

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СПЛОШНЫХ И СОСТАВНЫХ ЛИНИЙ ОПОРНЫХ КОНТУРОВ  
ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ БЕЗМОМЕНТНЫХ ПОКРЫТИЙ

Мостовенко А.В., Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев,  
Украина

SAMPLING AND COMPOSITE SOLID LINE REFERENCE CIRCUITS  
FOR FORMING SURFACE COATINGS MOMENTLESS

Mostovenko A.V., Kyiv national university of construction and architecture, Kyiv, Ukraine

ДИСКРЕТИЗАЦІЯ СУЦІЛЬНИХ І СКЛАДЕНИХ ЛІНІЙ ОПОНИХ КОНТУРІВ ДЛЯ  
ФОРМУВАННЯ ПОВЕРХОНЬ БЕЗМОМЕНТНИХ ПОКРИТТІВ

Мостовенко О.В., Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ,  
Україна

Постановка проблемы.

На энергоэффективность сооружений, перекрываемых пространственными большепролетными покрытиями среди прочих факторов, влияет и перекрываемый объем, с которым напрямую связаны затраты на вентиляцию, отопление и кондиционирование подбололочечного пространства. Геометрический аппарат управления формой покрытия при заданном перекрываемом объеме позволяет указанные задачи энергосбережения совмещать с эстетическими задачами архитектурного проектирования. Симметрия исходных данных при формировании дискретного точечного каркаса поверхности позволяет значительно упростить процесс геометрического конструирования поверхности.

Анализ последних исследований.

В работе [1] получена зависимость между объемом, перекрываемым дискретной равновесной сетью с квадратной в плане ячейкой, и внешней формообразующей нагрузкой на узлы. Сеть является дискретной моделью безмоментной оболочки и формируется статико-геометрическим методом под действием вертикальных усилий, приложенных к узлам. Равновесие узлов сети описывается системой линейных уравнений:

$$-4Z_{i,j} + Z_{i-1,j} + Z_{i+1,j} + Z_{i,j-1} + Z_{i,j+1} + kP_{i,j} = 0, \quad (1)$$

где  $P_{i,j}$  – собственный вес элемента покрытия;

$k$  – коэффициент пропорциональности.

Объем пространства, ограниченного дискретно заданной поверхностью и плоскостью  $XOY$ , определяется как сумма объемов под гиперболическими параболоидами, перекрывающими каждую ячейку сети:

$$V = \frac{h^2}{4} \left[ Z_{00} + Z_{m0} + Z_{0n} + Z_{mn} + 2 \sum_{i=1}^{m-1} (Z_{i,0} + Z_{i,n}) + 2 \sum_{j=1}^{n-1} (Z_{0,j} + Z_{m,j}) + 4 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} Z_{i,j} \right] \quad (2)$$

где  $h$  – шаг сети;

$i, j$  – нумерация узлов сети;

$Z_{i,j}$  – аппликаты соответствующих узлов сети.

В работе [2] показано, что добавление уравнения (2) к системе уравнений (1) и освобождение параметра  $kP_{i,j}$  позволяет управлять перекрываемым объемом за счет варьирования параметра  $kP_{i,j}$ .

В работе [3] выведена формула зависимости между перекрываемым объемом, параметрами опорного контура и внешней формообразующей нагрузкой:

$$\begin{aligned}
V = & \frac{h^2}{4} (Z_{00} + Z_{m0} + Z_{0n} + Z_{mn}) + \\
& + \sum_{i=1}^{m-1} \left[ Z_{i,0} \left( \frac{h^2}{2} - k_{i,1} \right) + Z_{i,n} \left( \frac{h^2}{2} - k_{i,n+1} \right) \right] + \sum_{j=1}^{m-1} \left[ Z_{0,j} \left( \frac{h^2}{2} - k_{1,j} \right) + Z_{m,j} \left( \frac{h^2}{2} - k_{m-1,j} \right) \right] - \\
& - \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} k_{i,j} k P_{i,j},
\end{aligned} \tag{3}$$

где  $k_{i,j}$  определяются при решении системы уравнений (5) в [4].

*Постановка задачи.* При формировании безмоментных покрытий статико-геометрическим методом с опорными контурами из повторяющихся элементов представляют интерес формулы для определения аппликат узлов опорного контура по заданным его параметрам и номеру узла для составной линии целиком, а не для отдельных элементов.

