

ЗАДАЧИ ПРО ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК
ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ
ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Мейш Ю.А., Національний транспортний університет, Київ, Україна

PROBLEMS OF FORCED OSCILLATIONS CYLINDRICAL SHELLS
ELLIPTICAL CROSS-SECTION ON ELASTIC FOUNDATION
UNDER NON-STATIONARY LOADS

Meish Yu.A., National Transport University, Kiev, Ukraine

ЗАДАЧИ О ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК
ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ
ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НАГРУЗКАХ

Мейш Ю.А., Национальный транспортный университет, Киев, Украина

Постановка проблеми.

Визначення динамічних характеристик напружено-деформованого стану оболонок при взаємодії з навколишнім середовищем є актуальною проблемою при проектуванні технічних засобів видобутку нафти та газу. Експериментальне дослідження таких процесів пов'язане із значними труднощами. Тому, задачі математичного моделювання взаємодії пружних оболонкових елементів конструкцій з навколишнім середовищем (вода, ґрунт та інш.) є актуальними.

При розгляді взаємодії пружних конструкцій з навколишнім середовищем існує два основних підходи постановки та розв'язку вказаних задач: моделювання навколишнього середовища згідно тривимірних рівнянь механіки суцільних середовищ та моделювання навколишнього середовища деякими інтегральними кінематичними та силовими параметрами, які діють на пружну конструкцію (пружні основи типу Вінклера, Пастернака тощо) [1, 2]. Розв'язок задач згідно першого підходу пов'язаний із значними алгоритмічними та обчислювальними труднощами [3]. Згідно другого підходу дія навколишнього середовища замінюється пружною основою, що в свою чергу приводить до спрощення постановки та розв'язку вихідних задач [2, 4]. В даній роботі розглянуто задачі про вимушені коливання циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі при нестационарних навантаженнях.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Як показує літературний огляд по темі дослідження, в цьому напрямку слід відмітити роботи по динамічній поведінці підкріплених циліндричних, сферичних та конічних оболонок на пружній основі Вінклера при нестационарних навантаженнях (випадок осесиметричних коливань) [4-8]. В цих роботах досліджено вплив пружної основи на напружено-деформований стан підкріплених оболонок при нестационарних коливаннях. Практично відсутні дослідження для випадку неосесиметричних коливань оболонок нестандартної геометрії на пружній основі. Нижче приведено випадок задачі про неосесиметричні коливання циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі Вінклера при нестационарних навантаженнях.

Мета роботи полягає у визначенні динамічних характеристик напружено-деформованого стану циліндричних оболонок еліптичного перерізу при взаємодії з навколишнім середовищем.

Виклад основного матеріалу.

Розглядається циліндрична оболонка еліптичного поперечного перерізу при дії розподіленого внутрішнього навантаження $P_3(s_1, s_2, t)$, де s_1, s_2 і t – просторові та часова координати. Коефіцієнти першої квадратичної форми та кривини координатної поверхні вихідної оболонки записуються наступним чином:

$$A_1 = 1, \quad k_1 = 0; \quad (1)$$

$$A_2 = (a^2 \cos^2 \alpha_2 + b^2 \sin^2 \alpha_2)^{1/2};$$

$$k_2 = ab(a^2 \cos^2 \alpha_2 + b^2 \sin^2 \alpha_2)^{-3/2};$$

$$s_1 = A_1 \alpha_1, \quad s_2 = A_2 \alpha_2.$$

де a і b – півосі еліпса, який характеризує поперечний переріз циліндричної оболонки.

Для виведення рівнянь коливань циліндричної оболонки на пружній основі використовується варіаційний принцип стаціонарності Гамільтона-Остроградського [1, 3, 5]. Після стандартних перетворень в варіаційному функціоналі отримуємо рівняння коливань гладкої циліндричної оболонки з еліптичним поперечним перерізом

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial s_1} + \frac{\partial S}{\partial s_2} = \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{22}}{\partial s_2} - k_2 T_{23} = \rho h \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial T_{13}}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{23}}{\partial s_2} - k_2 T_{22} - C_1 u_3 + P_3(s_1, s_2, t) = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial s_1} + \frac{\partial H}{\partial s_2} - T_{13} = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial H}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{22}}{\partial s_2} - T_{23} = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}.$$

В рівняннях (2) $u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2$ – компоненти узагальненого вектора переміщень середньої поверхні оболонки; ρ – густина матеріалу оболонки; h – товщина оболонки; C_1 – коефіцієнт Вінклера основи.

