

НЕЛІНІЙНА ДИНАМІКА ТРУБОПРОВОДУ З ШВИДКІСНОЮ ТЕЧІЄЮ РІДИНИ  
ПРИ РІЗНИХ СПОСОБАХ ЗАКРІПЛЕННЯ

Ковальчук О.П., Національний транспортний університет, Київ, Україна

NONLINEAR DYNAMICS PIPELINES WITH HIGH-SPEED FLUID FLOW  
IN DIFFERENT WAYS CONSOLIDATION

Kovalchuk O.P., National Transport University, Kyiv, Ukraine

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ТРУБОПРОВОДА СО СКОРОСТНЫМ ТЕЧЕНИЕМ ЖИДКОСТИ  
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ ЗАКРЕПЛЕНИЯ

Ковальчук О.П., Национальный транспортный университет, Киев, Украина

**Постановка задачі.**

Розглядаються питання побудови моделі для задачі про трубопровід з рухомою рідиною при різних способах закріплення кінців трубопроводу.

Вважаємо, що рух рідини заданий, рідина ідеальна, а труба буде розглядатись на основі балочної моделі. Також будемо вважати, що труба є достатньо довгою по відношенню до її діаметру. Важливо відмітити, що якщо початкові збурення в системі лежать в одній площині, то і в подальшому рух системи буде відбуватись тільки в цій площині.

В статті досліджено поведінку трубопроводу при швидкісній течії на основі нелінійної моделі, побудова якої базується на основі варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського. Важливим моментом є те, що вихідна система для випадку нелінійної моделі вимагає мішаного опису її компонент. Оскільки рідина має бути описана в змінних Ейлера, а трубопровід в змінних Лагранжа, то функція Лагранжа для варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського матиме вигляд:

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \mu \int_0^l \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{4} \mu \int_0^l \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx - \frac{1}{2} EJ \int_0^l \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx - \\ & - \frac{1}{4} EJ \int_0^l \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx - \frac{1}{2} EF \int_0^l u'^3 u dx + \frac{1}{4} \rho V^2 \int_0^l \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx - \\ & - \frac{1}{16} \rho V^2 \int_0^l \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^4 dx + \frac{1}{2} \rho \int_0^l \left( \frac{du}{dt} \right)^2 dx + \frac{1}{4} \rho \int_0^l \left( \frac{du}{dt} \right)^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + \\ & + \rho V \int_0^l \frac{\partial u}{\partial x} \frac{du}{dt} dx + \frac{1}{2} PF \int_0^l \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \rho V^2 \int_0^l dx. \end{aligned}$$

Динамічна модель базується на основі сукупного використання принципу Гамільтона-Остроградського та методу модальної декомпозиції, тому для подальшого спрощення моделі скористаємось методом представлення розв'язку через форми коливань

$$u = \sum_i c_i(t) A_i(x),$$

де  $c_i(t)$  – амплітудні параметри коливань, що залежать від часу;

$A_i(x)$  – форми коливань, які є повною ортогональною системою функцій.

$$\begin{aligned}
\ddot{c}_r = & -\frac{EJ}{\rho + \mu} \kappa_r^4 c_r + \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \frac{2\rho V}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{ri}^1 - \beta_{ir}^1) \\
& - \frac{PF}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \frac{2\rho \dot{V}}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \frac{13}{4} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4 - \\
& - \sum_{ijk} \dot{c}_i \dot{c}_j c_k \frac{1}{N_r} \left( d_{jkir}^2 - \frac{1}{2} d_{krij}^2 \right) - \frac{EJ}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijkl}^6 - \\
& - \frac{2EF}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^3 - \frac{1}{2N_r} \sum_{pjk} c_j c_k \left( -\frac{EJ}{(\rho + \mu)} \kappa_p^4 c_p + \right. \\
& + \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 + \frac{2\rho V}{(\rho + \mu) N_p} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{pi}^1 - \beta_{ip}^1) - \\
& \left. - \frac{PF}{(\rho + \mu) N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 - \frac{2\rho \dot{V}}{(\rho + \mu) N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 \right)
\end{aligned}$$

де  $EJ$  – згинна жорсткість балки;

$F$  – площа поперечного перерізу труби;

$\rho$  – лінійна густина рідини;

$\mu$  – лінійна густина матеріалу балки;

$P$  – внутрішній тиск у трубі;

$l$  – довжина балки.

