

КОНСЕРВАТИВНІ І ДИСИПАТИВНІ МОДЕЛІ ТОРСІОННИХ  
АВТОКОЛИВАНЬ КОЛОН ГЛИБОКОГО БУРІННЯ

Глазунов С.М., Національний транспортний університет, Київ, Україна

CONSERVATIVE AND DISSIPATIVE MODELS OF TORSION  
AUTOVIBRATIONS OF DEEP DRILL STRINGS

Glazunov S.N., National Transport University, Kyiv, Ukraine

КОНСЕРВАТИВНЫЕ И ДИСИПАТИВНЫЕ МОДЕЛИ ТОРСИОННЫХ  
АВТОКОЛЕБАНИЙ КОЛОН ГЛУБОКОГО БУРЕНИЯ

Глазунов С.Н., Национальный транспортный университет, Киев, Украина

Постановка проблеми. Освоєння техніки та технології буріння глибоких нафтових і газових свердловин є однією з найбільш важливих задач сучасного гірського виробництва. Домінуюче положення в цій технології займає роторний спосіб. З його допомогою освоєна технологія промислового буріння свердловин глибиною, що перевищує 6 км, і ставиться задача проходки свердловин до 7 км і більше. Режими їх проходки можуть супроводжуватися ефектами біфуркаційного випинання колон та інтенсифікацією їх вібрацій у випадках рівності частот власних коливань колони і кутової швидкості її обертання. При цьому важливим виявляється не тільки встановлення критичних значень характерних параметрів буріння (швидкостей обертання колони, величин поздовжніх сил, крутних моментів і швидкостей внутрішніх потоків рідини), але також і визначення форм її торсіонних коливань, знання яких дозволило б знаходити зони контактної взаємодії труби колони із стінкою свердловини та обчислювати реакції цих взаємодій.

Проте аж до нинішнього часу відсутні методи фізичного і математичного моделювання вказаних ефектів. Такий стан питання пов'язаний з високою складністю явищ, що вивчаються, викликаний великою довжиною бурильних колон та умовами їх спірання, а також дією на них складних комбінацій навантажень.

В той же час виявлення методами математичного моделювання параметрів процесу глибокого буріння, при яких реалізуються критичні стани, також ускладнено, оскільки диференціальні рівняння, що описують їх, відносяться до класу сингулярно збурених.

Враховуючи, що освоєння підземних енергетичних ресурсів, інтенсифікація їх видобування з великих глибин і забезпечення високого рівня їх добування за допомогою бурильних геотехнологій найближчим часом будуть постійно зростати і вони займуть домінуюче місце серед інших технологій, можна відмітити, що проблема математичного моделювання механічної поведінки колон глибокого буріння є досить актуальною.

В даній роботі ставиться задача аналізу торсіонних автоколивань бурильних колон на базі розроблених консервативної і дисипативних моделей.

Аналіз досліджень і публікацій. Процес збудження крутильних коливань доліт бурильних колон (БК) представляє собою прояв одного з найбільш загальних ефектів механіки, пов'язаних з генеруванням автоколивань при реалізації біфуркацій Хопфа. Ці коливання мають досить складну структуру і на початкових етапах теоретичних досліджень аналізувались за допомогою досить спрощених підходів [11]. В.І. Гуляев і О.В. Глушаківа [3] звернувши увагу на те, що рівняння коливань БК описують біжучі хвилі, запропонували хвильову модель торсіонного маятника і отримали з її допомогою ряд результатів, пов'язаних з біфуркаційними переходами від стаціонарних обертань до торсіонних автоколивань [16, 17]. Суміжні питання цього напрямку були проаналізовані в роботах [2, 12 – 15, 18]. Проте оскільки у хвильовій моделі не враховувались фрикційні ефекти, обумовлені оточенням БК в'язкою рідиною, було вказано на необхідність розробки дисипативної моделі. Вона була запропонована в [4] з використанням основних положень теорії в'язкої рідини [1, 5 – 10]. Нижче обговорюються ще одна дисипативна модель. Робиться її порівняння з двома попередніми моделями.