Величини зусиль та моментів в рівняннях коливань для оболонки (2) пов'язані з відповідними величинами деформацій наступними співвідношеннями:

$$T_{11} = B_{11}(\varepsilon_{11} + \nu_2 \varepsilon_{22}), \quad T_{22} = B_{22}(\varepsilon_{22} + \nu_1 \varepsilon_{11}); \quad (3)$$

$$M_{11} = D_{11}(\kappa_{11} + \nu_2 \kappa_{22}), \quad M_{22} = D_{22}(\kappa_{22} + \nu_1 \kappa_{11}), \quad H = D_{12} \kappa_{12};$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial s_1}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial s_2} + k_2 u_3;$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{\partial u_1}{\partial s_2} + \frac{\partial u_2}{\partial s_1}, \quad \varepsilon_{13} = \varphi_1 + \frac{\partial u_3}{\partial s_1}, \quad \varepsilon_{23} = \varphi_2 + \frac{\partial u_3}{\partial s_2} - k_2 u_2;$$

$$\kappa_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial s_1}, \quad \kappa_{22} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial s_2}, \quad \kappa_{12} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial s_2} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial s_1}.$$

В співвідношеннях (3) введено наступні позначення:

$$B_{11} = \frac{E_1 h}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad B_{22} = \frac{E_2 h}{1 - \nu_1 \nu_2};$$

$$B_{12} = G_{12} h, \quad B_{13} = G_{13} h, \quad B_{23} = G_{23} h;$$

$$D_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)}, \quad D_{22} = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)}, \quad D_{12} = G_{12} \frac{h^3}{12};$$

де $E_1, E_2, G_{12}, G_{13}, G_{23}, \nu_1, \nu_2$ – фізико-механічні параметри ортотропного матеріалу оболонки.

Рівняння коливань (2), (3) доповнюються відповідними граничними та початковими умовами.

Чисельний алгоритм розв'язування задачі.

Чисельний алгоритм розв'язування початково-красової задачі (2), (3) базується на застосуванні інтегро-інтерполяційного методу побудови різницевих співвідношень по просторовим координатам s_1, s_2 та явній апроксимації по часовій координаті t [3, 5–7, 9].

Розглянемо область $D = \{s_{10} \leq s_1 \leq s_{1N}; s_{20} \leq s_2 \leq s_{2N}\}$. Виберемо підобласть $D_{kl}^1 \subset D$, $D_{kl}^1 = \{s_{1k-1/2} \leq s_1 \leq s_{1k+1/2}; s_{2l-1/2} \leq s_2 \leq s_{2l+1/2}\}$ та проінтегруємо рівняння коливань (2) по цій підобласті. В результаті отримаємо наступні різницеві співвідношення знаходження розв'язку на $(n+1)$ -ому часовому шарі:

$$\frac{T_{11k+1/2,l}^n - T_{11k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{S_{k,l+1/2}^n - S_{k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} = \rho h (u_{1k,l}^n)_{\bar{t}}; \quad (4)$$

$$\frac{S_{k+1/2,l}^n - S_{k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{T_{22k,l+1/2}^n - T_{22k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} +$$

$$+ \frac{k_{2k,l}}{2} (T_{23k,l-1/2}^n + T_{23k,l+1/2}^n) = \rho h (u_{2k,l}^n)_{\bar{t}};$$

$$\frac{T_{13k+1/2,l}^n - T_{13k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{T_{23k,l+1/2}^n - T_{23k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} -$$

$$- \frac{k_{2k,l}}{2} (T_{22k,l+1/2}^n - T_{22k,l-1/2}^n) + P_{3k,l}^n = \rho h (u_{3k,l}^n)_{\bar{t}};$$

$$\frac{M_{11k+1/2,l}^n - M_{11k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{H_{k,l+1/2}^n - H_{k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} -$$

$$- \frac{1}{2} (T_{13k+1/2,l}^n + T_{13k-1/2,l}^n) = \rho \frac{h^3}{12} (\varphi_{1k,l}^n)_{\bar{t}};$$

$$\frac{H_{k+1/2,l}^n - H_{k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{M_{22k,l+1/2}^n - M_{22k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} -$$

$$- \frac{1}{2} (T_{23k,l+1/2}^n + T_{23k,l-1/2}^n) = \rho \frac{h^3}{12} (\varphi_{2k,l}^n)_{\bar{t}}.$$

Таким чином, в різницевих співвідношеннях величини узагальнених переміщень $u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2$ віднесені до цілих вузлів просторової різницевої сітки, а величини зусиль

та моментів (відповідно деформацій) – до напівцілих вузлів $(k \pm 1/2, l)$; $(k, l \pm 1/2)$. Для отримання узгоджених різницевих співвідношень для зусиль та моментів, рівняння (4) інтегруються по областям:

$$D_{kl}^2 = \{s_{1k-1} \leq s_1 \leq s_{1k}; \quad s_{2l-1/2} \leq s_2 \leq s_{2l+1/2}\};$$

$$D_{kl}^3 = \{s_{1k} \leq s_1 \leq s_{1k+1}; \quad s_{2l-1/2} \leq s_2 \leq s_{2l+1/2}\}$$

і т. д. В співвідношеннях (4) позначення різницевих похідних введено згідно [3, 8, 9].

Результати досліджень.

Як числовий приклад, розглядалася задача динамічної поведінки циліндричної панелі еліптичного перерізу при дії розподіленого внутрішнього імпульсного навантаження. Припускається, що всі сторони циліндричної панелі жорстко защемлені.

Розподілене імпульсне навантаження $P_3(s_1, s_2, t)$ задавалося наступним чином:

$$P_3(s_1, s_2, t) = A \cdot \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)],$$

де A – амплітуда навантаження; T – тривалість навантаження. В розрахунках покладалося: $A = 10^6$ Па; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с.

Задача розв’язувалася при наступних геометричних та фізико-механічних параметрах для циліндричної оболонки: $E_1 = E_2 = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$; $h = 10^{-2}$ м; $L = 0,4$ м. Параметри еліптичності поперечного перерізу при розрахунках поклалися наступними: 1) $a = b = 0,1$; 2) $a = 1,2b$. Розрахунки проводилися в області $D = \left\{ 0 \leq s_1 \leq L, \quad 0 \leq s_2 \leq A_2 \frac{\pi}{8} \right\}$ на часовому відрізку $0 \leq t \leq 80T$. На рис. 1, 2 представлені результати чисельних розрахунків для величин u_3 відповідно в перерізі $s_2 = 0$ вздовж координати s_1 – $0 \leq s_1 \leq L$. Враховуючи динамічний характер розподілення шуканих величин по просторовим координатам s_1, s_2 та часу t , проведемо аналіз напружено-

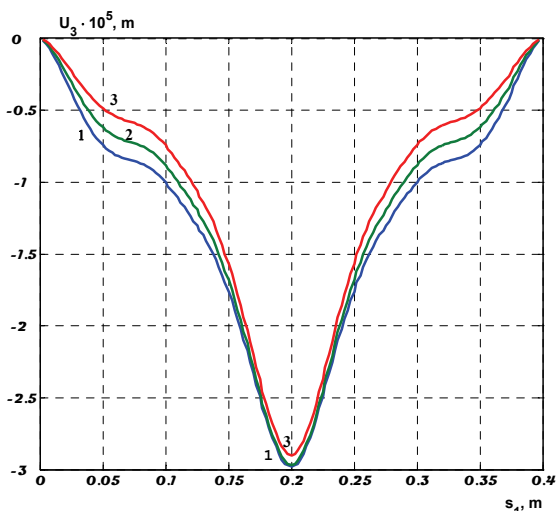


Рисунок 1 – Залежність величин u_3 від просторової координати s_1 в перерізі $s_2 = 0$ для випадку $a/b = 1$

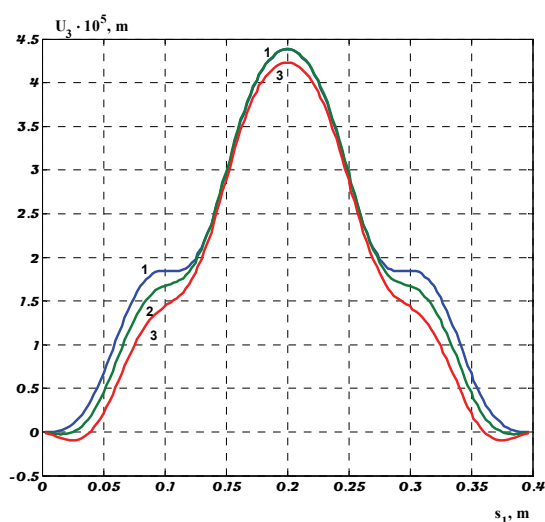


Рисунок 2 – Залежність величин u_3 від просторової координати s_1 в перерізі $s_2 = 0$ для випадку $a/b = 1,2$

деформованого стану вихідної конструкції для часу досягнення ними максимальних по модулю значень. На рис. 1 наведені залежності величин u_3 від координати s_1 при різних значеннях $a/b=1$ в моменти досягнення ними максимальних по модулю значень. На рис. 2 представлені аналогічні залежності для випадку $a/b=1,2$. Криві с індексом 1 на рисунках відповідають випадкам $C_1 = 10^9 \text{ Н/м}^3$; з індексом 2 – $C_1 = 2 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^3$; з індексом 3 – $C_1 = 3 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^3$. Розрахунки на рисунках 1, 2 приведені для часу $t = 11,25T$ (час досягнення максимального прогину для випадку пружної основи при $C_1 = 10^9 \text{ Н/м}^3$). Виходячи із наведеного графічного матеріалу можна аналізувати вплив параметрів пружної основи на динамічні характеристики конструкції, що розглядається.

Висновки.

Розглянута задача про вимушені коливання циліндричної оболонки еліптичного перерізу на пружній основі при розподіленому навантаженні. Динамічна поведінка циліндричної оболонки розглядається в рамках теорії оболонок типу Тимошенка. Для розв'язку поставленої задачі використовується метод скінченних різниць по просторовим та часовій координатам. Наведено чисельні результати розв'язку задач, які дозволяють проводити детальний аналіз впливу пружної основи Вінклера на напружено-деформований стан вихідної циліндричної оболонки.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Вестяк А.В. Нестационарные взаимодействия деформируемых тел с окружающей средой / Вестяк А.В., Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. // Итоги науки и техн.: Мех. деф. тверд, тела. Т. 15. – М.: ВИНТИ, 1983. – С. 69-148.
2. Перельмутер А.В. Расчетные модели сооружений и возможности их анализа. / Перельмутер А.В., Сливкер В.И. – Киев: Сталь, 2000. – 600с.
3. Головки К.Г. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках: монография / Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф.; под ред. акад НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. полигр. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
4. Головки К.Г. О решении осесимметрических задач динамики цилиндрических оболочек на упругом основании / Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. // Прикл. механика. – 2007. – **43**, № 12. – С. 85–94.
5. Головки К.Г. Динамическое поведение сферических оболочек на упругом основании при импульсных нагрузках / Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. // Системні технології. Вип.: Математичні проблеми технічної механіки. – №4 (51), 2007. – С.9–13.
6. Луговой П.З. О решении осесимметричных задач динамики подкрепленных оболочек вращения на упругом основании / Луговой П.З., Мейш В.Ф., Головки К.Г. // Прикл. механика. – 2009. – **45**, № 2. – С. 99–106.
7. Луговой П.З. О решении осесимметричных задач динамики подкрепленных конических оболочек на упругом основании / Луговой П.З., Мейш В.Ф., Мейш Ю.А. // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій / Дніпропетровський Національний ун-т. – 2009, вип. 13. – С. 142–148.
8. Луговой П.З. Нестационарная динамика неоднородных оболочечных конструкций / Луговой П.З., Мейш В.Ф., Штанцель Э.А. – К: Издательско-полиграфический центр “Киевский университет”, 2005. – 536с.
9. Самарский А.А. Теория разностных схем. / Самарский А.А. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

REFERENCES

1. Vestyak A.V., Gorshkov A.G., Tarlakovskii D.V. Nonstationary interaction of deformable bodies with environmental. Results in science and technology: Mechanics of deformable solids. Moskva: VINITI. 1983. 15. P. 69–148. (Rus)
2. Perel'muter A.V., Slivker V.I. Computational models of structures and the possibility of their analysis. Kyiv : Steel. 2000. 600 p. (Rus)
3. Golovko K.G., Lugovoyi P.Z., Meish V.F. Dynamics of inhomogeneous shells under nonstationary loading: monograph edited by academician NAS of Ukraine, A. N. Guz. Kyiv: Ed. print. center «Kyiv Univ.». 2012. 541 p. (Rus)
4. Golovko K.G., Lugovoyi P.Z., Meish V.F. About solution of axisymmetrical problems of the dynamics of cylindrical shells on elastic foundation. J. Appl. mechanics. 2007. 43. № 12. P. 85–94. (Rus)

5. Golovko K.G., Lugovoyi P.Z., Meish V.F. Dynamic behavior of spherical shells on elastic foundation under pulse load. Systems technologies. Iss.: Mathematical problems of technical mechanics. 2007. № 4 (51). P. 9 – 13. (Rus)

6. Lugovoyi P.Z., Meish V.F., Golovko K.G. The solution of the axisymmetrical of dynamical problems of reinforced shells of revolution on an elastic foundation. J. Appl. mechanics. 2009. 45. № 2. P. 99 – 106. (Rus)

7. Lugovoyi P.Z., Meish V.F., Meish Yu.A. The solution of axisymmetric problems of dynamics supported by tapered cladding on an elastic foundation. Problems of computational mechanics and strength of structures. Dnepropetrovsk: Lyra. 2009. 13. P. 142 – 148. (Rus)

8. Lugovoyi P.Z., Meish V.F., Shtantsel E.A. The nonstationary dynamics of inhomogeneous shell constructions: monograph. Kyiv : Ed. print. center «Kyiv Univ.». 2005. 537 p. (Rus)

9. Samarskiyi A. A. The theory of difference schemes. Moscow: Nauka. 1977. – 656 p. (Rus)

РЕФЕРАТ

Мейш Ю.А. Задачі про вимушені коливання циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі при нестационарних навантаженнях / Ю.А. Мейш // Вісник Національного транспортного університету. – К. : НТУ, 2014. – Вип. 29.

В роботі поставлена задача про вимушені коливання циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі при нестационарних навантаженнях.

Об'єкт дослідження – циліндричні оболонки еліптичного перерізу на пружній основі.

Мета роботи полягає в дослідженні напружено-деформованого стану циліндричних оболонок на пружній основі при нестационарних навантаженнях.

Методи дослідження включають чисельні методи розв'язування динамічних рівнянь теорії циліндричних оболонок на пружній основі.

Розглянуто задачу про вимушені коливання циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі під дією нестационарних навантажень. Динамічна поведінка циліндричної оболонки розглядається в рамках теорії оболонок типу Тимошенка. Представлена постановка та розроблено чисельний алгоритм розв'язку вихідної задачі. Наведено чисельний приклад розрахунку динамічної поведінки циліндричної панелі еліптичного перерізу при дії розподіленого внутрішнього імпульсного навантаження.

Результати роботи можуть бути впроваджені в практиці теоретичного та експериментального дослідження взаємодії оболонок з пружною основою.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження – визначення оптимальних геометричних та фізико-механічних параметрів циліндричної оболонки при взаємодії з пружною основою.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ЦИЛІНДРИЧНІ ОБОЛОНКИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ, ТЕОРІЯ ОБОЛОНОК ТИПУ ТИМОШЕНКА, ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ, ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ.