Для дослідження коливань трубопроводу при різних швидкісних режимах течії рідини, розглянемо чотири варіанти закріплень трубопроводу: консоль, консоль-шарнір, двобічна консоль, двобічний шарнір.

Маємо граничні умови, які відповідають постановці задачі про визначення форм коливань системи:

$$u = 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x=0 \text{ і } x=l \text{ відповідають шарнірному опираючому};$$

$$u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x=0 \text{ і } x=l \text{ відповідають консольному защемленню};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad \text{при } x=l \text{ відповідають вільному краю балки}.$$

**Чисельне моделювання.** Розглядається система трубопровід-рідина, при швидкості течії  $V = 0,5V_{kr}$ . Вважаємо що рух трубопроводу мав початкове збурення за законом  $c_2(0) = 0,02l$ .

Розглянемо випадки: консоль, консоль-шарнір, шарнір-шарнір, консоль-консоль. Виконаємо розрахунки для труби з алюмінію довжиною 1м. На рисунку 1 *a* закон зміни амплітуди першої форми коливань, де тонка лінія відповідає консольному закріпленню, товста лінія – консоль-шарнір, штрих-пунктирна тонка відповідає закріпленню шарнір-шарнір і штрих-пунктирна товста – випадок двобічного консольного закріплення. На рисунку 1 *b* і 1 *в* зображено другу і третю форму коливань, відповідно, подано тонкою кривою, другої – штриховою кривою, третьої – жирною кривою. На рисунку 1 *б* закон зміни амплітуди першої форми коливань подано штриховою кривою, другої – тонкою кривою, третьої – жирною кривою. На рисунку 1 *в* закон зміни амплітуди першої форми коливань подано тонкою кривою, другої – штриховою кривою, третьої – жирною кривою.

З рисунків видно, що при збільшенні швидкості течії рідини вказаний ефект перекачки енергії в амплітуді форми коливань стає все більш помітним. Подібні явища ми спостерігаємо і при дослідженні і всіх варіантів закріплення трубопроводу. При дослідженні цих чотирьох випадків закріплення випадків бачимо, що такі загальні тенденції системи зберігаються і надалі.