Метою статті є розробка дисипативної математичної моделі торсіонних автоколиваний бурильної колони.

При побудові математичної моделі крутильних автоколиваний БК в загальному випадку необхідно виходити з рівняння динаміки крутіння стержня, розміщеного в рідкому середовищі

$$EI \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - k \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (0 \leq z \leq L) \quad (1)$$

Тут  $\varphi$  – кут пружного закручування елемента БК;  $EI$  – жорсткість труби БК при крутінні;  $k$  – коефіцієнт, що враховує в'язке тертя в рідині;  $I$  – момент інерції площі перерізу труби БК;  $z$  – осьова координата;  $t$  – час;  $L$  – довжина БК.

В роботах [3, 4, 16, 17] було зроблено припущення, що вклад сил в'язкого тертя, який описується доданком  $-k \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ , в загальний баланс усіх сил малий у порівнянні з силами тертя, які діють на долото. Тому цим доданком можна знехтувати. Після його відкидання в рівнянні (1) воно стає суто хвильовим і з його допомогою побудовано звичайне диференціальне рівняння з аргументом із запізненням

$$J[\ddot{f}(-\beta t) - \ddot{f}(2L - \beta t)] - M^{тер} + (GI_z / \beta) \cdot [\dot{f}(-\beta t) + \dot{f}(2L - \beta t)] = 0 \quad (2)$$

де  $J$  — момент інерції долота,  $G$  — модуль пружності матеріалу БК при зсуві,  $\beta$  – швидкість поперечної хвилі.

Воно відноситься до класу сингулярно збурених рівнянь, і представляє собою модель хвильового торсіонного маятника. З його допомогою показано, що автоколивання долота є релаксаційними (на відміну від томсонівських автоколиваний, що описуються гармонічними функціями), мають вигляд ламаних кривих, які містять ділянки швидких і повільних рухів.

В той же час нехтування ефектом дисипації енергії за рахунок сил в'язкого тертя призвело до реєстрації досить тонкого явища, обумовленого процесами відображення – заломлення хвиль без дисперсії, і появою квантованого характеру зміни кутової швидкості крутильних коливаний. Тому в роботі [4] була запропонована дисипативна модель автоколиваний, основана на дослідженні повного рівняння (1) з граничними умовами в формі рівняння обертального руху долота

$$M^{in} + M^{тер} + M^{np} = 0 \quad (3)$$

Тут  $M^{in}$  — момент сил інерції, що діють на долото;  $M^{тер}$  — момент сил тертя (момент сил різання);  $M^{np}$  — момент сил пружності в точці приєднання долота до труби БК.

Оскільки ця модель пов'язана з необхідністю розв'язання лінійного хвильового диференціального рівняння з частинними похідними (1) з нелінійною граничною умовою (3), вона описує нелінійну динамічну крайову задачу.

Описана вище дисипативна модель торсіонних коливаний БК базується на розгляданні її як розподіленої системи. Тому вона може бути досліджена тільки чисельними методами. Як правило, в цих випадках найбільш ефективною є неявна по часу кінцево-різницева схема. Її переваги полягають в тому, що вона завжди стійка, а точність забезпечується вибором досить малого значення кроку  $\Delta t$  інтегрування.

Чисельні дослідження автоколиваний долота з допомогою цієї моделі при різних значеннях коефіцієнта  $k$  в (1) з високою точністю підтвердило достовірність першої (консервативної) моделі, проте показало, що встановлений досить тонкий квантований характер автоколиваний є властивістю тільки консервативних систем, і він втрачається з переходом до дисипативної моделі.

Важливо відмітити також, що згідно обом моделям, не дивлячись на майже розривні форми автоколиваний і періодичні зміни швидких рухів повільними, функції  $\varphi(z)$  зміни кутів повороту елементів БК вздовж її довжини є майже лінійною. Якщо взяти до уваги цей факт, то можна сконструювати ще одну модель (з одним ступенем свободи) торсіонних автоколиваний, котра, на відміну від двох попередніх, описується одним нелінійним звичайним диференціальним рівнянням другого порядку і не містить аргументу, який запізнюється.