*Основная часть.* Безмоментными называют пространственные архитектурные покрытия, в которых не возникают значительные изгибающие моменты под действием собственного веса. К ним относятся безмоментные оболочки (своды), различные вантовые системы, структурные конструкции, пневматические оболочки и др. Основным их достоинством является соответствие геометрической формы взаимодействию внутренних напряжений, что позволяет экономить строительные материалы.

Поверхности таких покрытий математически описываются дифференциальными уравнениями, которые в большинстве случаев, невозможно перевести в аналитические. Поэтому, решение задачи выполняется приближенно, с использованием численных методов в дискретном виде на заданной в плане сетке (рис. 1).

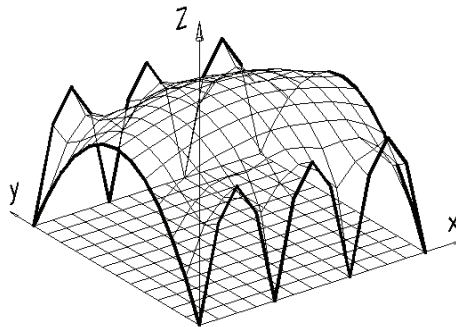


Рисунок 1 – Дискретная модель безмоментного покрытия.

Одним из таких способов является метод конечных разностей, наглядной интерпретацией которого является статико-геометрический метод.

В основе статико-геометрического метода лежит формирование дискретных каркасов поверхностей под действием усилий, возникающих в связях дискретной сети, которые уравниваются внешними усилиями, приложенными к узлам сети [5].

В частных случаях усилия в связях можно выразить через координаты узлов звезды сети (группы смежных узлов). Тогда равновесие сети описывается системой линейных уравнений, каждое из которых является рекуррентной формулой и связывает зависимость координаты узлов звезды сети с внешней нагрузкой, приложенной к центральному узлу сети. При этом, внешняя нагрузка задается в виде вертикальных усилий, что соответствует собственному весу элементов покрытия. При таком распределении усилий сети получаем дискретную модель безмоментного покрытия.

Форму сети, которая является дискретной моделью поверхности оболочки, можно варьировать за счет изменения параметров внешней нагрузки и параметров опорного контура.

Исходные данные при формировании таких сетей должны быть заданы в дискретном виде. Поэтому, представляет интерес переход от аналитического задания опорного контура к дискретному в виде формулы, которая позволяет определить необходимую координату узла опорного контура по его номеру.

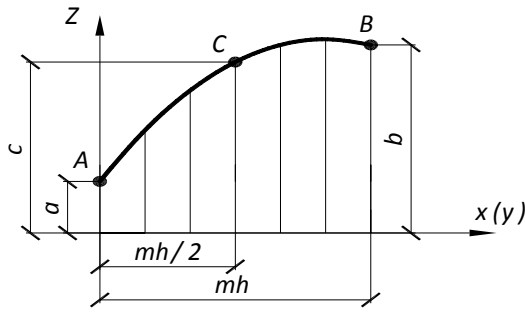
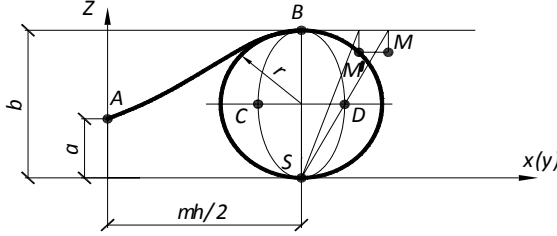
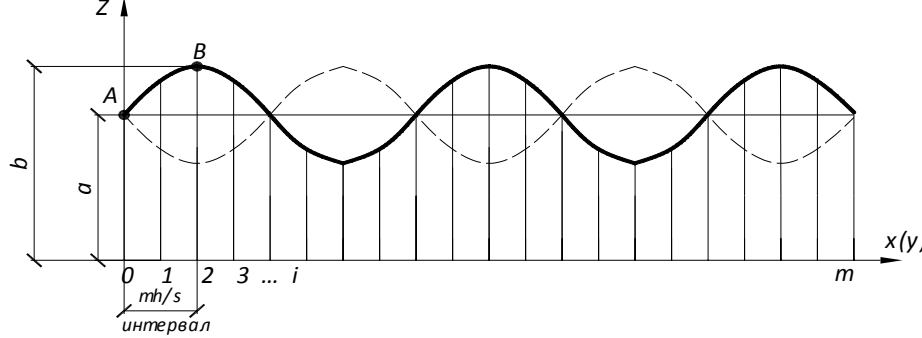
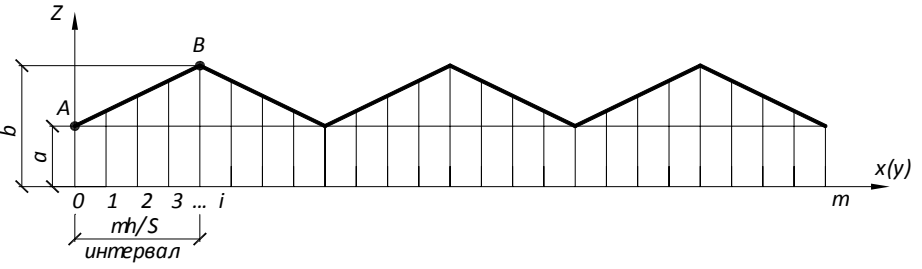
Дискретизация одной линии опорного контура не представляет сложности, и формула для определения координат узлов получается простой заменой аргумента функции дискретным параметром  $i \times h$ , где  $i$  – номер узла;  $h$  – шаг сети.

Для составной линии опорного контура из повторяющихся элементов приходится учитывать как условия симметрии элементов контура, так и нумерацию интервалов, которым соответствуют элементы контура.

В табл. 1 приведены простейшие сплошные и составные кривые с обозначением переменных параметров.

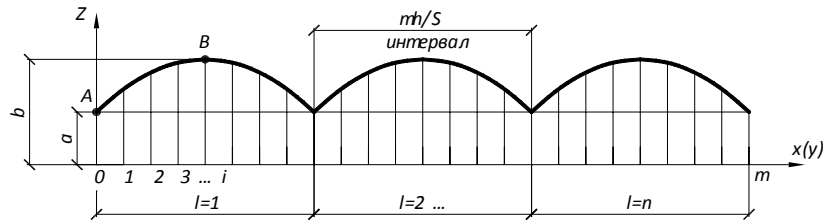
В табл. 2 приведены аналитические уравнения кривых в соответствии с табл. 1 и формулы для определения аппликаты произвольного узла контура по его номеру на заданной в плане сетке.

Таблица 1

<p>1.</p>	<p style="text-align: center;">Парабола</p> 
<p>2.</p>	<p style="text-align: center;">Обобщенная верзиера</p> 
<p>3.</p>	<p style="text-align: center;">Синусоида</p> 
<p>4.</p>	<p style="text-align: center;">Ломаная из отрезков прямой</p> 

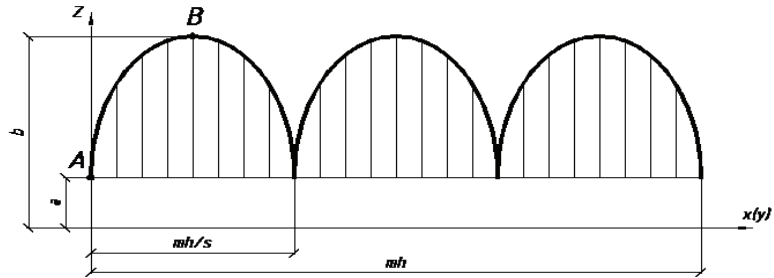
5.

Ломаная из дуг парабол



6.

Составная кривая из полуэллипсов



7.

Ломаная из дуг парабол

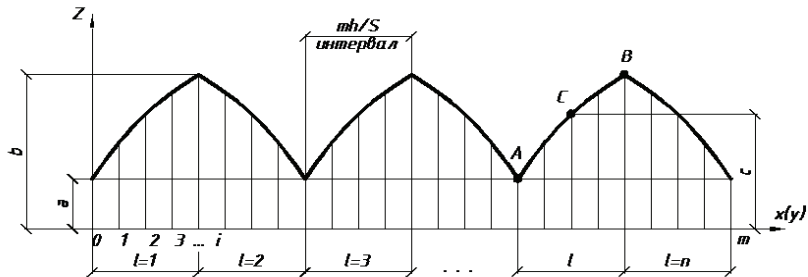


Таблица 2

№ контура	Аналитическое уравнение кривой или куска на одном интервале	Аппликата произвольного узла
1	2	3
1.	$Z = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$	$Z_i = a + \frac{i(4c - b - 3a)}{m} + \frac{i^2(2a + 2b - 4c)}{m^2}$
2.	$Z = \frac{4a_0^2 a_1 a_2}{4x(a_2 - a_1)(x - 2a_0) + 4a_0^2 a_2}$	$Z_i = \frac{abm^2}{4i(b - a)(i - m) + bm^2}$
3.	$Z = a_0 + a_1 \sin x$	$Z_i = a + (b - a) \sin \frac{90^\circ i s}{m}$

Закінчення табл. 2

1	2	3
4.	$Z = a_0 + a_1x$	$Z_i = \frac{si(a-b)(-1)^l}{m} - l(a-b)(-1)^l + \frac{a+b+(a-b)(-1)^l}{2};$
5.	$Z = a_0 + a_1x + a_2x^2$	$Z_i = \frac{(a-b)[2is-m(2l-1)]^2}{m^2} + b$
6.	$\frac{(x-x_0)^2}{a_0^2} + \frac{(Z-Z_0)^2}{a_1^2} = 1$	$Z_i = \left  \frac{(b-a)\sqrt{m^2 - [2is-m(2l-1)]}}{m} \right  + a$
7.	$Z = a_0 + a_1x + a_2x^2$	$Z_i = \frac{2[si-m(l-1)]^2(a+b-2c)}{m^2} + \frac{[si-m(l-1)][-2(a+b)-(-1)^l(b-a)+4c]}{m} + \frac{a+b+(b-a)(-1)^l}{2};$
	<p>где <math>a_i</math> – коэффициенты в уравнении линии;</p> <p><math>x_0, Z_0</math> – координаты центра центральноорганизованной кривой.</p>	<p>где <math>a, b, c</math> – аппликаты заданных узлов;</p> <p><math>h</math> – шаг сетки в плане;</p> <p><math>m</math> – число разбиений стороны плана;</p> <p><math>i</math> – номер узла;</p> <p><math>s</math> – число интервалов составной линии контура;</p> <p><math>l</math> – номер интервала.</p>

Выводы и перспективы дальнейших исследований.

Предложенные формулы для определения координат узлов опорного контура поверхности безмоментного покрытия, состоящего как из сплошных, так и из составных линий по номеру узла, позволяют управлять параметрами опорного контура, что в свою очередь, позволяет управлять формой поверхности покрытия.

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Ковалёв С.Н., Юзефчук Формирование дискретно представленной поверхности, перекрывающей заданный объём. Труды Таврической – Мелитополь 1997. – Вып. 4. – с. 13-14.
2. Самостян В.Р. Вплив геометричних вимог на процеси дискретного моделювання технічних об'єктів. Дис. канд. техн. наук: 05.01.01. – К.:2012- 152с.

3. Мостовенко Ал-ндр В. Определение зависимости между формообразующими параметрами дискретной модели безмоментного покрытия//Енергоефективність в будівництві та архітектурі. – К.:КНУБА, 2013-Вип. 4. – с.195-200.

4. Ковальов С.М., Мостовенко Ол-ндр В. Дискретне моделювання поверхонь, що перекривають заданий об'єм на квадратному плані. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.:КНУБА, 2010-Вип.85. – с.29-32.

5. Ковалёв С.Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных конструкций/С.Н. Ковалев//Дисс. докт. техн. наук:05.01.01.-М.:МАИ,1986. – 257 с.

#### REFERENCES

1. Kovalev S.N., Yuzefchuk Formation discretely represented surface overlying a predetermined volume. Works – Melitopol Tauris, 1997. – Issue. 4. – With. 13-14. (Rus)

2. Samostyan V.R. The influence of the geometrical requirements for modeling discrete processes of technical objects. Dis. candidate. Sc. sciences: 05.01.01. – К.: 2012 – 152. (Ukr)

3. Mostovenko A.V. Determination of the relationship between the forming parameters of the discrete model of the membrane coating // Energoefektivnist in budivnitstvi that arhitekturi. – К.: KNUBA, 2013 Vip.4. – P.195 -200.(Rus)

4. Kovalev S.M., Mostovenko O.V. Discrete modelyuvannya poverhon scho perekrivayut ob'em jobs per square plani. Applied geometriya that inzhenerna grafika. – К.: KNUBA, 2010 Vip.85. – P.29- 32. (Rus)

5. Kovalev S.N. Formation of discrete surface models spatial structures / S.N. Kovalev // Diss. Doctor. tehn. Sciences: 05.01.01.-M. : MAI 1986. – 257. (Rus)

#### РЕФЕРАТ

Мостовенко О.В. Дискретизація суцільних і складених ліній опорних контурів для формування поверхонь безмоментних покриттів / А.В. Мостовенко // Вісник Національного транспортного університету. – К.: НТУ, 2013. – Вип. 28.

Поверхні безмоментних покриттів, таких як безмоментної оболонки (склепіння), вантові покриття, структурні конструкції та ін. математично описуються диференціальними рівняннями, які в загальному випадку не наводяться до аналітичних. Тому, вони вирішуються чисельними методами, зокрема, методом кінцевих різниць на заданій в плані сітці.

Наочною інтерпретацією методу кінцевих різниць є статико-геометричний метод, який припускає завдання вихідних даних у дискретному вигляді.

У доповіді наведені формули для визначення координат вузлів опорного контуру, що складається як із суцільних, так і із складених ліній за номером вузла. Формули дозволяють управляти параметрами опорного контуру, що в свою чергу, дозволяє управляти формою поверхні покриття.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** БЕЗМОМЕНТНІ ПОКРИТТЯ, ДИСКРЕТИЗАЦІЯ СУЦІЛЬНИХ ЛІНІЙ, МЕТОД КІНЦЕВИХ РІЗНИЦЬ, СТАТИКО ГЕОМЕТРИЧНИЙ МЕТОД.

#### ABSTRACT

Mostovenko A.V. Sampling of solid and composite contour lines of support for the formation of surface coatings momentless. Visnyk National Transport University. – Kyiv. National Transport University. 2013. – Vol. 28.

Momentless surface coatings, such as the moment free shell (arches), cable-stayed coatings, structural design and other mathematically described by differential equations, which are generally not given to analytical. Therefore, they are solved by numerical methods such as finite difference method on a predetermined plane in a grid.

Visual interpretation of the finite difference method is a static-geometric method, which involves setting the initial data in a discrete form.

The report provides formulas for determining the coordinates of the nodes of the reference circuit consisting of both solid and composite lines of the node number. Formulas to the parameters of the reference circuit, which, in turn, allows you to control the surface shape of the coating.

KEY WORDS: MOMENTS COVERAGE, SAMPLING SOLID LINE, FDTD METHOD, GEOMETRIC METHODS.

#### РЕФЕРАТ

Мостовенко А.В. Дискретизация сплошных и составных линий опорных контуров для формирования поверхностей безмоментных покрытий / А.В. Мостовенко // Вестник Национального транспортного университета. – К.: НТУ, 2013. – Вып. 28.

Поверхности безмоментных покрытий, таких как безмоментные оболочки (своды), вантовые покрытия, структурные конструкции и др. математически описываются дифференциальными уравнениями, которые в общем случае не приводятся к аналитическим. Поэтому, они решаются численными методами, в частности, методом конечных разностей на заданной в плане сетке.

Наглядной интерпретацией метода конечных разностей является статико-геометрический метод, который предполагает задание исходных данных в дискретном виде.

В докладе приведены формулы для определения координат узлов опорного контура, состоящего как из сплошных, так и из составных линий по номеру узла. Формулы позволяют управлять параметрами опорного контура, что в свою очередь, позволяет управлять формой поверхности покрытия.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: БЕЗМОМЕНТНЫЕ ПОКРЫТИЯ, ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СПЛОШНЫХ ЛИНИЙ, МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ, СТАТИКО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД.

#### АВТОРИ:

Мостовенко Олександр Володимирович, Київський національний університет будівництва і архітектури, асистент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки, e-mail: a.mostovenko25@gmail.com, тел. +380506099097 Україна, 03680, м. Київ, п-т. Повітрофлоцький 31.

#### AUTHOR:

Mostovenko Aleksandr Volodumirovych, Kyiv national university of construction and architecture, Assistant of the Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics, e-mail: a.mostovenko25 @ gmail.com, tel. +380506099097 Ukraine, 03680, Kyiv, p-t. Povitroflotskyu 31.

#### АВТОРЫ:

Мостовенко Александр Владимирович, Киевский национальный университет строительства и архитектуры, ассистент кафедры начертательной геометрии и инженерной графики, e-mail: a.mostovenko25 @ gmail.com, тел. +380506099097 Украина, 03680, г. Киев, п-т. Повитрофлоцький 31.

#### РЕЦЕНЗЕНТИ:

Мельниченко О.І., кандидат технічних наук, професор, Національний транспортний університет, професор кафедри транспортного права і логістики, Київ, Україна.

Цюцюра С.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, професор кафедри інформаційних технологій, Київ, Україна.

#### REVIEWER:

Melnichenko O.I, Ph.D., Professor, National Transport University, Professor of Law and transport logistics, Kyiv, Ukraine.

Tsutsura S.V., PhD, Professor, Kyiv National University of Construction and Architecture, Professor, Department of Information Technology, Kyiv, Ukraine.