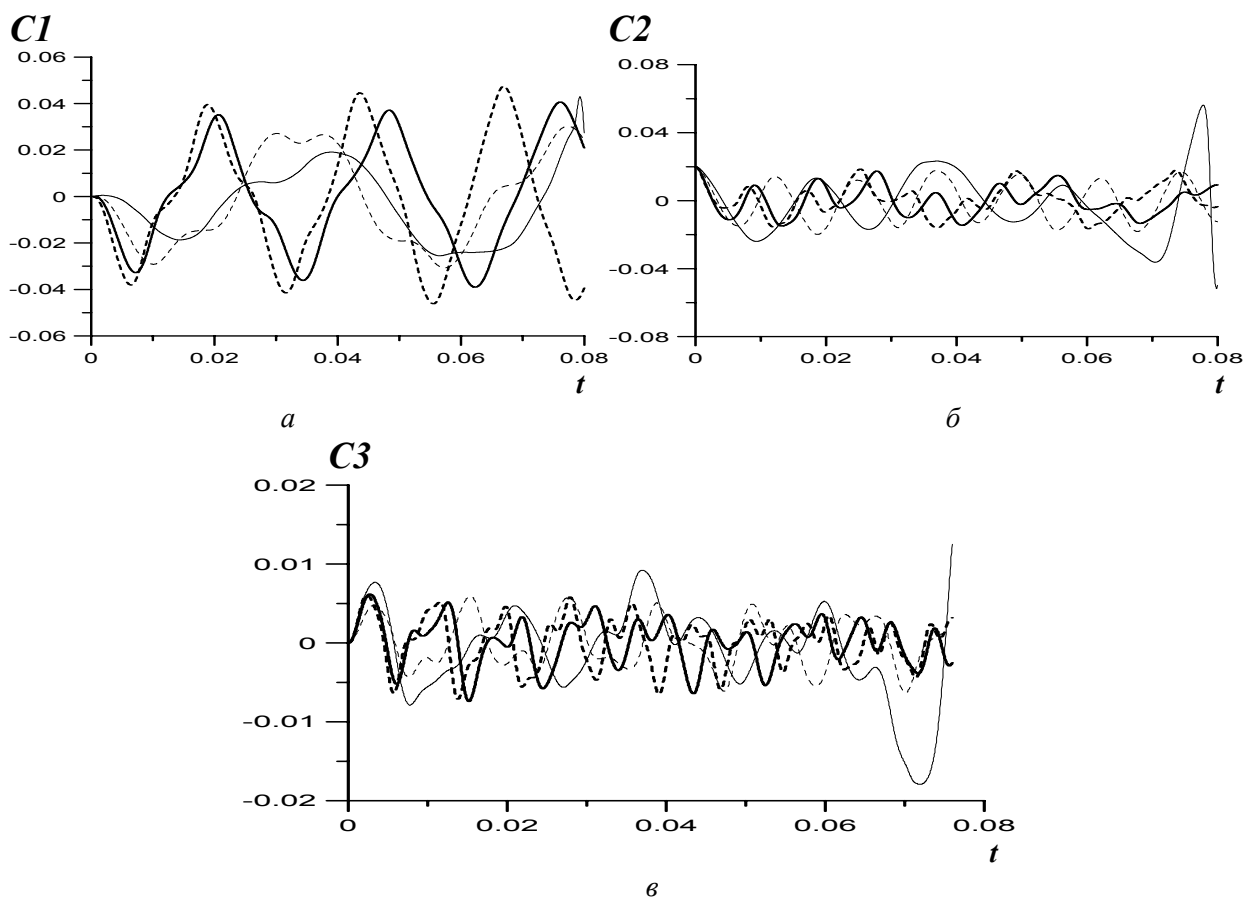


Рисунок 1

**Висновки.** Вирішальним у поведінці трубопровід – рідина, незалежно від способу закріплення, є наближення швидкості течії рідини до критичної. При швидкостях, які наближені до половини критичної швидкості, спостерігається цілеспрямований енергообмін в системі, який приводить до зростання початкових збурень в часі, який може привести до небезпечних ситуацій. Найбільш складно і з більшими амплітудами ці явища проявляються для закріплень з вільними краями.

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Василевский Ю.Е., Лимарченко О.С. Нелинейная модель динамики трубопровода при скоростном течении жидкости // Комплексний аналіз і течії з вільними границями, Збірник праць Інституту математики НАН України. – К.: Інститут математики НАН України. – 2006. – 2, №4. – С. 322-334.
2. Бондарь Н.Г. Нелинейные автономные задачи механики упругих систем. – Киев, Будивельник, 1971. –140 с.
3. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, том 2. – М.: Наука, 1977. – 544 с.

