колебаний крыла беспилотного летательного аппарата. / Роман Владимирович Гриневицкий // Вестник НТУ. - К.: НТУ - 2012. Вып.26.

В работе выполнен экспериментально-теоретическое исследование колебаний крыла беспилотного летательного аппарата (БЛА), разработанного на кафедре управления летательными аппаратами Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт». Рассмотрены два варианта конструкции: крыло без обшивки (рис.1) и с обшивкой (рис.4).

Объект исследования - конструкция крыла беспилотного летательного аппарата.

Цель работы - экспериментально-теоретическое исследование колебаний крыла беспилотного летательного аппарата.

Методы исследования - расчетно-теоретические.

По техническим и геометрическим характеристикам найдено моменты инерции и жесткость крыла с обшивкой и без нее. Проведено стендовые исследования колебаний крыла с помощью высокоточного измерительного устройства акселерометра. С достаточной точностью теорию подтверждено расчетом частот колебаний обоих вариантов конструкции крыла.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА : КОНСТРУКЦИЯ КРИЛА, КОЛЕБАНИЯ.

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КРУТИЛЬНИХ АВТОКОЛИВАНЬ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В РІДКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Гуляев В.И., доктор технічних наук

Глушакова О.В., кандидат фізико-математичних наук

Глазунов С.М.

Постановка проблеми.

В даний час в практиці проходки нафтових і газових свердловин найбільше розповсюдження отримав роторний спосіб буріння. Для його здійснення застосовуються спеціальні бурові установки, які являють собою комплекс бурового обладнання і споруд.

Бурова установка для розвідки і розробки родовищ нафти і газу в загальному вигляді містить: бурові споруди (бурова вишка); спуско-підіймальне обладнання (лебідка); силове обладнання для приводу лебідки, ротора і бурових насосів, обладнання для обертання бурильної колони (обертальний стіл); промивну рідину, що циркулює в порожнині свердловини, та долото (рис.1).

Одним з динамічних явищ, що сприяє виникненню позаштатної ситуації в процесі буріння, є самозбудження крутильних коливань обертової бурильної колони (БК). Оскільки БК являє собою

торсіонний маятник, в нижній частині якого за рахунок дисипативної взаємодії між долотом і породою, яка руйнується, відбувається відтік енергії від приводного механізму в навколишнє середовище, при порушенні умов цього відтоку колона може переходити від режиму стаціонарного рівноважного стану обертання в режим крутильних автоколивань. В даній роботі ставиться задача про комп'ютерне моделювання самозбуджуваних крутильних коливань.

Аналіз досліджень і публікацій.

В бурових установках причиною самозбудження торсіонних коливань є біфуркаційне порушення балансу моментів сил пружності в колоні і нелінійних сил тертя між долотом і стінкою свердловини [1,2].

В задачах динаміки БК параметром, що визначає їх стаціонарні і автоколивальні режими, є кутова швидкість ω обертання колони. Застосовно до явищ, які супроводжують обертання БК, дослідження можливості генерування їх автоколивань дозволяє відповісти на три важливих питання: при яких значеннях параметрів системи і її функціонування можливе генерування крутильних автоколивань; який тип режиму самозбудження коливань (м'який чи жорсткий) має місце; які заходи можуть усунути можливі режими крутильних автоколивань [3-8].

Для БК у порівняно неглибоких свердловинах відповіді на ці питання можуть бути отримані за допомогою спрощеної математичної моделі осцилятора з одним ступенем свободи, яка побудована на основі торсіонного маятника, що обертається, до маховика – долота якого прикладені нелінійні сили тертя його фрикційної взаємодії з породою, яка руйнується [9].

Однак якщо довжина БК не мала, застосування моделі торсіонного осциляційного маятника для аналізу її динаміки не є виправданим, оскільки коливання її елементів перестають бути синфазними і їх моделювання повинно проводитись на основі хвильової теорії. Про необхідність застосування такої теорії вказується в роботах [2-5].

В реальних умовах, в загальному випадку, ускладненню форм рухів маховика в значній мірі може сприяти ефект залипання його коливань, властивих системам з сухим тертям. Він полягає в короткочасних зупинках руху маховика в проміжки часу, в які сума всіх моментів активних сил і моментів сил інерції виявляється меншою за деякий пороговий момент сил тертя, який потрібно подолати, щоб маховик почав повертатись.

