

УДК 539.3  
UDC 539.3

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН В КАНАЛАХ КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИН

Шлюнь Н.В., Національний транспортний університет, Київ, Україна

## COMPUTER SIMULATION OF DRILL STRING BENDING IN CHANNELS OF CURVILINEAR BORE-HOLES

Shlyun N. V., National Transport University, Kyiv, Ukraine

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫПУЧИВАНИЯ БУРИЛЬНЫХ КОЛОН В КАНАЛАХ КРИВОЛИНЕЙНЫХ СКВАЖИН

Шлюнь Н.В., Национальный транспортный университет, Киев, Украина

### Постановка проблеми

Найактуальнішим питанням в нашому столітті є розвиток нафтогазової промисловості та удосконалення умов буріння. З розвитком нових технологій додатковий інтерес викликає можливість буріння криволінійних свердловин. Оскільки похилі і горизонтальні свердловини дозволяють проникнути в нафто- і газоносні пласти вздовж шаруватої структури підземних родовищ, вони охоплюють великі зони запасів палива і є ефективними прийомами для збільшення об'ємів видобутку палива [1–4]. Як приклад, раніше, тільки одна третина вуглеводневого палива могла бути вилучена з газоносного шару. Тепер, сучасні технології дозволяють збільшити цей показник до 70%.

Найбільш шкідливі наслідки, пов'язані з деформованою БК всередині криволінійних свердловин полягають у погіршенні умов БК зумовлених постійною зміною балансу сил гравітації, сил опору (сил тертя), сил інерції і сил пружності, що діють на долото та бурильну колону, а також моментів цих сил [5,6]. Тому при бурінні криволінійних свердловин число позаштатних ситуацій і аварій залишається істотно високим. Все це робить проблему комп'ютерного моделювання процесів руху і пружного деформування бурильних колон у каналах криволінійних свердловин досить актуальною. В результаті випинання БК вступає в контакт зі стінкою свердловини і продовжує змінювати свою форму під дією повздовжньої сили, розподілених контактних сил та крутного моменту, що збільшуються. Моделювання вказаного процесу може бути виконано тільки за допомогою нелінійної теорії гнучких криволінійних стержнів. На основі даної теорії було виведено нелінійні диференціальні рівняння, що описують пружний вигин БК у середині порожнини свердловини [7]. В цьому випадку досить важливим виявляється питання правильного вибору системи відліку, в якій розглядається згинання колони. Застосування для цих цілей супутньої системи координат, одна з осей якої ортогональна поверхні свердловини, дозволило зменшити число шуканих змінних та виключити з розгляду невідому реакцію тиску БК на стінки свердловини. При цьому принциповими виявляються питання врахування геометричних властивостей геодезичних кривих на каналових поверхнях.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Проблеми теоретичного моделювання явищ критичного та закритичного випинання бурильних колон в вертикальних та криволінійних свердловинах є актуальними питаннями. Незважаючи на півстолітню історію дослідження таких станів, починаючи з першого у вертикальних свердловинах Любінські та ін. в 1962 р [8] і стаття в 1984 р. Доусона і Паслея [9] присвячена вигину БК в похилих свердловинах, далеко від завершення і до цих пір. Детальний аналіз їх стану представлений в роботах [4,10,11]. Як впливає з цих оглядів, в основному, підходи, які використовувалися дослідниками що працювали над цією проблемою були засновані на режимі втрати стійкості наближеному до

синусоїдальних або спіральних кривих (як це зробив Ейлер в 1744 році). Тим не менш, Кунья зауважує в [4]: «Один важливий момент, зазначений в цьому огляді літератури, полягає в тому, що різні автори представили суперечливі результати для критичних сил втрати стійкості». В даній роботі більш детально розглянуть випадки втрати стійкості для каналових свердловин з коловою віссю.

Рівняння критичних станів БК в свердловині з коловою віссю

Розглянемо проблему критичного вигину БК, що лежить на дні увігнутої частини свердловини з коловою траєкторією (тобто, на екваторі зовнішньої тороїдальної поверхні). У цьому стані  $u = u_0 + \frac{1}{R+a}s$ ,  $u' = \frac{1}{R+a}$ ,  $u'' = 0$ ,  $v = 0$ ,  $v' = 0$ ,  $v'' = 0$ ,  $k_x = 0$ ,  $k_y = \frac{1}{R+a}$ ,  $k_z = 0$  і після лінеаризації, системи нелінійних рівнянь, що описують такий стан БК [7] отримаємо:

$$\begin{cases} \frac{d}{ds} \delta F_y = F_z \delta k_x - f^{gr} \sin\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta v + f^{gr} a \cos\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta v', \\ \frac{d}{ds} \delta F_z = f^{gr} \sin\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta u, \\ \frac{d}{ds} \delta v = \delta(v'), \\ \frac{d}{ds} \delta(v') = -\frac{1}{a(R+a)} \delta v + \frac{1}{a} \delta k_x, \\ \frac{d}{ds} (\delta u) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Як можна бачити з шостого рівняння цієї системи,  $\delta u(s) = const$ . На підставі граничної умови  $\delta u(0) = 0$ , можна отримати  $\delta u(s) = 0$ . Тоді, друге рівняння системи (1) зводиться до форми  $d\delta F_z/ds = 0$ . В інших чотирьох рівняннях, функція  $F_z(s)$  невідома. Вона розраховується за формулою:

$$F_z(s) = -f^{gr}(R+a) \sin\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) + C, \quad (2)$$