#### REFERENCES

1. Vasilevskij Ju.E., Limarchenko O.S. Nelinejnaja model' dinamiki truboprovoda pri skorostnom techenii zhidkosti // Kompleksnij analiz i techii z vil'nimi granicjami, Zbirnik prac' Institutu matematiki NAN Ukraїni. – Kiїv: Institut matematiki NAN Ukraїni. –2006. – 2, №4. – S. 322-334. (Rus)
2. Bondar' N.G. Nelinejnye avtonomnye zadachi mehaniki uprugih sistem. – Kiev, Budivel'nik, 1971. –140 s. (Rus)
3. Kil'chevskij N.A. Kurs teoreticheskoi mehaniki, tom 2. – M.: Nauka, 1977. – 544 s. (Rus)

#### РЕФЕРАТ

Ковальчук О.П. Нелінійна динаміка трубопроводу з швидкісною течією рідини при різних способах закріплення / О.П. Ковальчук // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2015. – Вип. 1 (31).

Розглянуто задачу нелінійної динаміки трубопроводу з рідиною. Трубопроводи з рідиною є складовою багатьох інженерних систем. Ми розглядаємо трубопровід при різних закріпленнях, який перебуває під дією швидкісної течії рідини. Коли швидкість рідини наближається до критичної, енергія рідини може перерозподілитись, і тоді коливання трубопроводу можуть збільшитись. Це може призвести інколи і до руйнування трубопроводу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: КРИТИЧНА ШВИДКІСТЬ, ТРУБОПРОВІД, РІДИНА, ЕНЕРГІЯ РІДИНИ.

#### ABSTRACT

Kovalchuk O.P. Nonlinear dynamics pipelines with high-speed fluid flow in different ways consolidation. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2015. – Issue 1 (31).

The task of nonlinear dynamics of pipeline is considered with a liquid Pipelines with a liquid are the constituent of many engineering systems. We examine a pipeline at the different fixings which is under the action of speed flow of liquid. When speed of liquid approaches critical, energy of liquid can redistribute, then vibrations of pipeline can increase. Sometimes this can results in destruction of pipeline.

KEYWORDS: KRITICHNA SHVIDKIST, TRUBOPROVID, RIDINA, ENERGIJA RIDINI.

#### РЕФЕРАТ

Ковальчук О.П. Нелинейная динамика трубопровода со скоростной течением жидкости при различных способах закрепления / О.П. Ковальчук // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К. : НТУ, 2015. – Вып. 1 (31).

Рассмотрена задача нелинейной динамики трубопровода с жидкостью. Трубопроводы с жидкостью являются составляющей многих инженерных систем. Мы рассматриваем трубопровод при различных закреплениях, находящийся под действием скоростного течения жидкости. Когда скорость жидкости приближается к критической, энергия жидкости может перераспределиться, и тогда колебания трубопровода могут увеличиться. Это может привести, иногда, и к разрушению трубопровода.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: КРИТИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ, ТРУБОПРОВОД, ЖИДКОСТЬ, ЭНЕРГИЯ ЖИДКОСТИ.

#### АВТОР:

Ковальчук Оксана Петрівна, асистент кафедри інформаційних систем і технологій Національного транспортного університету, kovalchuk\_or@mail.ru, 0968349605, Київ, Україна, вул. Суворова 1.

#### AUTHOR:

Kovalchuk Oksana Petrovna, Department of Systems and Technologies informatsiynyh National Transport University, kovalchuk\_or@mail.ru, 0968349605, Kyiv, Ukraine, Suvorov 1

#### АВТОР:

Ковальчук Оксана Петровна, ассистент кафедры информационных систем и технологий Национального транспортного университета, kovalchuk\_or@mail.ru, 0968349605, Киев, Украина, ул. Суворова 1

#### РЕЦЕНЗЕНТИ:

Баранов Г.Л., професор кафедри інформаційних систем і технологій Національного транспортного університету, доктор технічних наук, професор,

Безверхий О.І., завідувач відділу електропружності Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, доктор фізико-математичних наук, професор.

#### REVIEWER:

Baranov G.L., Professor of Information Systems and Technology National Transport University, Doctor of Engineering, Professor,

Bezverkhyi O.I., head of department electroelasticity of the Institute of Mechanics S.P. Tymoshenko National Academy of Sciences, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor.