

КОЛИВАННЯ КРИВОЛІНІЙНОГО ТРУБОПРОВОДУ З РУХОМОЮ РІДИНОЮ

Кикоть С.В., кандидат фізико-математичних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна

OSCILLATIONS OF CURVILINEAR CONDUIT WITH MOVING FLUID

Kykot' S.V., Ph.D., (Phys.-Math.), National Transport University, Kyiv, Ukraine

КОЛЕБАНИЯ КРИВОЛИНЕЙНОГО ТРУБОПРОВОДА С ПОДВИЖНОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Кикоть С.В., кандидат физико-математических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина

У науковій монографії [1] та статтях [2,3,4,5] розглянуто задачі динаміки систем з рухомим інерційним навантаженням. Запропонований метод виділення та наближеного дослідження одночастотних двохвильових коливань процесів в механічних системах з рухомим навантаженням, який побудовано у науковій праці [2], використаємо до розв'язання задачі про коливання підвішеного пружного трубопроводу з поздовжнім натягом.

Мета роботи полягає у вивченні впливу швидкості руху потоку рідини на власні частоти коливань та стійкість трубопроводу.

Постановка задачі та методика розв'язання.

1. Коливання підвішеного пружного трубопроводу з поздовжнім натягом.

У роботі розглядається криволінійний трубопровід, початковий прогин якого визначається рівнянням параболи

$$y(x) = -\frac{4f(l-x)x}{l^2},$$

де f – величина прогину (стріла прогину),

l – довжина прольоту.

Розглянемо малі коливання пружного трубопроводу з протікаючою рідиною. Праву опору зафіксуємо, при деформуванні труби під дією власної ваги (рисунок 1). Реакцію опору H зрівноважимо натягом, обумовленим провисанням під власною вагою (тому при розв'язанні задачі будемо вважати, що $H=0$).

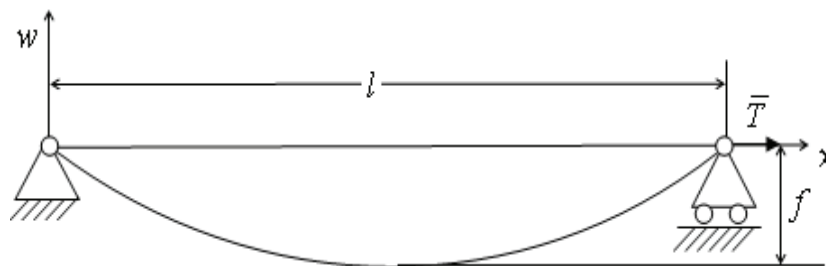


Рисунок 1 – Схема підвішеного пружного трубопроводу з рухомою опорою

Коливання пружного трубопроводу з врахуванням поздовжнього натягу T та власної ваги опишемо рівнянням

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\rho_2 v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - (T - \rho_2 v^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -\rho g, \quad (1)$$

де $T = const$, та граничними умовами $w(0,t) = 0$, $w(l,t) = 0$, $w''(0,t) = 0$, $w''(l,t) = 0$.

Деформування криволінійного трубопроводу відносно горизонтальної осі визначаємо у вигляді

$$w(x,t) = y(x) + u(x,t) + u_0(x), \quad (2)$$

де $u(x,t)$ – прогин під дією протікаючої рідини з врахуванням сил інерції,

$u_0(x)$ – прогин під дією власної ваги; $y(x)$ - початковий прогин.

Враховуючи (2), рівняння (1) набуває вигляду:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\rho_2 v \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} - (T - \rho_2 v^2) \left(y''(x) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{d^2 u_0}{dx^2} \right) + EJ \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{d^4 u_0}{dx^4} \right) = -\rho g. \quad (3)$$

Виділивши з рівняння (3) незалежні від часу складові, одержуємо рівняння для визначення форми прогину під дією власної ваги трубопроводу та рухомої рідини.

$$EJ \frac{d^4 u_0}{dx^4} - (T - \rho_2 v^2) \left(\frac{8f}{l^2} + \frac{d^2 u_0}{dx^2} \right) = -\rho g,$$

або

$$u_0''(x) - \frac{T - \rho_2 v^2}{EJ} u_0(x) = - \left[\frac{\rho g l^2 - 8f(T - \rho_2 v^2)}{EJ l^2} \right] \frac{x^2}{2} + Cx + D \quad (4)$$

із граничними умовами $u_0(0) = 0$, $u_0(l) = 0$, $u_0'(0) = 0$, $u_0'(l) = 0$.

Форма провисання під дією власної ваги визначається розв'язком рівняння (4) і має вигляд:

1. При значеннях натягу $T > \rho_2 v^2$

$$u_0(x) = -\frac{P}{\lambda^4} \left[\frac{1}{sh \lambda l} (sh \lambda(l-x) + sh \lambda x) - 0.5 \lambda^2 (x^2 - xl) - 1 \right]. \quad (5)$$

2. При значеннях натягу $T < \rho_2 v^2$

$$u_0(x) = \frac{P}{\lambda^4} \left[\left(\frac{\cos \lambda l - 1}{\sin \lambda l} \sin \lambda x - \cos \lambda x + 1 \right) - 0.5 \lambda^2 (x^2 - xl) \right], \quad (6)$$

де

$$P = - \left[\frac{\rho g l^2 - 8f(T - \rho_2 v^2)}{EJ l^2} \right], \quad \lambda^2 = \frac{T - \rho_2 v^2}{EJ}.$$

Коливання трубопроводу під дією рухомого інерційного навантаження відносно положень статичної рівноваги (5) та (6) описується диференціальним рівнянням

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\rho_2 v \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} - (T - \rho_2 v^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + EJ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0 \quad (7)$$

та граничними умовами $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$, $u''(0,t) = 0$, $u''(l,t) = 0$.

Ця задача розв'язується аналогічно задачі про коливання пружного трубопроводу з рухомою рідиною [3]. В результаті одержуємо, рівняння для визначення безрозмірних параметрів частоти ω_0 та ексцес форм θ в залежності від параметра швидкості v_0 із врахуванням поздовжнього натягу T

$$4\theta^6 + \left(4(2 + T_0 - v_0^2) + 3(kv_0)^2 \right) \theta^4 + \left((2 + T_0 - v_0^2)^2 - (2 - T_0 + v_0^2)(kv_0)^2 \right) \theta^2 = (1 + T_0 - v_0^2)(kv_0)^2,$$

$$\omega_{0,1,2} = \pm \sqrt{\theta^4 + (6 + T_0 - (1 - k^2)v_0^2)\theta^2 + 1 + T_0 - v^2 - kv_0\theta}, \quad (8)$$

де безрозмірні параметри θ , v_0 , ω_0 визначаються співвідношеннями

$$\theta = \gamma \frac{l}{\pi}, \quad v_0^2 = \frac{\rho_2}{EJ} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 v^2, \quad \omega_0^2 = \frac{\rho_1 + \rho_2}{EJ} \left(\frac{l}{\pi}\right)^4 \omega^2, \quad k = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}}, \quad 0 < k < 1,$$

а параметр безрозмірного натягу: $T_0 = \frac{Tl^2}{EJ\pi^2}$.

Із розв'язку системи рівнянь (8) встановлюємо, що поздовжній натяг конструкції так як і сили тертя [4] підвищує значення критичної швидкості рухомого навантаження.

3. При $T = \rho_2 v^2$ маємо

$$u_0(x) = -\frac{\rho g}{24EJ} (x^3 - 2lx^2 + l^3)x. \quad (9)$$

Динамічна задача в цьому випадку описується рівнянням

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\rho_2 v \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + EJ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0. \quad (10)$$

У відповідності з алгоритмом побудови розв'язку [3], система рівнянь для визначення безрозмірних параметрів частоти та ексцес форм для випадку, коли поздовжній натяг урівноважений силами інерції записуються у вигляді

$$4\theta^6 + (8 + 3(kv_0)^2)\theta^4 + 2(2 - (kv_0)^2)\theta^2 - (kv_0)^2 = 0, \quad (11)$$

$$\omega_{0,1,2} = \pm \sqrt{\theta^4 + (6 + (kv_0)^2)\theta^2 + 1 - kv_0\theta}.$$

Аналіз системи (11) вказує на відсутність критичної швидкості рухомого навантаження.

2. Провисання пружного прямого трубопроводу.

Деформування трубопроводу з рухомою рідиною $u(x, t)$ будемо відраховувати від прогину $u_0(x)$, як показано на рисунку 2.

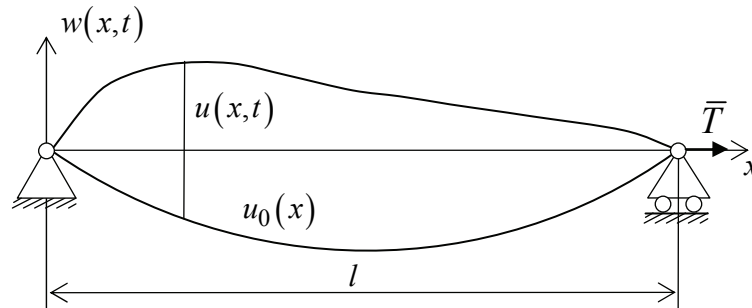


Рисунок 2 – Схема провисання та деформування пружного трубопроводу

Провисання $u_0(x)$ труби з рухомою рідиною відбувається за впливу власної розподіленої ваги ρg , кінцевого натягу T та жорсткості труби.

Таким чином, положення трубопроводу відносно нерухомого прогину $w(x, t)$ визначасмо сумою

$$w(x, t) = u(x, t) + u_0(x). \quad (12)$$

Рівняння коливань пружного трубопроводу з рухомим навантаженням із врахуванням поздовжнього натягу T та власної ваги набуває вигляду

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\rho_2 v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - (T - \rho_2 v^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -\rho g,$$

при граничних умовах $w(0, t) = 0$, $w(l, t) = 0$, $w''(0, t) = 0$, $w''(l, t) = 0$.

Коливання трубопроводу з рухомим навантаженням відносно провисання $u_0(x)$ з урахуванням (12) описує рівняння

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\rho_2 v \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} - (T - \rho_2 v^2) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{d^2 u_0}{dx^2} \right) + EJ \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{d^4 u_0}{dx^4} \right) = -\rho g. \quad (13)$$

Розглянемо коливання трубопроводу при сталому кінцевому натягу $T = const$ та сталій швидкості руху рідини $v = const$. Виділивши з рівняння (13) незалежні від часу складові

$$EJ \frac{d^4 u_0}{dx^4} - (T - \rho_2 v^2) \frac{d^2 u_0}{dx^2} = -\rho g, \quad (14)$$

визначимо провисання труби залежно від величини натягу $T > \rho_2 v^2$, $T < \rho_2 v^2$ та $T = \rho_2 v^2$.

Граничні умови для функції $u_0(x)$, які відповідають шарнірному закріпленню кінців, мають вигляд

$$u_0(0) = 0, \quad u_0''(0) = 0, \quad u_0(l) = 0, \quad u_0''(l) = 0. \quad (15)$$

Форма провисання $u_0(x)$ під дією власної ваги визначається розв'язком рівняння (14) при граничних умовах (15) і має вигляд:

1. При величині натягу $T > \rho_2 v^2$

$$u_0(x) = -\frac{\rho g}{EJ \lambda^4} \left[\frac{1}{sh \lambda l} (sh \lambda (l-x) + sh \lambda x) - 0.5 \lambda^2 (x^2 - xl) - 1 \right]. \quad (16)$$

2. При $T < \rho_2 v^2$

$$u_0(x) = \frac{\rho g}{EJ \lambda^4} \left[\left(\frac{\cos \lambda l - 1}{\sin \lambda l} \sin \lambda x - \cos \lambda x + 1 \right) - 0.5 \lambda^2 (x^2 - xl) \right], \quad (17)$$

де $\lambda^2 = \frac{T - \rho_2 v^2}{EJ}$.

3. При натягу $T = \rho_2 v^2$ форма провисання має вигляд

$$u_0(x) = -\frac{\rho g}{24EJ}(x^3 - 2lx^2 + l^3)x.$$

Деформування трубопроводу під дією рухомого інерційного навантаження залежно від значення кінцевого натягу T описуємо диференціальним рівнянням

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\rho_2 v \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} - (T - \rho_2 v^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + EJ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0 \quad (18)$$

та граничними умовами $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$, $u''(0,t) = 0$, $u''(l,t) = 0$.

Розв'язок цієї задачі такий, як розв'язок задачі про коливання пружного трубопроводу з рухомою рідиною, побудований у роботі [3].

Таким чином, для коливання пружного криволінійного трубопроводу з рухомою опорою встановлено форми статичної рівноваги, відносно яких відбувається коливний процес конструкції з рухомих навантаженням за впливу початкового натягу та власної ваги.

Одержані результати є основою для подальшого розвитку прямих методів при побудові наближених розв'язків ускладнених динамічних систем.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Горошко О. О. Двохвильові процеси в механічних системах / Горошко О.О., Дем'яненко А.Г., Киба С.П. – К.: Либідь, 1991. – 188 с.
2. Горошко О. О. Одночастотні динамічні процеси в системах з рухомих інерційним навантаженням / О. О. Горошко, С. В. Кикоть // Комплексний аналіз і течії з вільними границями. К.: Ін-т математики, 2010. – Т. 7, № 2. – С. 347–356. – (Праці / Ін-т математики НАН України).
3. Кикоть С.В. Дослідження коливань пружної балки з рухомих інерційним навантаженням прямими методами / С. В. Кикоть // Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки. Вип. №1. – 2002. – С. 101-106.
4. Кикоть С. В. Оцінка додаткового натягу силами тертя в системах з рухомих навантаженням / С. В. Кикоть // Вісник Київського університету. Серія : фіз.-мат. науки. – 2002. – № 4. – С. 59–62.
5. Païdoussis M. P. The canonical problem of the fluid-conveying pipe and radiation of the knowledge gained to other dynamics problems across Applied Mechanics / M. P. Païdoussis // Journal of Sound and Vibration, 2008 – 310. – P. 462–492.

REFERENCTS

1. Goroshko O. O., Kiba S. P., Dem'yanenko A. G Two-waves processes in mechanical systems. Kyiv: Lybid, 1991. 188 p. (Ukr)
2. Goroshko O. O., Kykot S. V. One-frequency processes in the systems on moving inertial loading. Complex analysis and flows with free boundaries. K.: Institute of Mathematics, 2010. Vol. 7, No. 2. P. 347–356. (Ukr)
3. Kykot S. V. The investigations of the oscillations of an elastic beam with movable inertial loading by means of the direct methods. Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kiev. Series: Physics & Mathematics. 2002. No 1. P. 101–106. (Ukr)
4. Kykot S. V. Evaluation of additional tension through friction forces in systems with moving load. Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kiev. Series: Physics & Mathematics. 2002. No 4. P. 59–62. (Ukr)
5. Païdoussis M. P. The canonical problem of the fluid-conveying pipe and radiation of the knowledge gained to other dynamics problems across Applied Mechanics. Journal of Sound and Vibration, 2008. 310. P. 462–492.

РЕФЕРАТ

Кикоть С.В. Коливання криволінійного трубопроводу з рухомою рідиною / С.В. Кикоть // Вісник Національного транспортного університету. – К. : НТУ, 2014. – Вип. 29.

У статті розглянуто коливання пружного криволінійного трубопроводу з потоком рідини відносно статичної форми рівноваги. При побудові математичної моделі коливного процесу в повністю враховані сили інерції рухомого навантаження.

Об'єкт дослідження – пружний криволінійний трубопровід з потоком рідини.

Мета роботи – вивчення впливу швидкості руху потоку рідини на власні частоти коливань та встановлення форм статичної рівноваги.

Методи дослідження – метод виділення та наближеного дослідження одночастотних двохвильових коливних процесів в механічних системах з рухомим навантаженням та загально прийняті методи розв'язку диференціальних рівнянь.

Для коливання пружного криволінійного трубопроводу з рухомою опорою встановлено форми статичної рівноваги, відносно яких відбувається коливний процес конструкції за впливу початкового натягу та власної ваги. Наявність поздовжнього натягу конструкції підвищує значення критичної швидкості рухомого навантаження.

Результати статті можуть бути основою для подальшого розвитку прямих методів при побудові наближених розв'язків ускладнених динамічних систем.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження – повне врахування сил інерції рухомого навантаження дає можливість якісно виявити основні характеристики динамічних процесів конструкції з рухомим навантаженням.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ПРУЖНИЙ ТРУБОПРОВІД, РУХОМЕ НАВАНТАЖЕННЯ, ДВОХВИЛЬОВИЙ КОЛИВНИЙ ПРОЦЕС, ЧАСТОТА КОЛИВАНЬ, ЕКСЦЕС, КРИТИЧНА ШВИДКІСТЬ.

ABSTRACT

Kykot' S.V. Oscillations of curvilinear conduit with moving fluid. Visnyk National Transport University. – Kyiv. National Transport University. 2014. – Vol. 29.

The paper deals with oscillations of an elastic curvilinear conduit containing fluid flow with pin and roller supported ends. The inertia forces of the moving load in full are taken into consideration in the mathematical model construction.

Object of study is an elastic curvilinear conduit containing fluid flow with pin and roller supported ends.

The aim of the paper is investigation of influence of the fluid flow velocity on the natural-vibration frequencies and determination forms of static equilibrium.

Method of study is based on extraction and approximate investigation of one-frequency two-wave oscillation processes in mechanical structures with moving loads and generally accepted methods for solving differential equations

The forms of static equilibrium are determined for the oscillations of an elastic curvilinear conduit with pin and roller supports under initial tension and own weight. Occurrence of longitudinal tension in construction increases the values of the critical velocity of moving loads.

The results of the paper may be used for further developments of direct methods for constructing approximate solutions of complicated dynamic systems.

Forecast assumptions about the object of study – taking into consideration of the inertia forces of moving load in full gives an opportunity qualitatively reveal the basic characteristics of dynamics of a structure with a moving load.

KEY WORDS: ELASTIC CONDUIT, MOVING LOADING, DOUBLE WAVE OSCILLATION PROCESS, OSCILLATION FREQUENCY, EXCESSES, CRITICAL VELOCITY.

РЕФЕРАТ

Кикоть С.В. Колебания криволинейного трубопровода с подвижной жидкостью / С.В. Кикоть// Вестник Национального транспортного университета. – К. : НТУ, 2014. – Вып. 29.

Рассмотрены колебания упругого криволинейного трубопровода с потоком жидкости относительно статичной формы равновесия. При построении математической модели колебательного процесса в полном составе учтены силы инерции подвижной нагрузки.

Объект исследования – упругий криволинейный трубопровод с потоком жидкости.

Цель работы – изучение влияния скорости движения потока жидкости на собственные частоты колебаний и установление форм статического равновесия.

Методы исследования – метод выделения и приближенного исследования одночастотных двухволновых колебательных процессов в механических системах с подвижной нагрузкой и общепринятые методы решения дифференциальных уравнений.

Для колебания упругого криволинейного трубопровода с подвижной опорой установлены формы статического равновесия относительно которых происходит колебательный процесс конструкции под действием начального натяжения и собственного веса.

Результаты статьи могут быть основой для дальнейшего развития прямых методов при построении приближенных решений усложненных динамических систем.

Прогнозные предположения о развитии объекта исследования – полный учет сил инерции подвижной нагрузки дает возможность качественно выявить основные характеристики динамики конструкции с подвижной нагрузкой.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: УПРУГИЙ ТРУБОПРОВОД, ПОДВИЖНАЯ НАГРУЗКА, ДВУХВОЛНОВОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕСС, ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ, ЭКСЦЕСС, КРИТИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ.

АВТОР:

Кикоть Сергій В'ячеславович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки, e-mail: s.v.kykot@gmail.com, тел. +380673872013, Україна, 01010, м. Київ, вул. Суворова, 1, к. 612.

AUTHOR:

Kykot' Sergiy V., Ph.D., (Phys.-Math.), associated professor, National Transport University, associated professor, department of theoretical and applied mechanics, e-mail: s.v.kykot@gmail.com, tel. +380673872013, Ukraine, 01010, Kyiv, Suvorova str. 1, of. 612.

АВТОР:

Кикоть Сергей Вячеславович, кандидат физико-математических наук, доцент, Национальный транспортный университет, доцент кафедры теоретической и прикладной механики, e-mail: s.v.kykot@gmail.com, тел. +380673872013, Украина, 01010, г. Киев, ул. Суворова, 1, к. 612.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Горошко О.О., доктор фізико-математичних наук, професор, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, професор кафедри теоретичної та прикладної механіки, Київ, Україна.

Рассказов О.О. доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, професор кафедри теоретичної та прикладної механіки, Київ, Україна.

REVIEWER:

Goroshko O.O., Dr. Sci. (Phys.-Math.), full professor, Taras Shevchenko National University of Kyiv, professor, department of theoretical and applied mechanics, Kyiv, Ukraine.

Rasskazov O.O. Dr. Sci., full professor, National Transport University, professor, department of theoretical and applied mechanics, Kyiv, Ukraine.