В ці проміжки привідна установка на верхньому кінці БК продовжує обертатись з кутовою швидкістю ω , БК закручується і в ній накопичується потенціальна енергія пружних деформацій. Після досягнення пружним моментом в БК значення, рівного пороговому значенню моменту сил тертя, нижній маховик (долото) починає обертатись, БК розкручується, і її потенціальна енергія починає перетворюватись в кінетичну енергію обертання колони і маховика. Це обертання продовжується до тих пір, поки сума пружного моменту в БК і моменту сил інерції долота знову не стане меншою за порогове значення сил тертя, в результаті чого маховик знову зупиняється і так далі.

При аналізі автоколивань долота суттєвий вплив на форми його рухів можуть здійснити сили в'язкої силової взаємодії між трубою бурильної колони та промивною рідиною. Відомо, що ця рідина, як і багато інших глинистих розчинів та паст, відносяться до реологічних середовищ з неньютонівськими властивостями [10-14]. Тому особливості їх властивостей повинні бути враховані при постановці задачі щодо автоколивань бурильних колон.

Метою статті є розробка математичної моделі, що описує стаціонарні обертання та періодичні автоколивання бурильних колон в порожнинах свердловин, що заповнені промивною рідиною.

Основна частина.

Розглянемо випадок стаціонарного обертання верхнього кінця БК з постійною кутовою швидкістю ω . Введемо інерційну систему координат $OXYZ$ з початком в центрі мас долота, вісь OZ якої співпадає з осью лінійною БК (рис. 2). Відносно неї зі швидкістю ω обертається система $Ox_1y_1z_1$. Пов'яжемо з долотом систему координат $Oxyz$, яка обертається разом з ним, вісь Oz якої співпадає з віссю OZ . Тоді кут повороту долота відносно системи $OXYZ$ складе $\omega t + \varphi$, де ωt – кут повороту верхнього кінця БК і системи координат $Ox_1y_1z_1$, t – час, $\varphi(z, t)$ – кут пружного закручування БК, а $\varphi(0, t)$ – кут пружного закручування долота.

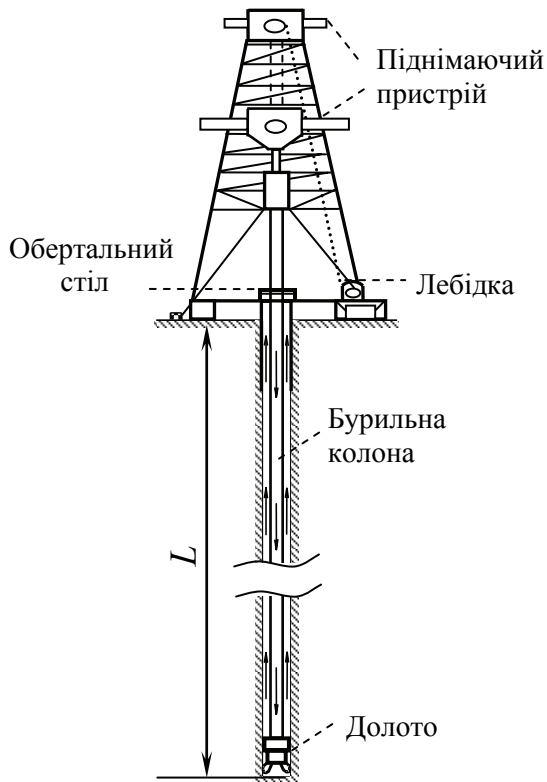


Рис. 1. Конструктивна схема бурильної установки

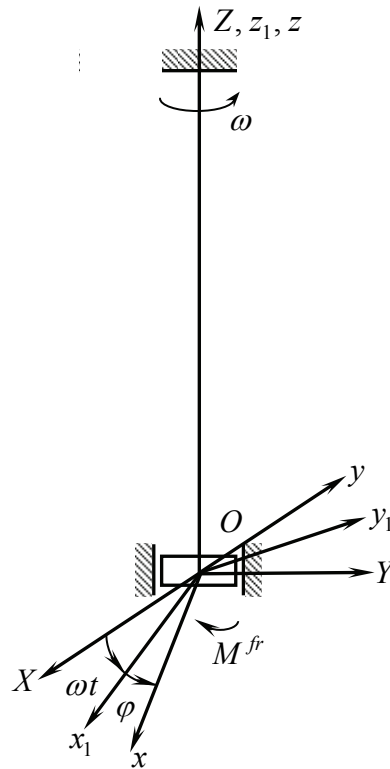


Рис. 2. Розрахункова схема бурильної колони

Динаміку крутильних коливань БК необхідно вивчати на основі рівняння

$$\rho I_z \partial^2 \varphi / \partial t^2 + f(\partial \varphi / \partial t) - G I_z \partial^2 \varphi / \partial z^2 = 0. \quad (1)$$

