УДК 539.3

РЕГУЛЯРНІ ФОРМИ ЗАКРИТИЧНИХ СТАНІВ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В ГОРИЗОНТАЛЬНИХ СВЕРДЛОВИНАХ

Левківська Л.В., кандидат технічних наук
Худолій С.М., кандидат технічних наук

Постановка проблеми.

При бурінні похило-скерованих свердловин основною причиною виникнення позаштатних ситуацій є втрата стійкості прямолінійної форми бурильної колони (БК), її біфуркаційне випинання і гранична фрикційна взаємодія зі стінкою свердловини. Питання теоретичного моделювання явища нестійкого випинання БК пов’язані зі значними труднощами, головна з яких обумовлена необхідністю постановки граничної задачі Штурма-Ліувілля на великій довжині БК. Оскільки для глибоких свердловин БК за своїми геометричними параметрами стає подібною людській волосині, то багато традиційних математичних методів, які використовуються для інтегрування розв'язувальних рівнянь, стають у цих випадках погано збіжними.

Аналіз основних досліджень і публікацій.

Початок дослідженням закритичних станів БК з урахуванням їхньої контактної взаємодії зі стінками свердловини було покладено А.Любинським в 50-х роках минулого століття. Пізніше його методика була викладена в монографії [2]. Вона базується на суттєвому спрощенні задачі без урахування обертання, крутного моменту, граничних умов і припущення, що осьова стискаюча сила залишається сталою на всій довжині нескінченного стержня. Вважається, що в результаті втрати стійкості БК набуває форму циліндричної спіралі й, завдяки цьому, на всій своїй довжині дотикається до стінок свердловини. Надалі в роботах [3, 4] цей підхід був узагальнений на випадок дії крутного моменту, врахування граничних умов і деяких інших факторів. У даній статті ця проблема вирішується шляхом формулювання обернених задач теорії нелінійного деформування гнучких криволінійних стержнів.

Мета статті полягає у побудові аналітичних розв’язків та отриманні замкнутих виразів, що визначають критичні значення осьової стискаючої або розтягуючої сили і крутного моменту, сили контактної взаємодії БК та стінок свердловини, кути підйому спіралі й інше з метою прогнозування закритичної поведінки БК як у вертикальних, так і в похило-скерованих свердловинах.

Виклад основного матеріалу. Сформулюємо задачу про пружне деформування трубчастого стержня радіуса a_1 всередині циліндричної порожнини радіуса a_2. Будемо вважати стержень і порожнину досить довгими, і тому впливом граничних умов можна знехтувати.

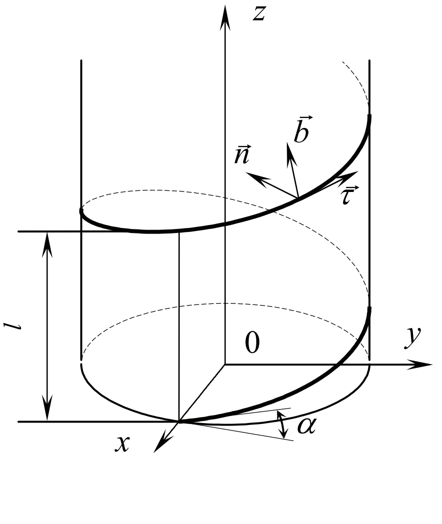


Рисунок 1. – Розрахункова схема деформованої бурильної колони

Нехай у результаті дії на прямолінійний стержень заданого крутного моменту M_w^0 він втратив стійкість, викривився, вступив у контакт зі стінкою циліндричної порожнини і його осьова лінія прийняла спіральну форму (рис. 1):

$$x = a\cos(s \cdot \cos\alpha / a), \qquad y = a\sin(s \cdot \cos\alpha / a), \qquad z = s\sin\alpha, \tag{1}$$

де s – координата, що вимірюється довжиною осьової лінії від деякої початкової точки до поточної; α – кут підйому спіралі; $a = a_2 - a_1$ – діаметр осьової лінії спіралі вигнутої БК; a_1 – діаметр свердловини; a_2 – діаметр труби БК.

Запишемо також основні співвідношення геометрії осьової лінії свердловини і стержня. Для цього введемо праву рухому систему координат (*u, v, w*) жорстко зв'язану з розглянутим поперечним перерізом. Початок цієї системи лежить на осьовій лінії, осі *u*, *v* спрямовані вздовж головних центральних осей інерції площі перерізу, а вісь *w* – по дотичній до пружної лінії у бік зростання s. Зв'яжемо з нею рухомий тріедр $(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b})$, у якому $\vec{\tau}$ – орт дотичної, $\vec{n}$ – орт нормалі (спрямованої до центра кривизни кривої), $\vec{b}$ – орт бінормалі. Для цих ортів справедливі рівності [5]:

$$\vec{\tau} = d\vec{r} / ds, \qquad \vec{n} = R\, d\vec{\tau} / ds, \qquad \vec{b} = \vec{\tau} \times \vec{n}, \tag{2}$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор точки осьової лінії.

Радіуси кривизни R та кручення T визначимо з допомогою формул

$$\frac{1}{R} = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2}, \qquad \frac{1}{T} = R^2 \begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix}. \tag{3}$$

Взаємна орієнтація головного (*u*, *v*, *w*) і природного $(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b})$ тригранників при їх русі уздовж пружної лінії стержня визначається кутом χ між віссю u й ортом $\vec{n}$, відлік якого здійснюється від $\vec{n}$ до u. Тоді кривизни проекції елемента ds на площині (*v*, *w*), (*u*, *w*) і кручення осьової лінії стержня обчислюються так

$$p = \frac{1}{R}\sin\chi, \qquad q = \frac{1}{R}\cos\chi, \qquad r = \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}. \tag{4}$$

Розглядаючи рівновагу деформованого стану БК у прямолінійній циліндричній свердловині. вважаємо, що вона піддається впливу зовнішніх розподілених нерівних нулю сил f_u, f_v. При цьому сили тертя дорівнюють нулю, тому f_w=0. Зовнішні сили врівноважуються внутрішніми поперечними (F_u, F_v) і поздовжньою (F_w) силами, а також моментами

$$M_u = Ap, \qquad M_v = Bq, \qquad M_w = Cr. \tag{5}$$

Тут $A = EI_a$; $C = GI_p$; E, G – модулі пружності й зсуву матеріалу стержня, відповідно; $I_a = I_u = I_v$ – осьові моменти інерції перерізу стержня; $I_p = I_w$ – полярний момент інерції.

Проектуючи всі сили й моменти, що діють на елемент стержня, на осі *u*, *v*, *w*, одержимо три скалярних рівняння рівноваги силової групи

$$dF_u / ds = rF_v - qF_w - f_u, \qquad dF_v / ds = pF_w - rF_u - f_v,$$
$$dF_w / ds = qF_u - pF_v - f_w \tag{6}$$

і три рівняння моментної групи

$$dM_u / ds = -qM_w + rM_v + F_v, \qquad dM_v / ds = -rM_u + pM_w + F_v,$$
$$dM_w / ds = -pM_v + qM_u. \tag{7}$$

На основі рівностей (1), (3), маємо

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2\alpha}{a}, \qquad \frac{1}{T} = \frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{a}. \tag{8}$$

З останніх рівностей (4), (5) і умови $M_w = M_w^0 = const$, одержуємо

$$r = M_w^0 / C = \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}, \qquad \frac{d\chi}{ds} = \frac{M_w^0}{C} - \frac{1}{T} = \frac{M_w^0}{C} - \frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{a}. \tag{9}$$

Тоді $\chi = \beta\, s$, де $\beta = (M_w^0 / C - \sin\alpha \cdot \cos\alpha / a)$. З допомогою отриманих співвідношень будуємо вирази для параметрів кривизни та кручення осьової лінії спірального стержня

$$p = \frac{\cos^2\alpha}{a}\sin\beta\, s, \qquad q = \frac{\cos^2\alpha}{a}\cos\beta\, s, \qquad r = \frac{M_w^0}{C} \tag{10}$$

і для внутрішніх моментів у ньому

$$M_u = A\frac{\cos^2\alpha \cdot \sin\beta\, s}{a}, \qquad M_v = B\frac{\cos^2\alpha \cdot \cos\beta\, s}{a}, \qquad M_w = M_w^0. \tag{11}$$

Звідси випливає, що згинні моменти M_u, M_v визначаються геометрією спіралі, а крутний момент M_w є заданою величиною. Підставляючи знайдені значення величин p, q, r, M_u, M_v, M_w у рівняння (7), обчислюємо поперечні сили

$$F_u^0 = \left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C}M_w^0\right)\frac{\cos^2\alpha}{a}\cdot\sin\beta\, s, \quad F_v^0 = \left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C}M_w^0\right)\frac{\cos^2\alpha}{a}\cdot\cos\beta\, s. \tag{12}$$