де константа визначається з граничних умов. Це зручно виражати через стискаючі сили, що діють на нижньому кінці БК.

Ці чотири рівняння системи (1) зводяться до однорідного рівняння четвертого порядку

$$\begin{aligned} \delta v^{IV} + \left[ \frac{1}{a(R+a)} - \frac{F_z}{EI} \right] \delta v'' - \frac{f^{gr}}{EI} \cos\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta v' + \\ + \left[ \frac{f^{gr}}{aEI} \sin\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) - \frac{F_z}{aEI(R+a)} \right] \delta v = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Воно має нетривіальні розв'язки для типів функції  $F_z(s)$ , в виродженій формі. Стан БК, відповідний цій функції  $F_z(s)$ , є критичним. Тоді, це власна-функція і нетривіальне рішення рівняння (3) є власне-режим, що представляє режим критичного випинання БК. Можна бачити, що із застосуванням запропонованого підходу, проблема 3D деформування БК в криволінійній свердловині зводиться до аналізу проблеми, аналогічній проблемі Ейлера стійкості пучка. Дуже важлива властивість рівняння (3) полягає у відсутності крутного моменту в його коефіцієнтів. Це означає, що на початковій стадії випинання БК, процес біфуркації не залежить від крутного моменту. Аналогічний висновок робиться по відношенню до прямолінійної похилої свердловини в [7].

Стійкість в каналах з коловою віссю.

Очевидно, що рівняння (3) не може бути вирішене за допомогою аналітичних методів. Нижче наведено результати чисельного аналізу, вони були отримані за допомогою методу скінченних різниць. Критична функція осьового навантаження  $F_z^{cr}(s)$  проводиться шляхом спільної дії стискаючої осьової сили  $F_z(s)$  на кінці БК  $s=S$  і розподілених сил тяжіння  $f^{gr}(s)$ , що були знайдені за допомогою методу половинного кута. У Випадку, що розглядається БК розташована на увігнутій ділянці каналу свердловини, БК закріплена на її кінцях. Вплив довжини БК  $S$ , радіуса  $R$ , та положення БК в каналі свердловини при критичних значеннях і режимах початкової втрати стійкості були вивчені при розгляді наступних значень характерних параметрів:  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Па,  $\rho_{st} = 7.8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_m = 1.3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $d_1 = 0.1683$  м,  $d_2 = 0.1483$  м.

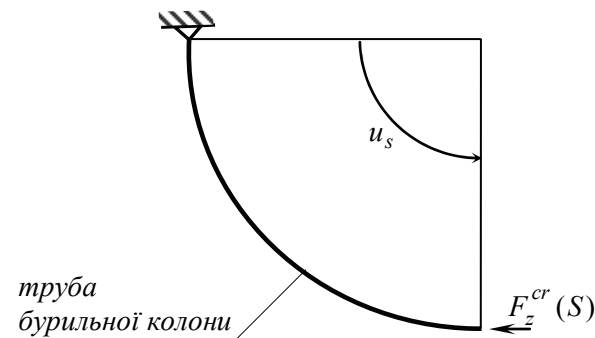
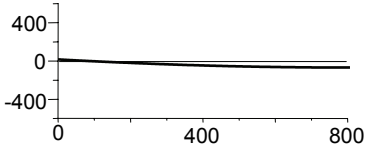
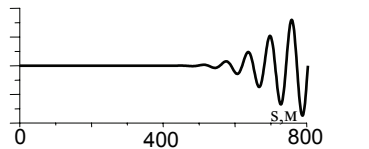
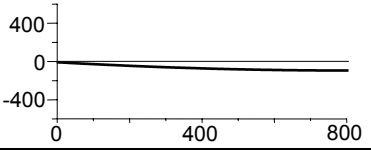
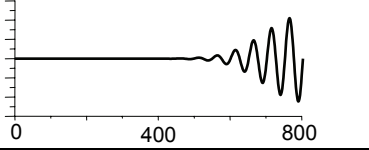
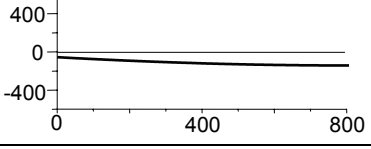
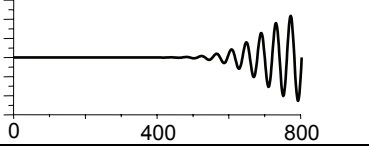
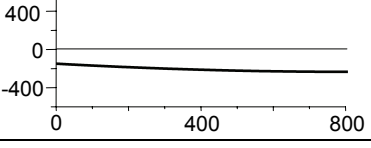
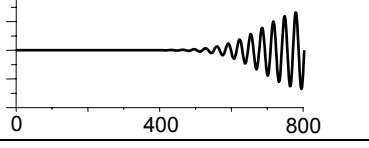
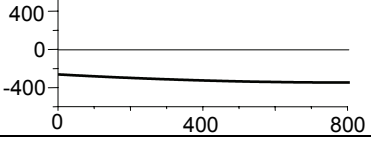
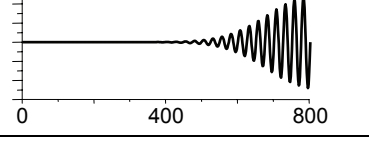
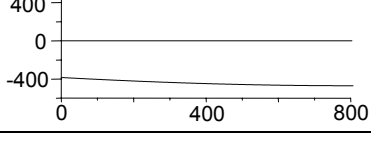
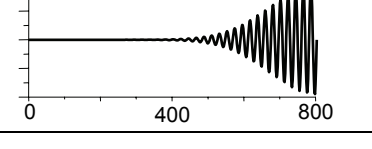