Тут ρ - щільність матеріалу БК; I_z - момент інерції площі поперечного перерізу; G - модуль пружності матеріалу при зсуві; k - коефіцієнт, що характеризує момент сил в'язкого тертя між промивною рідиною та зовнішньою стінкою труби БК.

Як вказано в роботі [15], глинисті та цементні розчини, що застосовуються на нафто- та газопромислах для промивки свердловин, мають властивості неньютонівських рідин. Тому коефіцієнт k необхідно обчислювати через значення дотичні напруження у течії Куетта між двома циліндричними поверхнями. При цьому в'язкість промивної рідини з частинками роздрібної породи, як і для будь-якої дисперсної системи, залежить від таких основних факторів:

- концентрації дисперсної фази;
- в'язкості рідкої фази;
- розміру і конфігурації частинок;
- агрегації частинок;
- розчинених в рідкому середовищі макромолекулярних речовин;
- вмісту емульгаторів і поверхнево-активних речовин.

У реології розрізняють так звані ньютонівські рідини, які характеризуються тим, що при незмінній температурі їх в'язкість залишається постійною незалежно від швидкості зсуву, при якій проводиться вимірювання в'язкості. Для них дотична напруга зсуву τ визначається через динамічний коефіцієнт в'язкості μ та швидкість зсуву $\dot{\epsilon} = \partial u / \partial y$ по формулі

$$\tau = \mu \cdot \dot{\epsilon} = \mu \partial u / \partial y \quad (2)$$

При ньютонівській течії рідких середовищ швидкість зсуву завжди прямо пропорційна дотичній напрузі зсуву.

У природі величезна кількість рідин не підкоряється закону течії рідини Ньютона, тому що їх в'язкість залежить від швидкості зсуву (полімерні розчини, суспензії, емульсії, мастила). Ці види рідин відносяться до класу неньютонівських, для яких зв'язок між градієнтом швидкості зсуву та дотичною напругою описується нелінійними складними залежностями.

Унаслідок взаємодії частинок неньютонівські рідини мають складну будову та тією чи іншою мірою структуровані залежно від характеру взаємодії складових компонентів.

Розрізняють декілька видів неньютонівських рідин. В прикладних дослідженнях широкого розповсюдження набули моделі пластичної рідини (рідина або тверде тіло Бінгама). У таких видах рідин потрібно докласти деяке початкове зусилля для того, щоб почалася їх течія, після чого залежність у координатах напруга зсуву – швидкість зсуву стає прямолінійною. В'язкість таких рідин при низьких швидкостях зсуву дуже велика, а при зростанні цього параметра швидко зменшується і характеризується двома константами, а саме: пластичною в'язкістю і граничною напругою зсуву. Прикладом таких систем є пластичне тверде тіло, наприклад, мастило, яке характеризується текучістю тільки при нарузі зсуву, що перевищує граничну межу текучості τ_0 .

Задовольняючись найпростішим випадком плоского зсувного прямолінійного руху вздовж осі Ox зі швидкістю зсуву $\dot{\varepsilon} = du/dy$, приведемо реологічне рівняння такої в'язкопластичної рідини в формі:

$$\tau = \tau_0 + \mu' \dot{\varepsilon} \quad \text{при } \tau > \tau_0 \quad (3)$$

де τ_0 - граничне напруження зсуву, μ' - динамічний коефіцієнт структурної в'язкості (точка над літерою – похідна за часом). При $\tau < \tau_0$ текучість відсутня, тобто середовище поводить як тверде тіло.

Суттєво нелінійними властивостями володіють псевдопластичні рідини, у яких в'язкість змінюється відповідно до швидкості зсуву і будь-яка зміна в'язкості характеризує так звану в'язкість, що здається тільки для даної швидкості зсуву. В'язкість псевдопластичної рідини здається високою при низьких швидкостях зсуву і зменшується при збільшенні швидкості зсуву. Такими властивостями характеризуються каучуки і пластичні матеріали, що містять анізотропні несиметричні компоненти, взаємодія між якими ослаблюється при зростанні швидкості зсуву.

Псевдопластичні рідини позбавлені граничного напруження текучості, але їх приведена в'язкість визначається коефіцієнтом, що залежить від швидкості зсуву. Такі «нелінійні» рідини (суспензії асиметричних часток, розчини високополімерів) підпорядковуються реологічним рівнянням типу (Оствальд, Рейнер)

$$\tau = k \dot{\varepsilon}^n, \quad (4)$$

де k і $n < 1$ майже постійні в широких інтервалах напружень та швидкостей деформацій, а приведений коефіцієнт в'язкості $\tau / \dot{\varepsilon} = k \dot{\varepsilon}^{n-1}$ зменшується зі зростанням $\dot{\varepsilon}$.

Відсутність граничного напруження наближує псевдопластичні рідини до так званих «ділатантним» рідинам, у яких, на відміну від псевдопластичних, приведена в'язкість зі збільшенням напруження збільшується ($n > 1$). Така закономірність характерна для суспензій твердих частинок при їх високих концентраціях, а також крохмальних клейстерів, які не можна віднести до концентрованих суспензій твердих частинок.

Вибір законів для дотичних напружень у вигляді відношень (3),(4) при $n < 1$ та $n > 1$ суттєво ускладнює рівняння крутильних коливань (1). Однак якщо врахувати, що коливання долота та БК відбуваються в околі стану їх простого обертання з кутовою швидкістю ω , де обертальних рух рідини наближається до руху Куетта між двома обертовими циліндрами, то рівняння (1) можна спростити. Для цього достатньо лінеаризувати це рівняння в околі розглядаемого стану обертання з розглянутою швидкістю ω , і врахувати відношення (2) для ньютонівської рідини, однак коефіцієнт в'язкості μ в формулі (2) обчислювати при вибраній величині ω . При такій постановці задачі рівняння (1) стає лінійним:

$$\rho I_z \partial^2 \varphi / \partial t^2 + \mu \partial \varphi / \partial t - G I_z \partial^2 \varphi / \partial z^2 = 0, \quad (5)$$

однак коефіцієнт μ в рівнянні обирається в залежності від швидкості ω .

Для того щоб вивести граничні умови для рівняння (5) на краях $z=0$ та $z=L$, необхідно розглянути динаміку долота в точці $z=0$, і врахувати, що при $z=L$ колона не зацемлена, тобто $\varphi(L)=0$.

Якщо умовно відокремити долото від БК і розглянути його динамічну рівновагу, то рівняння пружних торсіонних коливань маятника можна представити в формі принципу Д'Аламбера

$$M^{in} + M^{mep} + M^{np} = 0. \quad (6)$$

Тут $M^{in} = M^{in}(\ddot{\varphi})$ – момент сил інерції, що діють на долото; $M^{mep} = M^{mep}(\omega + \dot{\varphi})$ – момент сил тертя між долотом і породою, яка руйнується; $M^{np} = M^{np}(\varphi)$ – момент сил пружності, що діють на долото при закручуванні БК. Точками над φ позначено диференціювання по часу t .

Величина M^{in} підраховується за формулою:

$$M^{in} = -J \cdot \ddot{\varphi}, \quad (7)$$

де J – момент інерції долота. Момент M^{np} визначається рівністю

$$M_{np} = GI_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (8)$$

де G – модуль пружності матеріалу БК при зсуві, I_z – момент інерції площі перерізу БК відносно осі Oz .

Задача про визначення моменту M^{mep} є більш складною. В залежності від трибологічних властивостей матеріалів тіл, що стискаються, і умов їх фрикційної взаємодії вибирають різні моделі зв'язку між M^{mep} і швидкістю $\omega + \dot{\varphi}$ їх відносного руху. Їх формулювання виконуються окремо.

Виконав заміни (7), (8), рівняння (6) перепишемо в формі

$$J\ddot{\varphi} - M^{mep}(\omega + \dot{\varphi}) + GI_z \cdot \partial \varphi / \partial z = 0 \quad (9)$$

Це диференціальне рівняння з частковими похідними має другий порядок і просту структуру.

Його розв'язок при заданому ω залежить від функції $M^{mep}(\omega + \dot{\varphi})$. Він може бути побудований чисельно для конкретних початкових умов відносно $\varphi(0)$.

На основі описаної методики розроблено комплекс програм, що дозволяє моделювати явища самозбудження коливань в широких діапазонах характерних параметрів.

Робота виконана в рамках держбюджетної теми 0112U000137 «Математичне моделювання процесів безаварійного буріння в сланцевих породах і в шельфових зонах морських акваторій»

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Борщ Е.И, Ващилина Е.В., Гуляев В.И. Спиральные бегущие волны в упругих стержнях // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела- 2009. - №2. С. 143-149.
2. В.И. Гуляев, О.В. Глушакова, С.Н. Худолий. Квантованные аттракторы в волновых моделях торсионных колебаний колонн глубокого бурения // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела.-2010. - №2. С. 134-147.
3. V.Gulyayev, O.Glushakova, Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings // Interaction and Multiscale Mechanics. – V. 4, №4. – P. 139 – 152.
4. V.I.Gulyayev, S.N. Hudolij, O.V. Glushakova. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment.// Journal of Multi-body Dynamics. – V.225, - P. 139 – 152.
5. Gulyayev V.I., Borshch O.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011. – V.78, - P. 759-764.

6. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. The buckling of elongated rotating drill strings // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2009. – 67. – P.140-148.
7. Gulyayev V.I., Hudoly S.N., Glovach L.V. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections // *International Journal of Solids and Structures*. – 2011. – V.48. – P.110–118.
8. Gulyayev V.I., Khudoliy S.V., Andrusenko E.N. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes // *Interaction and Multiscale Mechanics*. – 2011. – V.4. – No.1. – P.1-16.
9. Ford Brett J. The genesis of torsional drillstring vibrations // *SPE Drilling Engineering*. – 1992, v.7, September. – P. 168-174.
10. Рабинович М.К., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн – М.: Наука, 1984.-432с.
11. Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 309с.
12. Лодж А. Эластичные жидкости. – М.: Наука, 1969. – 463с.
13. Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. – М.: Мир, 1964. – 318с.
14. Дмитриченко М.Ф., Мнацканов Р.Г., Мікосянчик О.О. Триботехніка та основи надійності машин. – К.: ІНФОРМАВТОДОР, 2006. – 216 с.
15. Мирзаджанадзе А.Х., Мирзоян А.А., Гевинян Г.М., Сейд-рза М.К. Гидравлика глинистых и цементных растворов. – М.: Недра, 1966. – 386с.

РЕФЕРАТ

Математична модель крутильних автоколивань бурильної колони в рідкому середовищі. / Валерій Іванович Гуляєв, Ольга Володимирівна Глушаківа, Сергій Миколайович Глазунов // Вісник НТУ. – К.: НТУ. – 2012. – Вип. 26.

Поставлена задача про самозбудження крутильних коливань бурильної колони в циліндричній порожнині вертикальної свердловини, що містить рідке середовище. Розглянуто моделі механічної взаємодії колони з в'язкою рідиною. Обговорюються питання чисельної реалізації розв'язання сформульованих рівнянь.

Об'єктом дослідження є осциляційна модель бурильної колони в формі торсіонного маятника, що побудована з урахуванням сил тертя в'язкої рідини.

Метою статті є розробка математичної моделі, що описує стаціонарні обертання та періодичні автоколивання бурильних колон в порожнинах свердловин, що заповнені промивною рідиною.

Метод дослідження оснований на застосуванні хвильового рівняння математичної фізики ті нелінійних рівнянь теорії обертального руху твердого тіла. Інтегрування побудованих звичайних диференціальних рівнянь здійснюється методом Рунге-Кутта.

Розроблена модель крутильних автоколивань однорідної бурильної колони в формі осциляційного маятника. Сформульовано розв'язувальне нелінійне диференціальне рівняння з частинними похідними, що дозволяє описувати коливання долота бурильної колони з урахуванням сил в'язкого тертя. Запропоновано алгоритм чисельного інтегрування цього рівняння як по просторовій, так і часовій координатам.

Результати роботи можуть бути впроваджені в технології буріння глибоких свердловин.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкту дослідження – пошук оптимальних режимів буріння.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: БУРИЛЬНА КОЛОНА, СВЕРДЛОВИНА, ТОРСІОННІ АВТОКОЛИВАННЯ.

ABSTRACT

Mathematical model of torsional autovibrations of a drill string in liquid medium / Valery Gulyayev, Olga Glushakova, Sergey Glazunov // *Visnyk NTU*. – K.: NTU. – 2012. – Vol. 26.

The problem about self-excitation of torsion vibration of a drill string in a vertical cylindrical cavity of a bore-hole with liquid medium is stated. The models of mechanical interaction of the drill string with viscous liquid are considered. The questions of numerical realization of the formulated equations are discussed.

Object of study is oscillation model of a drill string in the form of torsion pendulum constructed with allowance made for viscous friction.

Purpose – to state the problem on self-excitation of torsion vibration of deep drill columns at critical situations.

Method of study is based on application of wave equation of mathematic physics. The constructed equation is integrated with the use of the Runge-Kutta method.

The oscillation model of torsional autovibration of homogeneous drill string in the form of oscillation pendulum is elaborated, the constitutive nonlinear differential equation with partial derivatives is formulated which permits one to describe vibrations of the drill string bit with allowance made for viscous friction. the algorithm for numeric integration of this equation by spatial and time variables is proposed.

The results of the article can be inculcated into the practice of deep bore-hole drilling.

A forecast assumption about the study object is search of optimal regimes of drilling.

KEYWORDS: DRILL STRING, BORE-HOLE, TORSION AUTOVIBRATION.

РЕФЕРАТ

Математическая модель крутильных автоколебаний бурильной колонны в жидкой среде. / Валерий Иванович Гуляев, Ольга Владимировна Глушакова, Сергей Николаевич Глазунов // Вестник НТУ. — К.: НТУ. — 2012. — Вып. 26.

Поставлена задача про самовозбуждение крутильных автоколебаний бурильной колонны в цилиндрической полости вертикальной скважины, содержащей жидкую среду. Рассмотрены модели механического взаимодействия колонны с вязкой жидкостью. Обсуждаются вопросы численной реализации решения сформулированных уравнений.

Объектом исследования является осцилляционная модель бурильной колонны в форме торсионного маятника, построенная с учетом сил трения вязкой жидкости.

Цель статьи – разработка математической модели, описывающей стационарные вращения и периодические автоколебания бурильных колонн в полых скважинах, заполненных промывочной жидкостью.

Метод исследования основан на применении волнового уравнения математической физики и нелинейных уравнений теории вращательного движения твердого тела. Интегрирование построенных обыкновенных дифференциальных уравнений производится методом Рунге – Кутта.

Разработана модель крутильных автоколебаний однородной бурильной колонны в форме осцилляционного маятника. Сформулировано разрешающее нелинейное дифференциальное уравнение с частными производными, позволяющее описывать колебания долота бурильной колонны с учетом сил вязкого трения. Предложен алгоритм численного интегрирования этого уравнения как по пространственной, так и временной координатам.

Результаты работы могут быть внедрены в технологии бурения глубоких скважин.

Прогнозные предположения относительно развития объекта исследования – поиск оптимальных режимов бурения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, СКВАЖИНА, ТОРСИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ.

УДК 681.3

ПРО ФІЛЬТРАЦІЮ ДО СВЕРДЛОВИНИ В НЕОБМЕЖЕНОМУ ПЛАСТІ В УМОВАХ ПРУЖНОГО РЕЖИМУ ФІЛЬТРАЦІЇ

Дегтярь В.Г., кандидат фізико-математичних наук
Ковальчук С.В., кандидат фізико-математичних наук

Постановка проблеми.

В даній статті розв'язується задача пружного режиму фільтрації до вертикальної свердловини із сферичним фільтром, до якого без особових похибок може бути приведений фільтр будь-якої конструкції, у напівобмеженому пласті з рухомою границею (вільною поверхнею).

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Як відомо в умовах водоносних напорних горизонтів в результаті зміни напорів води або при зовнішніх навантаженнях на водоносний пласт виникає пружний режим фільтрації. Основи теорії пружного режиму фільтрації розроблені В. Н. Щелкачовим [1]. В результаті великого відбору води з безнапорних горизонтів за допомогою вертикальних свердловин при розробці корисних копалин і