Дисипативна модель пружного торсіонного маятника з одним ступенем свободи.

Відмічена властивість форми крутильних автоколивань БК дозволяє суттєво спростити математичну модель її динаміки.

Для створення моделі використовуємо наступні вихідні гіпотези:

В точці підвісу бурильної колони (БК) обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$ .

На долото діє момент сил різання (тертя)  $M_b^{мер}$ .

БК знаходиться в рідкому (дисипативному) середовищі. На кожен елемент діє момент сил в'язкого тертя  $m_d^{мер}$ .

Вважається, що кут пружного закручування  $\varphi(z)$  елементів БК, а також кутова швидкість  $\dot{\varphi}(z)$  і прискорення  $\ddot{\varphi}(z)$  лінійно залежать від  $z$ , тобто

$$\varphi(z) = \frac{\varphi_b}{L} z, \quad \dot{\varphi}(z) = \frac{\dot{\varphi}_b}{L} z, \quad \ddot{\varphi}(z) = \frac{\ddot{\varphi}_b}{L} z. \quad (4)$$

Тут  $\varphi_b$ ,  $\dot{\varphi}_b$ ,  $\ddot{\varphi}_b$  – кут пружного закручування, кутова швидкість і кутове прискорення долота,  $L$  – довжина БК,  $z$  – координата, направлена вздовж осі БК.

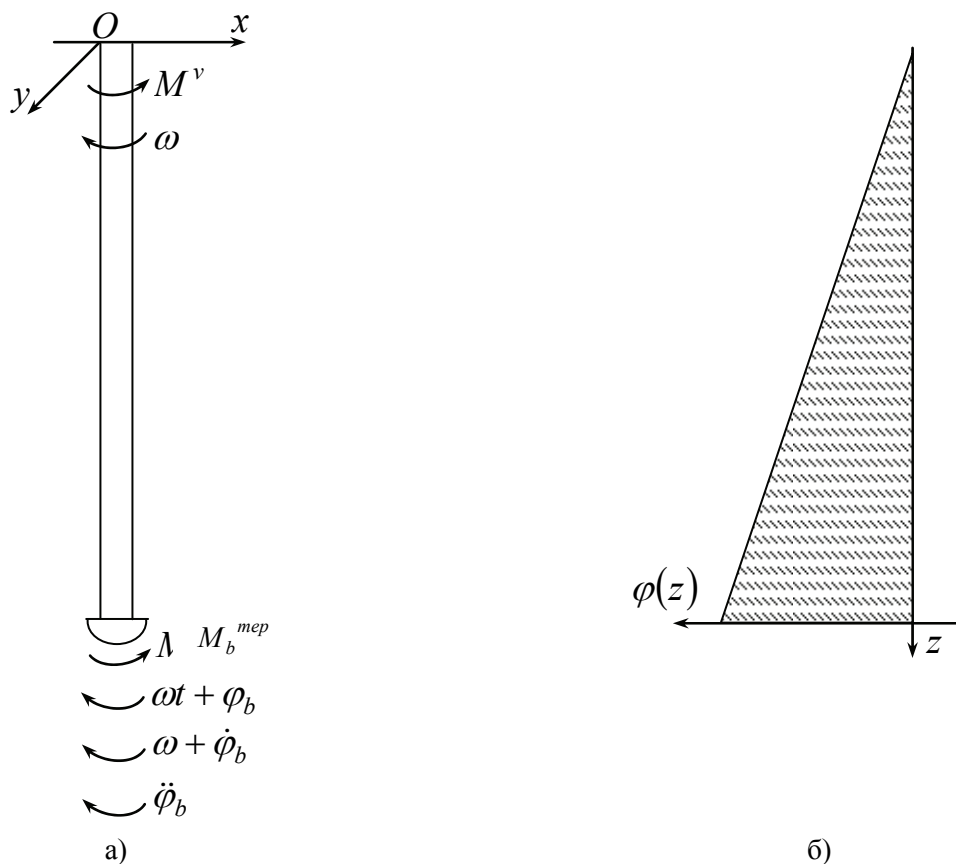


Рисунок 1 – Схема торсіонних автоколивань бурильної колони (а) і графік зміни функції кута закручування (б).

Для моделювання автоколивань долота (і всієї бурильної колони), які самозбуджуються в результаті його нелінійної фрикційної взаємодії з руйнівною скельною породою, умовно відокремимо БК від утримуючих зв'язків в підвісі  $O$  і прикладемо пружний момент  $M^{np}$ , що компенсує їх дію.

Розглянемо динаміку торсіонних рухів всієї бурильної колони і долота під дією моменту сил пружності  $M^{np}$ ; розподілених моментів  $m^{мер}$  сил в'язкого тертя, що діють на елементи БК; моменту сил різання породи  $M_b^{мер}$ ; розподілених моментів  $m^{ин}$  сил інерції, діючих на елементи БК; моменту  $M_b^{ин}$  сил інерції, що діють на долото.

Тоді рівняння коливальної системи можна представити у вигляді

$$M_{ds}^{in} + M_b^{in} + M_{ds}^{mep} + M_b^{mep} + M_{ds}^{np} = 0. \quad (5)$$

Тут момент всіх сил інерції, прикладених до бурильної колони дорівнює

$$M_{ds}^{in} = \int_0^L m^{in} dz = -\int_0^L \rho I \ddot{\varphi}(z) dz = -\int_0^L \rho I \frac{\ddot{\varphi}_b}{L} z dz = -\frac{\rho I \ddot{\varphi}_b L^2}{2L} = -\frac{1}{2} \rho I L \ddot{\varphi}_b, \quad (6)$$

момент сил інерції долота складає

$$M_b^{in} = -J \ddot{\varphi}_b, \quad (7)$$

момент всіх сил тертя, прикладених до бурильної колони, підраховується так

$$M_{ds}^{mep} = \int_0^L m^{mep} ds = -\int_0^L \mu \left( \omega + \frac{\dot{\varphi}_b}{L} z \right) dz = -\mu \omega L - \frac{1}{2} \mu L \dot{\varphi}_b, \quad (8)$$

момент сил тертя, прикладених до долота, визначається рівністю

$$M_b^{mep} = M_b^{mep} (\omega + \dot{\varphi}_b), \quad (9)$$

момент сил пружності, прикладений до бурильної колони, обчислюється за формулою

$$M_{ds}^{np} = -GI \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -GI \frac{\varphi_b}{L}. \quad (10)$$

Враховуючи (6) – (10), отримаємо з рівняння (5)

$$-\left( J + \frac{1}{2} \rho I L \right) \ddot{\varphi}_b + M_b^{mep} (\omega + \dot{\varphi}_b) - \mu \omega L - \frac{1}{2} \mu L \dot{\varphi}_b - \frac{GI}{L} \varphi_b = 0. \quad (11)$$

Як видно, це рівняння має просту структуру, оскільки коефіцієнти перед шуканою лінійною функцією  $\varphi_b$ , що міститься в рівнянні, і її похідними  $\dot{\varphi}_b$ ,  $\ddot{\varphi}_b$ , є константами. Можлива його складність визначається функцією  $M_b^{mep}(\omega + \dot{\varphi}_b)$ , яка залежить від багатьох факторів. До них відносяться сила притискання долота до дна свердловини, конструкція долота, ступінь зношеності і затуплення його різців, міцність породи, склад промивної рідини та ін. Ці фактори змінюються по мірі проходки свердловини, тому навряд чи можливо встановити найбільш універсальний вид функції  $M_b^{mep}(\omega + \dot{\varphi}_b)$ . Проте можна вибрати найбільш типову форму цієї функції з метою аналізу найбільш закономірних особливостей процесу генерування автоколивань долота і режимів їх протікання.

При заданій функції  $M_b^{mep}(\omega + \dot{\varphi}_b)$  для цього рівняння ставиться задача Коші. Для відомих початкових умов вона розв'язується чисельним методом Рунге-Кутта.

*Робота виконана в рамках держбюджетної теми 0112U000137 «Математичне моделювання процесів безаварійного буріння в сланцевих породах і в шельфових зонах морських акваторій»*

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Алифов А.А. Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источником энергии / А.А. Алифов, К.В. Фролов // М.: Наука, 1985. – 319с.
2. Борщ Е.И. Спиральные бегущие волны в упругих стержнях / Е.И. Борщ, Е.В. Ващилина, В.И. Гуляев // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела- 2009. - №2. С. 143-149.
3. Гуляев В.И. Квантованные аттракторы в волновых моделях торсионных колебаний колонн глубокого бурения / В.И. Гуляев, О.В. Глушакова, С.Н. Худолий. // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела.-2010. - №2. С. 134-147.

4. Гуляев В.И. Математична модель крутильних автоколивань бурильної колони в рідких середовищах / В.И. Гуляев, О.В. Глушак ова, С.М. Глазунов // Вісник НТУ. – 2012. – № 26, частина 2. – С. 413 – 419.
5. Дмитриченко Н.Ф. Эластогидродинамика: теория и практика./ Н.Ф. Дмитриченко – Львів, Львівська політехніка, 2000. – 224 с.
6. Костецкий Б.И. Механико-химические процессы при граничном трении. / Б.И. Костецкий, М.Э. Натансон, Л.И. Бершадский – М.: Наука, 1972. – 173 с.
7. Лодж А. Эластичные жидкости / А. Лодж // М.: Наука, 1969. – 463с.
8. Мирзаджанадзе А.Х. Гидравлика глинистых и цементных растворов. / А.Х. Мирзаджанадзе, А.А. Мирзоян, Г.М. Гевинян, М.К. Сейдрза – М.: Недра, 1966. – 386с.
9. Рабинович М.К. Введение в теорию колебаний и волн / М.К. Рабинович, Д.И. Трубецков– М.: Наука, 1984.-432с.
10. Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. / У.Л. Уилкинсон – М.: Мир, 1964. – 318с.
11. Ford Brett J. The genesis of torsional drillstring vibrations // SPE Drilling Engineering. – 1992, v.7, September. – P. 168-174.
12. Gulyayev V.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells / V.I. Gulyayev, O.I. Borshch // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011. – V.78, - P. 759-764.
13. Gulyayev V.I. The buckling of elongated rotating drill strings / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, I.L. Solovjov, I.V. Gorbunovich // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – 67. – P.140-148.
14. Gulyayev V.I. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections / V.I. Gulyayev, S.N. Hudoliy, L.V. Glovach // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – V.48. – P.110–118.
15. Gulyayev V.I. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes / V.I. Gulyayev, S.V. Khudoliy, E.N. Andrusenko // Interaction and Multiscale Mechanics. – 2011. – V.4. – No.1. – P.1-16.
16. Gulyayev V. Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings / V.Gulyayev, O. Glushakova.// Interaction and Multiscale Mechanics. — 2011. – V. 4, №4. – P. 139 – 152.
17. Gulyayev V.I. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models. / V.I. Gulyayev, S.N. Hudoliy, O.V. Glushakova. // Journal of Multi-body Dynamics. — 2011. – V.225, - P. 139 – 152.
18. Gulyayev V.I. Nonholonomic dynamics of drill string bit whirling in a deep bore-hole / V.I. Gulyayev, L.V. Shevchuk // Journal of Multi-body Dynamics. – 2013. – V.227, №3 - P. 234 – 244.