Рисунок 1 – Схема розташування БК в середині тороїдального каналу

У випадку представленою на рис. 1 приймалося, що БК лежить на увігнутому сегменті свердловини і її нижній кінець дотичний до горизонталі. Початкове значення  $u$  для верхнього кінця було  $u_0 = 0$  а кут охоплення  $u_s = 90^\circ$ . Розрахунки проводилися для значень зазорів  $a = 1; 0,5; 0,25; 0,1; 0,05$  і  $0,03$  м, у той час як радіус осьової лінії свердловини був зафіксований  $R = 573$  м. Хоча перші два значення  $a$  не можуть бути застосовані, та вони включені в аналіз, щоб з'ясувати тенденцію еволюції критичного стану зі зміною зазору. В розрахунках сегмент  $0 \leq s \leq S$  був розділений на 500 різницевих секцій. Отримані дані свідчать, що якщо довжина БК порівняно коротка ( $S < 20$  м), і зазор порівняно великий ( $a > 0.25$  м), вигин БК відповідає вигину прямолінійної балки з простою напівсинусоїдальною формою і критичним значенням Ейлера  $F_z^{cr}(S) \approx P_{Eul}^{cr} = \pi^2 EI / S^2$ . Таким чином,  $F_z^{cr} = -94.38$  кН для  $S = 20$  м і  $a = 1$  м, у той час як  $P_{Eul}^{cr} = -80.85$  кН. Цей факт може частково свідчити про адекватність і надійність запропонованого підходу. Збільшення довжини і зменшення зазору тягне за собою перевищення і істотне ускладнення форми втрати стійкості, яка набуває форми крайового ефекту в нижній (стислій) зоні. У таблиці 1, наведені результати моделювання вигину БК для ділянки свердловини, що є деякою частиною кола ( $u_0 = 50^\circ$ ,  $u_s = 40^\circ$ ,  $u_0 + u_s = 90^\circ$ ). Ці дані включають значення критичної сили  $F_z^{cr}(S)$  на кінці  $s = S$ , функції критичної осьової сили  $F_z(s)$ , і функції  $v(s)$  втрати стійкості БК. Вони показують, що критичні значення  $F_z^{cr}(S)$  порівняно малі для  $a \geq 0.25$  м і верхній сегмент БК розтягується (див функцій  $F_z(s)$ ). З цієї причини, вигин БК переважає в нижній стисненій ділянці, і має вигляд крайового ефекту, характерний для сингулярно збурених систем.

Таблиця 1 – Критична сила  $F_z^{cr}(S)$  і форма втрати стійкості БК для випадку  $S=800$  м.