ABSTRACT

Meish Yu.A. Problems of forced oscillations cylindrical shells elliptical cross-section on elastic foundation under non-stationary loads. Visnyk National Transport University. – Kyiv. National Transport University. 2014. – Vol. 29.

The article posed the problem of vibrations of cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation under nonstationary loading.

Object of study – cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation.

Purpose of the paper consists in study of the stress – strain state cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation under nonstationary loading.

Methods of the study include numerical method for solving the dynamic equations of the theory of cylindrical shells on elastic foundation.

The problem of forced vibrations of a cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation under an distributed loading is considered. The dynamic behaviour of cylindrical shell is considered in the framework of the shells Timoshenko type theory. To solve the problem using the method of finite differences in the spatial and the time coordinates. The numerical results of the solution are obtained.

The results can be inculcated into the practice of theoretical and experimental studies of the interaction of cylindrical shells elliptical cross – section with an elastic foundation.

Proposed assumption about the forward-looking development of the object of research – to determine optimal geometrical and physical – mechanical parameters of cylindrical shells elliptical cross – section in the interaction with an elastic foundation.

KEY WORDS: REINFORCED CYLINDRICAL SHELL, ELASTIC FOUNDATION, THE THEORY OF SHELLS AND RODS TIMOSHENKO TYPE, NON-STATIONARY PROCESSES, NUMERICAL METHODS

РЕФЕРАТ

Мейш Ю.А. Задачи о вынужденных колебаниях цилиндрических оболочек эллиптического сечения на упругом основании при нестационарных нагрузках / Ю.А. Мейш // Вестник Национального транспортного университета. – К. : НТУ, 2014. – Вып. 29.

В статье поставлена задача о вынужденных колебаниях цилиндрических оболочек эллиптического сечения на упругом основании при нестационарных нагрузках.

Объект исследования – цилиндрические оболочки эллиптического сечения на упругом основании.

Цель работы заключается в исследовании напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек на упругом основании при нестационарных нагрузках.

Методы исследования включают численные методы решения динамических уравнений теории цилиндрических оболочек на упругом основании.

Рассмотрена задача о вынужденных колебаниях цилиндрических оболочек эллиптического сечения на упругом основании под действием нестационарных нагрузок. Динамическое поведение цилиндрической оболочки рассматривается в рамках теории оболочек и стержней типа Тимошенко. Приведена постановка и разработан численный алгоритм решения поставленной задачи. Представлен числовой пример расчета динамического поведения цилиндрической панели эллиптического сечения при действии распределенной внутренней импульсной нагрузки.

Результаты статьи могут быть внедрены в практике теоретического и экспериментального исследования взаимодействия оболочек с упругим основанием.

Прогнозируемые предположения относительно развития объекта исследования – определение оптимальных геометрических и физико-механических параметров цилиндрической оболочки при взаимодействии с упругим основанием.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ, ТЕОРИЯ ОБОЛОЧЕК И СТЕРЖНЕЙ ТИПА ТИМОШЕНКО, ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ.

АВТОР:

Мейш Юлія Анатоліївна, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: juliameish@gmail.com , тел. +380954035196, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе 42, к. 502.

AUTHOR:

Meish Yuliya Anatolievna, National Transport University, associate professor department of mathematics, e-mail: juliameish@gmail.com , tel. +380954035196, Ukraine, 01010, Kiev, Kikvidze str. 42, of. 502.

АВТОР:

Мейш Юлия Анатольевна, Национальный транспортный университет, доцент кафедры высшей математики, e-mail: juliameish@gmail.com , tel. +380954035196, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе 42, к. 502.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Григоренко О.Я., доктор фізико – математичних наук, професор, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, завідувач відділу обчислювальних методів, Київ, Україна.

Рассказов О.О., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, професор кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

REVIEWER:

Grigorenko A.Ya., Doctor of Mathematics, professor, Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Head of numerical methods chair, Kiev, Ukraine.

Rasskazov O.O., Engineering (Dr.), professor, National Transport University, professor department of theoretical mechanics, Kiev, Ukraine.