Оскільки F_u і F_v взаємно перпендикулярні, можна знайти результуючу поперечну силу

$$F_{res} = \sqrt{(F_u^0)^2 + (F_v^0)^2} = \left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C}M_w^0\right)\frac{\cos^2\alpha}{a}. \tag{13}$$

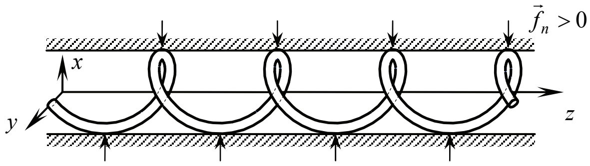
Маючи у своєму розпорядженні величини p, q, r, F_u, F_v за допомогою рівнянь (6), знаходимо зовнішні сили

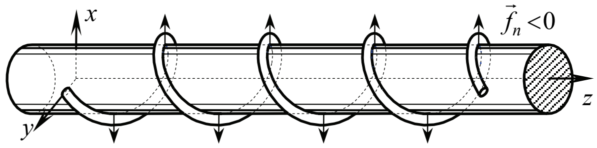
$$f_u = \left[\left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C}M_w^0\right)\left(\frac{M_w^0}{C} - \beta\right) - F_w^0\right]\frac{\cos^2\alpha}{a}\cdot\cos\beta\, s, \qquad f_w = 0$$
$$f_v = \left[\left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C}M_w^0\right)\left(-\frac{M_w^0}{C} + \beta\right) + F_w^0\right]\frac{\cos^2\alpha}{a}\cdot\sin\beta\, s\cdot \tag{14}$$

Сила контактної взаємодії стержня й стінок порожнини обчислюється за формулою

$$f_n = \pm\sqrt{f_u^2 + f_v^2} = \left[\left(A\,\beta + M_w^0 - \frac{A}{C}M_w^0\right)\left(\frac{M_w^0}{C} - \beta\right) - F_w^0\right]\frac{\cos^2\alpha}{a} =$$
$$= \left[\left(M_w^0 - \frac{A\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{a}\right)\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{a} - F_w^0\right]\frac{\cos^2\alpha}{a}. \quad (15)$$

З формули (15) випливає, що зовнішня розподілена сила f_n, що діє на деформований стержень у формі спіралі з заданим радіусом a напрямної циліндричної поверхні, залежить від прикладеного крутного моменту M_w^0 й кута підйому α спіралі. Значення цих величин, при яких $f_n > 0$ (f_n і $\vec{n}$ співнапрямлені), відповідають випадку, коли система сил F_u^0, F_v^0, f_n і моменту M_w^0 перебуває в рівновазі й стінка порожнини перешкоджає збільшенню радіуса a спіралі (рис. 2, *а*). Ситуація, у якій $f_n < 0$ (f_n і $\vec{n}$ протилежно напрямлені), реалізується у випадку намотування стержня на циліндричне тіло (рис. 2, *б*). Якщо це тіло прибрати, то вигнутий у вигляді спіралі стержень під дією заданої системи сил і моменту M_w^0 повернеться у вихідний недеформований стан та набуде прямолінійної форми, яка є стійкою. Випадок $f_n = 0$ є критичним (рис. 2,*в*), при цьому стержень перебуває в байдужому рівноважному стані.





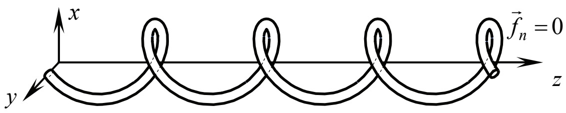


Рисунок 2. – Схеми спірального деформування стержнів у закритичних станах

Обговорення результатів досліджень.

Виведені формули свідчать про те, що кут χ, моменти M_u, M_v і сили F_u, F_v у спіральному стержні визначаються прикладеним крутним моментом M_w^0, радіусом a, кутом підйому α і ніяк не пов'язані з поздовжньою силою F_w. Ця сила не залежить від кінематичних або статичних факторів і їй можна надавати будь-які значення F_w^0. При цьому, однак, як видно з рівнянь (6), вона суттєво впливає на сили контактної взаємодії f_u, f_v і результуючу силу f_n (див.(15)), а тому й на критичний стан спірального стержня. У зв'язку з цим задача про дослідження стійкості пружного стержня в циліндричній порожнині зі статичної точки зору є двопараметричною і при її рішенні необхідно варіювати величини F_w^0 и M_w^0. З урахуванням цієї особливості для кожної пари значень F_w^0, M_w^0 при обраних характеристиках геометричних і механічних властивостей системи визначалось критичне значення α, а також ділянки стійких і закритичних станів стержня.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Iyoho A.W. Lessons from integrated analysis of GOM drilling performance / A.W. Iyoho, R.A. Meize, K.K. Millheim // SPE Drilling & Completion. – 2005. – V. 20. – № 3. – P. 6 – 16.
2. Lubinski A. Developments in Petroleum Engineering / Lubinski A. // V.1 Houston. TX. USA: Gulf Publishing Company, 1987. – 438 p.
3. Sun C. A new model on the buckling of a rod in tubing / C. Sun, S. Lukasiewicz // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2006. – V. 50. – P. 78 – 82.

4. Robert F. Mitchell. Helical buckling of pipe with connectors and torque / Mitchell Robert F., Stefan Miska // SPE Drilling & Completion. – 2006. – V. 21. – № 2. – P. 108 – 115.

5. Gulyayev V.I. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections / V.I. Gulyayev, S.N. Hudoly, L.V. Glovach // International journal of solids and structures. – 2011. V48. – P. 110 – 118.

РЕФЕРАТ

Левківська Л.В., Худолій С.М. Регулярні форми закритичних станів бурильної колони в горизонтальних свердловинах. / Людмила Володимирівна Левківська, Сергій Миколайович Худолій // Вісник НТУ. – К.: НТУ. – 2012. – Вип. 26.

В статті на основі теорії гнучких криволінійних стержнів поставлена обернена задача теоретичного моделювання закритичних станів бурильних колон у циліндричних порожнинах нафтових та газових свердловин. Побудовані аналітичні розв’язки задачі, які можуть бути використані для прогнозу критичних і закритичних станів бурильних колон як у вертикальних, так і у похило-скерованих нафтових та газових свердловинах.

Об'єкт дослідження – бурильна колона в криволінійному каналі досить глибокої свердловини.

Мета статті полягає у побудові аналітичних розв’язків та отриманні замкнутих виразів, що визначають критичні значення осьової стискаючої або розтягуючої сили і крутного моменту, сили контактної взаємодії БК та стінок свердловини, кути підйому спіралі й інше з метою прогнозування закритичної поведінки БК як у вертикальних, так і в похило-скерованих свердловинах.

Методи дослідження – теорія гнучких криволінійних стержнів, метод приведення прямих задач для звичайних диференціальних рівнянь до обернених задач і метод Рунге-Кутта.

Результати статті можуть бути використані на підприємствах нафтової, газової та вугільної промисловостей України при проектуванні технологій прокладання досить глибоких криволінійних свердловин.

Прогнозні припущення щодо розвитку об’єкта дослідження – пошук оптимальної технології буріння криволінійних свердловин.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: НАДДОВГІ БУРИЛЬНІ КОЛОНИ, КРИВОЛІНІЙНІ СВЕРДЛОВИНИ, ВНУТРІШНІ І ЗОВНІШНІ СИЛИ, ПРЯМІ ТА ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ, КРИТИЧНІ І ЗАКРИТИЧНІ СТАНИ.

ABSTRACT

Levkivska L. V., Hudoliy S.M. Regular model of post-critical states of drill strings in horizontal bore-holes. / Ludmila Levkivska, Sergiy Hudoliy // Visnyk NTU. – K.: NTU . – 2012. – Vol. 26.

In the paper the inverse problem on theoretical simulation of post-critical states of drill strings in cylindrical cavities of oil and gas bore-holes is stated on the basis of the theory of flexible curvilinear rods. The analytical solutions constructed can be used for prognostication of critical and post-critical states of drill strings both in vertical and inclined oil and gas bore-holes.

Object of the study is a drill string in curvilinear channel of hyper deep bore-hole.

Purpose of the paper is to build analytical solutions and to gain closed expressions determining critical values of axial compression or tensile forces and torques, forces of contact interaction of the drill string with the bore-hole wall, angles of the spirals with the aim to prognosticate postcritical behavior of the drill strings in both vertical and inclined bore-holes.

Methods of the study are based on application of theory of flexible curvilinear rods, method of the change of the direct problems for the ordinary differential equations by inverse problems and the Runge - Kutta method.

The results of the article can be inculcated at the enterprises of oil, gas and coal industries of Ukraine for design of the techniques for drivage of deep curvilinear bore-holes.

Forecast assumptions about the development of the object of study – the search for optimal production technology for drilling of curvilinear bore-holes.

KEYWORDS: HYPER LONG DRILL COLUMNS, CURVILINEAR BORE-HOLES, INTERNAL AND EXTERNAL FORCES, DIRECT AND INVERSE PROBLEMS, CRITICAL AND POST-CRITICAL STATES.

РЕФЕРАТ

Левковская Л.В., Худолий С.Н. Регулярные формы закритических состояний бурильной колонны в горизонтальных скважинах. / Людмила Владимировна Левковская, Сергей Николаевич Худолий // Вестник НТУ. - К.: НТУ. – 2012. – Вып. 26.

В статье на основе теории гибких криволинейных стержней поставлена обратная задача теоретического моделирования закритических состояний бурильных колонн в цилиндрических полостях нефтяных и газовых скважин. Построены аналитические решения задачи, которые могут быть использованы для прогноза критических и закритических состояний бурильных колонн, как в вертикальных, так и в наклонно-направленных нефтяных и газовых скважинах.

Объект исследования - бурильная колонна в криволинейном канале достаточно глубокой скважины.

Цель статьи состоит в построении аналитических решений и получении замкнутых выражений, определяющих критические значения осевой сжимающей или растягивающей силы и крутящего момента, силы контактного взаимодействия БК и стенок скважины, углы подъема спирали и другое с целью прогнозирования закритического поведения БК как в вертикальных, так и в наклонно-направленных скважинах.

Методы исследования - теория гибких криволинейных стержней, метод приведения прямых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений к обратным задачам и метод Рунге-Кутта.

Результаты статьи могут быть использованы на предприятиях нефтяной, газовой и угольной промышленностях Украины при проектировании технологий прокладки достаточно глубоких криволинейных скважин.

Прогнозные предположения о развитии объекта исследования - поиск оптимальной технологии бурения криволинейных скважин.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: СВЕРХДЛИННЫЕ БУРИЛЬНЫЕ КОЛОННЫ, КРИВОЛИНЕЙНЫЕ СКВАЖИНЫ, ВНУТРЕННИЕ И ВНЕШНИЕ СИЛЫ, ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ, КРИТИЧЕСКИЕ И ЗАКРИТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ.

УДК 539.3

РІЗНИЦЕВО-АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ОСЕСИММЕТРИЧНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

Марчук О.В., доктор технічних наук,
Рассказов О.О., доктор технічних наук,
Гнєдаш С.В.

В останні роки увагу дослідників привертають різні схеми чисельно-аналітичних методів, зокрема [1-4]. Це обумовлено з одного боку необхідністю більш точного розрахунку конструкцій, що мають суттєво просторовий характер напружено-деформованого стану, з другого боку можливістю сучасних комп'ютерів та відповідних засобів програмування.

В цьому повідомлені розроблено варіант різницево-аналітичного методу стосовно розрахунку циліндричних оболонок в осесиметричному напружено-деформованому стані. Підхід заснований на розділенні циліндричної оболонки по товщині концентричними поверхнями на ряд складових циліндричних оболонок. Кожна з цих складових оболонок мають свою кривизну, визначувану по її серединній лінії. Задовольняючи умовам контакту на зовнішніх поверхнях між складовими оболонками, маємо можливість описувати напружено-деформований стан вихідної оболонки. В плані шукані функції апроксимуються різницевими співвідношеннями, а їх розподіл за товщиною розшукується на основі аналітичного розв’язання відповідної системи диференціальних рівнянь.

Компоненти тензора деформацій для осесиметричної деформації визначаємо на основі наступних співвідношень:

$$e_{11} = U_{1,1}; \quad e_{\theta\theta} = \frac{1}{r} U_r; \quad e_{rr} = U_{r,r}; \quad 2e_{1r} = U_{1,r} + U_{r,1}. \tag{1}$$

Повздовжні та окружні напруження знаходимо з закону Гука

$$\sigma_{11} = B_{11} U_{1,1} + B_{1\theta} \frac{1}{r} U_r + B_{1r} \sigma_{rr};$$
$$\sigma_{\theta\theta} = B_{\theta 1} U_{1,1} + B_{\theta\theta} \frac{1}{r} U_r + B_{\theta r} \sigma_{rr}. \tag{2}$$

Можна довести, що поведінка циліндричних оболонок при осесиметричному згинанні підкорюється наступній системі диференціальних рівнянь:

$$U_{1,r} + U_{r,1} - \frac{\sigma_{1r}}{G_{1r}} = 0;$$