

ІНВАРІАНТНІ СТАНИ БУРИЛЬНИХ КОЛОН  
В КАНАЛАХ КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИН

Гуляев В.І., доктор технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна  
Шлюнь Н.В., Національний транспортний університет, Київ, Україна

INVARIANT STATES OF DRILL STRINGS IN CHANNELS OF CURVILINEAR BORE-HOLES

Gulyayev V.I., Doctor of Science (Technology), National Transport University, Kyiv, Ukraine  
Shlyun N.V., National Transport University, Kyiv, Ukraine

ИНВАРИАНТНЫЕ СОСТОЯНИЯ БУРИЛЬНЫХ КОЛОН  
В КАНАЛАХ КРИВОЛИНЕЙНЫХ СКВАЖИН

Гуляев В.И., доктор технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина  
Шлюнь Н.В., Национальный транспортный университет, Киев, Украина

Постановка проблеми

В механіці інваріантні різноманіття являють собою деякі функції, які під час руху не змінюються в силу деяких законів збереження – закону збереження енергії, закону збереження кількості руху, закону збереження моменту кількості руху, закону збереження маси і т. д. В динамічних системах величини, що підпорядковуються цим законам, пов'язують з інтегралами руху, які залишаються незмінними за весь час руху.

Поняття інваріантних станів широко зустрічається також в системах автоматичного управління, що реалізуються на основі принципу інваріантності (незалежності, нечуттєвості) до будь-яких зовнішніх впливів.

В теорії машин та механізмів відомі і так звані крайові (мертві) положення просторових кривошипно-шатунних механізмів, які зберігають незмінною статичну геометрію свого кінематичного ланцюга зі зміною деяких комбінацій діючих на неї сил, що варіюються пропорційно деякому параметру.

Звичайно інваріантні стани змінних систем реалізуються на основі необхідності виконання класичних умов інваріантності, що потребують перетворення на нуль правої частини диференціальних рівнянь, які описують процес, що розглядається.

Одним з найбільш тривіальних прикладів інваріантних систем, що зустрічаються в будівельній механіці, може слугувати пружна балка, на яку діють вертикальна сила  $P$ , що прикладена в одній із точок  $B$  її опирання (рис. 1).

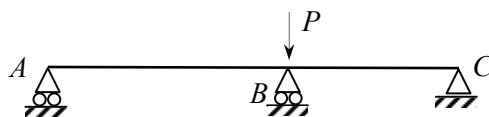


Рисунок 1 – Схема пружної балки

Очевидно, що напружено-деформований стан балки виявляється нечуттєвим (інваріантним) по відношенню до сили  $P$  і з її зміною змінюється тільки опорна реакція на опорі  $B$ .

В розглянутому прикладі сила  $P$  не входить в рівняння пружної рівноваги самої балки. Однак бувають випадки інваріантних систем, що описуються неоднорідними рівняннями. На рис. 2 показана схема замкнутої абсолютно гнучкої нерозтяжної нитки, що напружена розподіленим навантаженням  $f$  однакової інтенсивності.

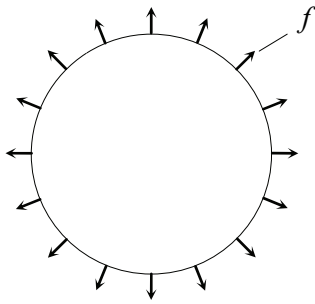


Рисунок 2 – Схема нерозтяжного ниткового кільця, напруженого розподіленим навантаженням

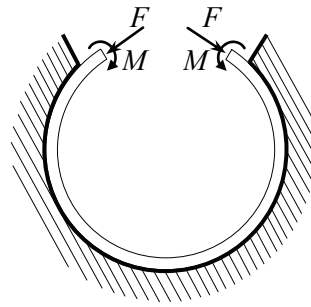


Рисунок 3 – Схема пружного стрижня в жорсткій обоймі

Важливе прикладне значення має приклад рівноваги гнучкого нерозтяжного шлангу з внутрішнім потоком рідини. Його форма інваріантна по відношенню до швидкості потоку.

Інваріантним по відношенню до осьової сили  $P$  являється також кругова форма пружного стрижня, поміщеного в жорстку гладку обойму (рис. 3). Із збільшенням сили  $P$  кругова форма стрижня не змінюється і зростає тільки розподілена сила  $f^c$  контактної взаємодії його зовнішнього контуру з контуром обойми.

Від цього прикладу можна перейти до більш складного випадку, коли обойма являє собою жорстку гладку циліндричну порожнину, в якій довгий пружний стрижень вставлений таким чином, що являє собою регулярну циліндричну спіраль, що втримується в рівновазі осьовою силою  $F$ , крутним моментом  $M$  і розподіленими силами  $f^c$  контактної взаємодії стрижня з поверхнею циліндричної порожнини (рис. 4а). Виявляється, що утворена таким чином циліндрична спіраль є інваріантною по відношенню до сили  $F$  та моменту  $M$  і зі зміною їх змінюється тільки контактна розподілена сила  $f^c$  (рис. 4б).

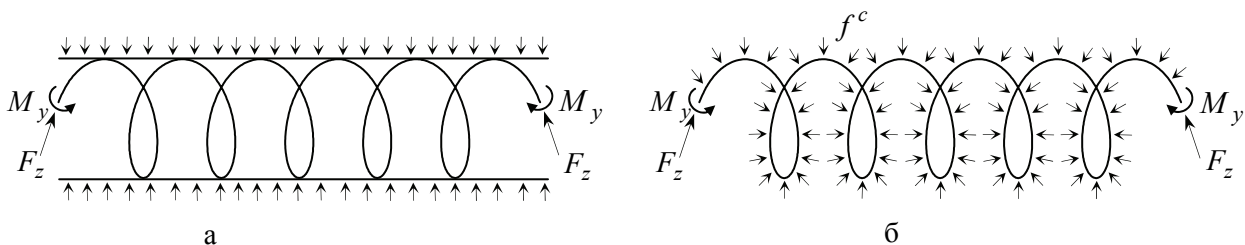


Рисунок 4 – Інваріантний стан стрижня в циліндричній порожнині

Ще більше узагальнення розглянутих прикладів досягається при переході від циліндричної поверхні до обмежуючої поверхні загального вигляду (звичайно, диференційовної необхідну кількість разів), до внутрішньої сторони якої притиснений пружний стрижень, вигнутий по геодезичній кривій. Оскільки довжина геодезичної кривої між її крайніми точками є мінімальною на даній поверхні, при навантаженні стрижня осьовими силами та крутними моментами він набуває тенденцію збереження своєї геометрії незмінною (інваріантною). Такі стани бурильних колон в криволінійних свердловинах аналогічні мертвим положенням механізмів і на практиці реалізуються в формі прихватів.

При цьому кожному інваріантному стану може відповідати нескінченна множина різних навантажень і навпаки, деяким комбінаціям навантажень може відповідати множина інваріантних станів. Однак не всі вони можуть бути стабільними і, залишаючись інваріантними, можуть переходити від стійких станів до нестійких, відчуваючи біфуркаційні ефекти.

Для теоретичного дослідження таких станів бурильних колон в каналах криволінійних свердловин є природним застосування методів теорії геодезичних на каналових поверхнях їх порожнин криволінійних свердловин [2,4].

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

При аналізі пружного вигину буриньних колон в криволінійних свердловинах звичайно використовуються математичні моделі, що базуються на врахуванні їх великої довжини. Тому прийнято вважати, що БК являє собою абсолютно гнучку нерозтяжну нитку та застосовувати так звану «soft-string» («м'яка струна») модель. За допомогою такої моделі досліджувалася механіка поведінки БК в свердловині [3,9,10,12,17]. При цьому, однак, розглянуті неглибокі свердловини найпростіших обрисів, хоча в ряді статей зроблений акцент на необхідність створення «stiff-string» («жорстка струна») моделі. Така модель вперше була створена в роботі [5]. Після цього автори робіт [7,8] розробили методіку моделювання геометричних недосконалостей осьової лінії свердловини та провели ряд досліджень вигину БК. В цих роботах [6–8,11,13,14,16,18,19] розв'язані задачі про стійкість БК в свердловинах різних конфігурацій. В них була відмічена можливість появи мертвих (інваріантних) станів БК.

В даній роботі питання можливості виникнення інваріантних станів БК в каналах криволінійних свердловин обговорюється більш детально.

Виведення розв'язувальних рівнянь.

Приймемо, що поверхня свердловини є каналовою, тобто створена неперервним рухом кола постійного радіусу вздовж осьової лінії свердловини, причому площина кола ортогональна цій лінії. Для спрощення викладення вважатимемо, що осьова лінія  $\eta$  свердловини є плоскою. Розглянемо такий нелінійний вигин БК в каналі свердловини, при якому вона залишається в контакт з поверхнею свердловини по всій своїй довжині. Тоді при деформуванні БК її осьова лінія  $\xi$  здійснює рух по каналовій поверхні  $\sigma$  радіусу  $a$ , що дорівнює різниці радіусів поперечних перерізів труби БК і свердловини. Введення цієї поверхні дозволяє перейти від тривимірної задачі вигину БК до двовимірної і тим самим суттєво понизити порядок рівнянь. Для цього побудуємо на поверхні  $\sigma$  систему координатних ліній  $u$ ,  $v$  та приймемо, що положення кривої  $\xi$  на поверхні  $\sigma$  визначається функціями  $u(s)$ ,  $v(s)$ , де  $s$  – натуральний параметр, що задає положення точки на  $\xi$ ;  $u$  – параметр, що задає положення точки на кривій  $\eta$ ;  $v$  – кутова координата на колі нормального перерізу  $u = \text{const}$  поверхні  $\sigma$ .

Вважаємо, що напружено-деформований стан БК в свердловині є пружним і він визначається головними векторами всіх внутрішніх сил  $\mathbf{F}(s)$ , внутрішніх моментів  $\mathbf{M}(s)$ , розподіленого вектора  $\mathbf{f}(s)$  зовнішніх сил, розподіленого моменту  $\mathbf{m}(s)$  зовнішніх сил. Ці сили і моменти підпорядковуються рівнянням рівноваги [5]

$$d\mathbf{F}/ds = -\mathbf{f}, \quad d\mathbf{M}/ds = -\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{F} - \mathbf{m}, \quad (1)$$

де  $\boldsymbol{\tau}$  – орт, дотичний до лінії  $\xi$ .

Структура скалярних рівнянь, отриманих на базі співвідношень (1), визначаються видом рівнянь системи координат  $Oxyz$  з ортами  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  на кривій  $\xi$ , що рухається та повертається разом із зміною параметра  $s$  на  $\xi$ . Зручно цю систему вибрати так, щоб орт  $\mathbf{k}$  співпадав з ортом  $\boldsymbol{\tau}$ , орт  $\mathbf{i}$  був орієнтованим уздовж внутрішньої нормалі до поверхні  $\sigma$ , а орт  $\mathbf{j}$  доповнював цю систему до правої трійки. Тоді вектор

$$\boldsymbol{\omega} = k_x \mathbf{i} + k_y \mathbf{j} + k_z \mathbf{k} \quad (2)$$

дозволяє за допомогою рівнянь

$$d\mathbf{F}/ds = \tilde{d}\mathbf{F}/ds \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{F}, \quad d\mathbf{M}/ds = \tilde{d}\mathbf{M}/ds \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M} \quad (3)$$

перейти від векторних рівнянь (1) до скалярних рівнянь силової групи [5,15]

$$\begin{aligned} \frac{dF_x}{ds} &= -k_y F_z + k_z F_y - f_x^{gr} - f^c \\ \frac{dF_y}{ds} &= -k_z F_x + k_x F_z - f_y^{gr} \\ \frac{dF_z}{ds} &= -k_x F_y + k_y F_x - f_z^{gr} \end{aligned} \quad (4)$$

та рівнянь моментної групи

$$\begin{aligned}\frac{dM_x}{ds} &= -k_y M_z + k_z M_y + F_y \\ \frac{dM_y}{ds} &= -k_z M_x + k_x M_z - F_x \\ \frac{dM_z}{ds} &= -k_x M_y + k_y M_x\end{aligned}\quad (5)$$

В рівняннях (2)–(5) позначено:

$k_x, k_y$  – кривини кривої  $\xi$  в площинах  $yOz, xOz$ , відповідно;  $k_z$  – її скрут;  $F_x, F_y, F_z$  – проекції вектора  $\mathbf{F}$  на осі  $Ox, Oy, Oz$ ;  $M_x, M_y, M_z$  – проекції вектора  $\mathbf{M}$  на ті ж осі;  $f_x^{gr}, f_y^{gr}, f_z^{gr}$  – компоненти вектора сил тяжіння  $\mathbf{f}^{gr}$ ;  $f^c$  – розподілена сила контактної взаємодії БК зі стінкою свердловини.

Після деяких перетворень системи (4), (5) її вдалося привести до вигляду

$$\begin{aligned}dF_y / ds &= EI(k_x k_z^2 + k_z k_y') - M_z k_x k_z + F_z k_x - f_y^{gr} \\ dF_z / ds &= EI(k_x k_x' + k_y k_y') - f_z^{gr} \\ dk_x / ds &= k_x' \\ dv / ds &= v' \\ d(v') / ds &= k_x u' / a \\ du / ds &= \sqrt{1 - a^2 (v')^2}\end{aligned}\quad (6)$$

Завдяки застосуванню спеціально вибраної системи відліку  $Oxyz$ , вдалося виразити змінні  $F_x, M_y$  через геометричні параметри поверхні  $\sigma$ , виключити їх із розгляду та зменшити загальний порядок системи розв'язувальних рівнянь з дванадцяти до шести, не дивлячись на те, що додалася ще одна шукана змінна  $f^c(z)$ . В даному випадку вона не впливає на розв'язок системи та може бути підрахована на заключному етапі розв'язання за формулою

$$f^c = -k_y F_z + k_z F_y + f_x^{gr} - dF_x / ds \quad (7)$$

Доповнюючи систему (6) граничними умовами, можна ставити для неї крайову задачу.

За допомогою системи (6) може бути встановлена одна з найбільш важливих властивостей закритичного деформування БК в каналі свердловини. Воно полягає в можливості існування її інваріантних станів. Для спрощення аналізу можливості їх появи, врахуємо, що кривина  $k_x$  кривої  $\xi$  є геодезичною [2]. Тоді, для їх підрахунку можуть бути використані формули

$$\begin{aligned}k_x = k_{zeod.} &= \frac{\sqrt{EG - F^2}}{(Eu'^2 + 2Fu'v' + Gv'^2)^{3/2}} (u''v' - v''u' + Av' - Bu'), \\ k_y &= k_v \cos^2 \theta + k_u \sin^2 \theta.\end{aligned}\quad (8)$$

Тут  $E, F, G$  – задані функції, що визначають метрику поверхні  $\sigma$ ;  $\theta$  – кут між віссю  $Oz$  та головним напрямом, що відповідає кривині  $k_y$ .

Розглянемо випадок, коли повздовжня сила  $F_z$  в бурильній колоні настільки велика, що можна знехтувати впливом сил тяжіння  $\mathbf{f}^{gr}$ . Тоді якщо на  $\sigma$  виділити такі напрями, вздовж яких  $k_x = 0$ , то осьові лінії  $\xi$  БК, орієнтовані вздовж цих напрямів, будуть являти собою геодезичні криві. В цьому випадку рівняння рівноваги БК набудуть форму

$$\begin{aligned}
dF_y / ds &= EI k_z k'_y \\
dF_z / ds &= -EI k_y k'_y = -\frac{EI}{2} \frac{\partial}{\partial s} k_y^2 \\
d(v') / ds &= 0 \\
dv / ds &= v' = \text{const} \\
du / ds &= \sqrt{1 - a^2 (v')^2} = \text{const}
\end{aligned} \tag{9}$$

З цієї системи випливає, що

$$F_z + \frac{EI k_y^2}{2} = \text{const},$$

тобто повздовжня сила  $F_z$  визначається з початкових умов і вона не впливає на деформований стан стержня, хоча контактна сила  $f^c$  залежить від цієї сили. Важливо відмітити також, що деформований стан такої БК, вигнутий по геодезичній кривій на поверхні  $\sigma$ , не залежить від крутного моменту  $M_z$ . Це означає, що деформований стан такої БК є інваріантний по відношенню до  $F_z$  та  $M_z$ . При цьому, однак, необхідно перевірити, чи є в'язь, що накладається поверхнею  $\sigma$ , активною. Для цього необхідно обчислити реакцію  $f^c(s)$  цієї в'язі. Якщо вона всюди додатна, то БК прижата до поверхні свердловини на всій довжині і інваріантний стан зберігається. Якщо  $f^c(z)$  хоча б на деяких ділянках мають нульові або від'ємні значення, то розглянутий стан не має бути реалізований.

Другою умовою, що обмежує можливість існування інваріантного стану при будь-яких значеннях  $F_z(s)$  і  $M_z(s)$ , являється його стійкість. Для перевірки стійкості необхідно рівняння (6) лінійаризувати. Стани, в околі яких побудована система має нетривіальні розв'язки є нестійкими.

Звернемося до найпростішого, але, що найбільш часто зустрічається випадку, коли поверхня  $\sigma$  є циліндричною. Геодезичними кривими для такої поверхні є циліндричні спіралі радіуса  $a$  (рис.4). Для них  $v' = \text{const}$ ,  $v'' = 0$ ,  $k_x = 0$ ,  $M_y = EIa(v')^2$ ,  $F_y = -EIa(v')^4[1 - (av')^2]$ ,  $f^c = -EIa(v')^4[1 - (av')^2] - k_y F_z$ .

Робота виконана в рамках держбюджетної теми 0112U000137 «Математичне моделювання процесів безаварійного буріння в сланцевих породах і в шельфових зонах морських акваторій»

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Chang K.W. Nonlinear Singular Perturbation Phenomena / K.W. Chang, F.A. Howes. – Springer –Verlag, 1984, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo.
2. Dubrovin B.A. Modern Geometry-Methods and Applications / B.A. Dubrovin, S.P. Novikov, A.T. Fomenko. – Springer – Verlag, 1992, Berlin, Heidelberg, New York.
3. Fang J., On a compressed spatial elastica constrained inside a tube / J. Fang, S.Y. Li, J.S. Chen. – Acta Mechanica. 2013. – V. 224(11), – 2635–2647.
4. Goldstein H. Classical Mechanics / H. Goldstein, Ch. Poole, J. Safko, 2011, San Francisco, Boston, New York, Tokyo, Capetown, Hong-Kong, London, Madrid, Mexico City, Montreal, Munich, Paris, Singapore, Sydney, Toronto.
5. Гуляев В.И. Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней / В.И. Гуляев, В.В. Гайдайчук, В.Л. Кошкин – К.: Наукова думка, 1992. – 44 с.
6. Gulyayev V.I. Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings / V.I. Gulyayev, O.V. Glushakova. – Interact. Multiscale Mech. 2011. – 4(4). –291 – 311.
7. Gulyayev V.I. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections / V.I. Gulyayev, S.N. Hudoly, L.V. Glovach. – Int. J. Solids Struct. 2011. – 48. – 110 – 118.
8. Gulyayev V.I. Dynamics of spiral tubes containing internal moving masses of boiling liquid / Gulyayev, V.I., Tolbatov, E.Yu. – J. Sound Vibr. 2004. – 274. –233 –248.

9. Huang N.C. Helical buckling of a tube in an inclined well bore / N.C. Huang, P.D. Pattillo. – *Int. J. Non-Linear Mech.* 2000. – 35. – 911 – 923.
10. Krauberger N. Exact buckling load of a restrained RC column / N. Krauberger, M. Saje, I. Planinc, S. Bratina. – *Struct. Eng. Mech.* 2007. – 27(3). – 293–310.
11. Kwon Y.W. Analysis of helical buckling / Y.W. Kwon. – *SPE Drill Eng.* 1988. – 3. – 211 – 216.
12. Lubinski A. *Developments in Petroleum Engineering* / A. Lubinski. – Gulf Publishing Company, Houston, TX, USA. 1987. –Vol. 1.
13. Mitchell R.F. The effect of friction on initial buckling of tubing and flowlines / R.F. Mitchell. – *SPE Drilling & Completion.* 2007. – 22 (2). –112 – 118.
14. Mitchell R.F. Tubing buckling – The state of art / R.F. Mitchell – *SPE Drilling & Completion.* 2008. – 23 (4). –361–370.
15. Neimark Ju.I. *Dynamics of Nonholonomic Systems.* / Ju.I. Neimark, N.A. Fufaev, 1972. (Translation of mathematical monographs , 33 Amer. Math. Soc., Providence, RI).
16. Singh S. B. Postbuckling response and failure of symmetric laminated plates with rectangular cutouts under uniaxial compression / S. B. Singh, D.Kumar. – *Struct. Eng. Mech.* 2008. – 29(4). – 276–287.
17. Sun C. A new model on the buckling of a rod in tubing / C. Sun, S. Lukasiewicz. – *J. Petr. Sci. Eng.* 2006. – V. 50. –P. 78 – 82.
18. Ziegler H. *Principles of Structural Stability* / H. Ziegler. – Blaisdell Publishing Company. Waltham-Massachusetts-Toronto-London. 1968.
19. Thompson J.M.T., Helical post-buckling of a rod in a cylinder: with applications to drill-strings / J.M.T. Thompson, M. Silveira, G.H.M. van der Heijden, M. Wiercigroch. – *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical, and Engineering Sciences.* 2012. – V. 468(2142). –P.1591-1614.

#### REFERENCES

1. Chang K.W., Howes.Nonlineair F.A. *Singular Perturbation Phenomena.* Springer –Verlag, 1984. New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo.
2. Dubrovin B.A., Novikov S.P., Fomenko A.T. *Modern Geometry-Methods and Applications.* Springer – Verlag, 1992. Berlin, Heidelberg, New York.
3. Fang J., Li S.Y., J.S. Chen. On a compressed spatial elastica constrained inside a tube. *Acta Mechanica.* 2013. V. 224(11). 2635–2647.
4. Goldstein H. Poole Ch., Safko J. *Classical Mechanics,* 2011. San Francisco, Boston, New York, Tokyo, Capetown, Hong-Kong, London, Madrid, Mexico City, Montreal, Munich, Paris, Singapore, Sydney, Toronto.
5. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Koshkin, V.L. *Elastic Deforming, Stability and Vibrations of Flexible Curvilinear Rods.* Kiev. Naukova Dumka, 1992. (Rus).
6. Gulyayev V.I., Glushakova O.V. Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings. *Interact. Multiscale Mech.* 2011. 4(4). 291 – 311.
7. Gulyayev V.I., Hudoly S.N., Glovach L.V. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections. *Int. J. Solids Struct.* 2011. 48. 110 – 118.
8. Gulyayev V.I., E.Yu. Tolbatov. Dynamics of spiral tubes containing internal moving masses of boiling liquid. *J. Sound Vibr.* 2004. 274. 233 –248.
9. Huang N.C., Pattillo P.D. Helical buckling of a tube in an inclined well bore. *Int. J. Non-Linear Mech.* 2000. 35. 911 – 923.
10. Krauberger N., Saje M., Planinc I., Bratina S. Exact buckling load of a restrained RC column. *Struct. Eng. Mech.* 2007. 27(3). 293–310.
11. Kwon Y.W. Analysis of helical buckling. *SPE Drill Eng.* 1988. 3. 211 – 216.
12. Lubinski A. *Developments in Petroleum Engineering.* Gulf Publishing Company, Houston, TX, USA. 1987. Vol. 1.
13. Mitchell R.F. The effect of friction on initial buckling of tubing and flowlines. *SPE Drilling & Completion.* 2007. 22 (2). 112 – 118.
14. Mitchell R.F. Tubing buckling – The state of art. *SPE Drilling & Completion.* 2008. 23 (4). 361–370.
15. Neimark Ju.I., Fufaev N.A. *Dynamics of Nonholonomic Systems.* 1972. (Translation of mathematical monographs , 33 Amer. Math. Soc., Providence, RI).
16. Singh S., BKumar. D. Postbuckling response and failure of symmetric laminated plates with rectangular cutouts under uniaxial compression. *Struct. Eng. Mech.* 2008. 29(4). 276–287.

17. Sun C., Lukaszewicz S. A new model on the buckling of a rod in tubing. *J. Petr. Sci. Eng.* 2006. V. 50. P. 78 – 82.
18. Ziegler H. *Principles of Structural Stability*. Blaisdell Publishing Company. Waltham-Massachusetts-Toronto-London. 1968.
19. Thompson J.M.T., Silveira M., van der Heijden G.H.M., Wiercigroch M. Helical post-buckling of a rod in a cylinder: with applications to drill-strings. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical, and Engineering Sciences*. 2012. V. 468(2142). P.1591-1614.

#### РЕФЕРАТ

Гуляев В.І. Інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / В.І. Гуляев, Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – К. : НТУ, 2013. – Вип. 28.

В статті розглядається задача про інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. На основі теорії гнучких криволінійних стержнів побудовані нелінійні диференціальні рівняння пружного випинання бурильних колон в каналах криволінійних свердловин, враховані ефекти їх переднапруження змінними поздовжніми силами, крутним моментом та силами контактної взаємодії труби бурильної колони з поверхнею свердловини. Вперше встановлена можливість утворення інваріантних станів БК при їх закритичному деформуванні, в яких побудована форма виявляється нечутливою до деяких комбінацій зовнішніх впливів, показаний зв'язок цих станів з станами прихватів БК.

Об'єкт дослідження – бурильні колони в каналах криволінійних свердловин.

Мета роботи – на основі загальної теорії гнучких криволінійних стержнів і методів теорії геодезичних кривих поставити задачу про інваріантний стан бурильної колони у порожнинах криволінійних свердловин.

Методи дослідження – бурильна колона ототожнювалася з наддовгим трубчастим стержнем. Математична модель квазістатичної поведінки бурильної колони при її контактній взаємодії зі стінкою свердловини будувалась у вигляді сингулярно збурених диференціальних рівнянь руху обертового наддовгого стержня в пружній постановці. Для аналізу геометрії бурильної колони використовуються методи теорії геодезичних кривих на поверхнях.

Результати статті можуть бути впроваджені в технології буріння глибоких свердловин.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження – пошук оптимальних режимів буріння.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** БУРИЛЬНА КОЛОНА, КРИВОЛІНІЙНА СВЕРДЛОВИНА, ГЕОДЕЗИЧНА КРИВА, ІНВАРІАНТНИЙ СТАН, ЗАКРИТИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ.

#### ABSTRACT

Gulyayev V.I., Shlyun N.V. Invariant states of drill strings in channels of curvilinear bore-holes. *Visnyk National Transport University*. – Kyiv. National Transport University. 2013. – Vol. 28.

On the basis of the theory of curvilinear flexible rods, non-linear constitutive differential equations of drill string equilibrium are deduced. The effects of the longitudinal non-uniform preloading, action of torque and interaction between the DS and the bore-hole surface are taken into account. The possibility of invariant state generation during post-critical deforming is established, condition of its bifurcation is formulated. It is shown that infinite variety of loads can correspond to one geometrical configuration of the DS. They differ each from other by contact force functions

Objects of study – drill strings in channels of curvilinear bore-holes.

Purpose – through the use of the theory of flexible curvilinear rods and the theory of geodesical curves to state the problem of invariant state drill strings in curvilinear bore-holes.

Method of study – the drill string is represented as a superlong tube rod. The mathematical model of quasistatic behavior of the drill strings at its contact interaction with the bore-hole wall is constructed in the form of singularly perturbed differential equations of the rotating rod motion. For analysis of the drill string geometry the methods of the theory of the geodesical curves are used.

The results of the article can be inculcated in technologies of deep bore-hole drilling.

Forecast assumptions about the object of study – the search of optimal regimes of drilling.

**KEYWORDS:** DRILL STRING, CURVILINEAR BORE-HOLE, GEODESICAL CURVE, INVARIANT STATE, POST-CRITICAL DEFORMING.

## РЕФЕРАТ

Гуляев В.И. Инвариантные состояния бурильных колонн в каналах криволинейных скважин / В.И. Гуляев, Н.В. Шлюнь // Вестник Национального транспортного университета. — К. : НТУ, 2013. — Вып. 28.

В статье рассматривается задача об инвариантных состояниях бурильных колонн в криволинейных скважинах. На основе теории гибких криволинейных стержней построены нелинейные дифференциальные уравнения упругого изгиба бурильных колонн в каналах криволинейных скважин, учтены эффекты их преднапряжения переменными продольными силами, крутящим моментом и силами контактного взаимодействия трубы бурильной колонны с поверхностью скважины. Впервые установлена возможность образования инвариантных состояний БК при их закритическом деформировании, в которых построенная форма оказывается нечувствительной к некоторым комбинациям внешних воздействий, показана связь этих состояний с состояниями прихвата БК.

Объект исследования – бурильные колонны в каналах криволинейных скважин.

Цель работы – на основе общей теории гибких криволинейных стержней и методов теории геодезических кривых поставить задачу об инвариантном состоянии бурильной колонны в каналах криволинейных скважин.

Методы исследования – бурильная колонна отождествлялась со сверхдлинным трубчатым стержнем. Математическая модель квазистатического поведения бурильной колонны при ее контактом взаимодействии со стенкой скважины строилась в виде сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений движения вращающегося сверхдлинного стержня в упругой постановке. Для анализа геометрии бурильной колонны используются методы теории геодезических кривых на поверхностях.

Результаты статьи могут быть внедрены в технологии бурения глубоких скважин.

Прогнозные предположения о развитии объекта исследования – поиск оптимальных режимов бурения.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, КРИВОЛИНЕЙНАЯ СКВАЖИНА, ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ КРИВАЯ, ИНВАРИАНТНОЕ СОСТОЯНИЕ, ЗАКРИТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ.

### АВТОРИ:

Гуляев В.И., доктор технічних наук, Національний транспортний університет, e-mail: valery@gulyayev.com.ua, тел. +380667153633, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе, 42.

Шлюнь Н.В., аспірант, Національний транспортний університет, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +380667153633, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе, 42, к. 511.

### AUTHORS:

Gulyayev V. I., Doctor of Science (Technology), National Transport University, e-mail: valery@gulyayev.com.ua, tel. +380667153633, Ukraine, 01010, Kyiv, Kikvidze str., 42.

Shlyun N. V., post-graduate student, National Transport University, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, tel. +380667153633, Ukraine, 01010, Kyiv, Kikvidze str., 42, of. 511

### АВТОРЫ:

Гуляев В.И., доктор технических наук, Национальный транспортный университет, e-mail: valery@gulyayev.com.ua, тел. +380667153633, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе, 42.

Шлюнь Н.В., аспирант, Национальный транспортный университет, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +380667153633, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе, 42, к. 511.

### РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Рассказов О.О., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

### REVIEWERS:

Gaidaichuk V.V., Dr. Sc., Professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Rasskazov O.O., Ds. Sc., Professor,, National Transport University, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.