#### REFERENCES

1. Alifov A.A., Frolov K.V. Interaction of non-linear vibrational systems with energy source. Moskva: Nauka. 1985. 319 p. (Rus)
2. Borshch E.I., E.V. Vashchilina E.V. and Gulyayev V.I. Spiral running waves in elastic rods. Mechanics of Solids. 2009. V.2, No.2. P. 143 – 149. (Rus)
3. Gulyayev V.I., Glushakova O.V., Hudoliy S.N. Quantized attractors in wave models of torsion vibrations of deep drill strings. Известия Российской академии наук. Mechanics of Solids. 2010. V.2, No.2. P. 134 – 147. (Rus).
4. Gulyayev V.I., Glushakova O.V., Glazunov S.N. Mathematic model of torsional autovibrations of drill strings in liquid media. Visnyk NTU. 2012. V. 26, №2. P. 413 – 419. (Ukr)
5. Dmitrichenko N.F. Elasto-hydro-dynamics: theory and practice. Lviv, Lvivska politehnica. 2000. 224 p. (Rus)
6. Kosteckiy B.I., Natanson M.E., Bershadskiy L.I. Mechanic-chemical processes in limit friction. Moskva: Nauka. 1972. 173 p. (Rus)
7. Lobj A. Elastic liquids. Moskva: Nauka. 1969. 463 p.(Rus)
8. Mirzajanadze A.H., Mirzoyan A.A., Gevinyan G.M., Seydrza M.K. Hydraulics of claycy and cement solutions. Moskva: Nedra. 1966. 386p. (Rus)
9. Rabinovich M.K., Trubeckov D.I. Introduction of non-linear vibrational systems with energy source. Moskva: Nauka. 1984. 432 p. (Rus)
10. Uilkinson U.L. Non-newtonian liquids. Moskva: Mir. 1964. 318p. (Rus)
11. Ford Brett J. The genesis of torsional drillstring vibrations. SPE Drilling Engineering.1992. v.7, September. P. 168-174.

12. Gulyayev V.I., Borshch O.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2011. V.78. P. 759-764.
13. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. The buckling of elongated rotating drill strings. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2009. V. 67. P.140-148.
14. Gulyayev V.I., Hudoly S.N., Glovach L.V. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections. *International Journal of Solids and Structures*. 2011. V.48. P.110–118.
15. Gulyayev V.I., Khudoliy S.V., Andrusenko E.N. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes. *Interaction and Multiscale Mechanics*. 2011. V.4, No.1. P. 1-16.
16. Gulyayev V., Glushakova O., Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings. *Interaction and Multiscale Mechanics*. 2011. V. 4, №4. P. 139 – 152.
17. Gulyayev V.I., Hudoliy S.N., Glushakova O.V. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment. *Journal of Multi-body Dynamics*. 2010. V.225. P. 139 – 152.
18. Gulyayev V.I., Shevchuk L.V. Nonholonomic dynamics of drill string bit whirling in a deep bore-hole. *Journal of Multi-body Dynamics*. 2013. V.227, №3. P. 234 – 244

#### РЕФЕРАТ

Глазунов С.М. Консервативні і дисипативні моделі торсіонних автоколивань колон глибокого буріння. / С.М. Глазунов // Вісник Національного транспортного університету. – К. : НТУ, 2013. – Вип. 28.

Розглянута проблема про самозбудження торсіонних коливань колон глибокого буріння.

Об'єктом дослідження є осциляційна модель бурильної колони в формі торсіонного маятника, що побудована з урахуванням сил тертя в'язкої рідини.

Метою статті є розробка математичної моделі, що описує стаціонарні обертання та періодичні автоколювання бурильних колон в порожнинах свердловин, що заповнені промивною рідиною.

Метод дослідження оснований на застосуванні хвильового рівняння математичної фізики ті нелінійних рівнянь теорії обертального руху твердого тіла. Інтегрування побудованих звичайних диференціальних рівнянь здійснюється методом Рунге-Кутта.

Обговорюються три моделі механічної взаємодії бурильної колони з оточуючою її в'язкою рідиною, побудовані розв'язувальні рівняння з частинними і звичайними похідними. Розроблена методика їх розв'язання. В результаті проведеного комп'ютерного моделювання встановлено, що функції автоколивальних рухів долота мають ділянки швидких і повільних рухів.

Результати роботи можуть бути впроваджені в технології буріння глибоких свердловин.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкту дослідження – пошук оптимальних режимів буріння.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** БУРИЛЬНА КОЛОНА, ТОРСІОННІ АВТОКОЛИВАННЯ, МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ.

#### ABSTRACT

Glazunov S.M. Conservative and dissipative models of torsion autovibrations of deep drill strings. *Visnyk National Transport University*. – Kyiv. National Transport University. 2013. – Vol. 28.

The problem about self-excitation of torsion vibration of a drill string in a vertical cylindrical cavity of a bore-hole with liquid medium is stated. The models of mechanical interaction of the drill string with viscous liquid are considered. The questions of numerical realization of the formulated equations are discussed.

Object of study is oscillation model of a drill string in the form of torsion pendulum constructed with allowance made for viscous friction.

Purpose of the paper – to state the problem on self-excitation of torsion vibration of deep drill columns at critical situations.

Method of study is based on application of wave equation of mathematic physics. The constructed equation is integrated with the use of the Runge-Kutta method.

Three models of the bit torsion are discussed. The oscillation model of torsional autovibration of homogeneous drill string in the form of oscillation pendulum is elaborated, the constitutive nonlinear differential equation with partial derivatives is formulated which permits one to describe vibrations of the

drill string bit with allowance made for viscous friction. the algorithm for numeric integration of this equation by spatial and time variables is proposed.

The results of the article can be inculcated into the practice of deep bore-hole drilling.

A forecast assumption about the study object is search of optimal regimes of drilling.

KEYWORDS: DRILL STRING, TORSION AUTOVIBRATION, MATHEMATIC MODELS.

#### РЕФЕРАТ

Глазунов С.Н. Консервативные и диссипативные модели торсионных автоколебаний колонн глубокого бурения. / С.Н. Глазунов // Вестник Национального транспортного университета. – К. : НТУ, 2013. – Вып. 28.

Рассмотрена проблема о самовозбуждении торсионных колебаний колонн глубокого бурения.

Объектом исследования является осцилляционная модель бурильной колонны в форме торсионного маятника, построенная с учетом сил трения вязкой жидкости.

Цель статьи – разработка математической модели, описывающей стационарные вращения и периодические автоколебания бурильных колонн в полых скважинах, заполненных промывочной жидкостью.

Метод исследования основан на применении волнового уравнения математической физики и нелинейных уравнений теории вращательного движения твердого тела. Интегрирование построенных обыкновенных дифференциальных уравнений производится методом Рунге – Кутты.

Обсуждаются три модели механического взаимодействия бурильной колонны с окружающей ее вязкой жидкостью, построены разрешающие уравнения с частными и обыкновенными производными. Разработана методика их решения. В результате проведенного компьютерного моделирования установлено, что функции автоколебательных движений долота имеют участки быстрых и медленных движений.

Результаты работы могут быть внедрены в технологии бурения глубоких скважин.

Прогнозные предположения относительно развития объекта исследования – поиск оптимальных режимов бурения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, ТОРСИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ.

#### АВТОР:

Глазунов Сергій Миколайович, аспірант, Національний транспортний університет, e-mail: s.glazunov@smart-energy.com.ua, тел. +380503033569, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе 42, к. 511.

#### AUTHOR:

Glazunov Sergey Nikolayevich, post-graduate student, National Transport University, e-mail: s.glazunov@smart-energy.com.ua, tel. +380503033569, Ukraine, 01010, Kyiv, Kikvidze str. 42, of. 511.

#### АВТОР:

Глазунов Сергей Николаевич, аспирант, Национальный транспортный университет, e-mail: s.glazunov@smart-energy.com.ua, тел. +380503033569, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе 42, к. 511.

#### РЕЦЕНЗЕНТИ:

Рассказов О.О., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

#### REVIEWER:

Rasskazov O.O., Dr. Sc., Professor, National Transport University, head of the Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Gaidachuk V.V., Dr. Sc., Professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, head of the Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.