$u_0 = 50^\circ$ ,  $u_S = 40^\circ$ ,  $u_0 + u_S = 90^\circ$ ,  $P^{cr} = 0,040 \cdot 10^3$  Н

№ п/п	$a$ , м	Критична сила $F_z^{cr}(S)$ на кінці $s = S$ , кН	Функція осьової сили $F_z(s)$ , кН	Форма $v(s)$ втрати стійкості
1	1	$68,75 \cdot 10^3$		
2	0,5	$98,34 \cdot 10^3$		
3	0,25	$141,8 \cdot 10^3$		
4	0,1	$234,0 \cdot 10^3$		
5	0,05	$347,1 \cdot 10^3$		
6	0,03	$469,3 \cdot 10^3$		

Робота виконана в рамках держбюджетної теми 0112U000137 «Математичне моделювання процесів безаварійного буріння в сланцевих породах і в шельфових зонах морських акваторій»

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Aadnoy Design of oil wells using analytical friction models / Aadnoy, Bernt S. Ketil Andersen. – J. Petr. Sci. Eng. 2001. – 32. – 53 – 71.
2. Brett, J.F. Uses and limitations of drillstring tension and torque models for monitoring hole conditions / Brett, J.F., Beckett, A.D., Holt, C.A., Smith, D.L. – SPE Drill. Eng. 1989. – 4. – 223 – 229.
3. Chang, K.W. Nonlinear singular perturbation phenomena springer –verlag / Chang, K.W. and Howes, F.A. New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo.
4. Cunha, J. C. Buckling of tubulars inside wellbores: A review on recent theoretical and experimental works / Cunha, J. C. – 2004. – SPE Drilling and Completion. (March). – 13–18.
5. Gulyayev V.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells /Gulyayev V.I., Borshch O.I. – J. Petr. Sci. Eng. – 2011. – 78. –P. 759 – 764.

6. Gulyayev V.I. The buckling of elongated rotating drill strings / Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. – J. Petr. Sci. Eng. –2009. – 67. – P. 140 – 148.
7. Gulyayev, V.I. Theoretical modelling of post - buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface / Gulyayev, V.I., Andrusenko, E.N., Shlyun, N.V. – Structural Engineering and Mechanics. 2014. – 49(4). – 427-448.
8. Lubinski, A. Helical buckling of tubing sealed in packers. Lubinski, A., Althouse, W.S., and Logan, J.L. – JPT. 1962. – 14(6), Trans., AIME., 225 (June). 655–670.
9. Dawson, R. Drill pipe buckling in inclined holes / Dawson, R. and Paslay, R.R. – J. Pet. Technol. 1984. – 36. –1734–1738
10. Dubrovin, B. A. Modern Geometry –Methods and Application / Dubrovin, B. A., Novikov, S.P., and Fomenko, A.T.
11. Mitchell, R. F. Helical buckling of pipe with connectors and torque / Mitchell, R. F. and Miska, S. – SPE Drilling and Completion. 2006. – (June). – 108–115.
12. Mitchell, R.F. 2008. Tubing buckling – the state of the art / Mitchell, R.F. – SPE Drilling and Completion. 2008. –(December). – 361–370.

#### REFERENCES

1. Aadnoy Design of oil wells using analytical friction models / Aadnoy, Bernt S. Ketil Andersen. – J. Petr. Sci. Eng. 2001. – 32. – 53 – 71.
2. Brett, J.F. Uses and limitations of drillstring tension and torque models for monitoring hole conditions / Brett, J.F., Beckett, A.D., Holt, C.A., Smith, D.L. – SPE Drill. Eng. 1989. – 4. – 223 – 229.
3. Chang, K.W. Nonlinear singular perturbation phenomena springer –verlag / Chang, K.W. and Howes, F.A. New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo.
4. Cunha, J. C. Buckling of tubulars inside wellbores: A review on recent theoretical and experimental works / Cunha, J. C. – 2004. – SPE Drilling and Completion. (March). – 13–18.
5. Gulyayev V.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells /Gulyayev V.I., Borshch O.I. – J. Petr. Sci. Eng. – 2011. – 78. –P. 759 – 764.
6. Gulyayev V.I. The buckling of elongated rotating drill strings / Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. – J. Petr. Sci. Eng. –2009. – 67. – P. 140 – 148.
7. Gulyayev, V.I. Theoretical modelling of post - buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface / Gulyayev, V.I., Andrusenko, E.N., Shlyun, N.V. – Structural Engineering and Mechanics. 2014. – 49(4). – 427-448.
8. Lubinski, A. Helical buckling of tubing sealed in packers. Lubinski, A., Althouse, W.S., and Logan, J.L. – JPT. 1962. – 14(6), Trans., AIME., 225 (June). 655–670.
9. Dawson, R. Drill pipe buckling in inclined holes / Dawson, R. and Paslay, R.R. – J. Pet. Technol. 1984. – 36. –1734–1738
10. Dubrovin, B. A. Modern Geometry –Methods and Application / Dubrovin, B. A., Novikov, S.P., and Fomenko, A.T.
11. Mitchell, R. F. Helical buckling of pipe with connectors and torque / Mitchell, R. F. and Miska, S. – SPE Drilling and Completion. 2006. – (June). – 108–115.
12. Mitchell, R.F. 2008. Tubing buckling – the state of the art / Mitchell, R.F. – SPE Drilling and Completion. 2008. –(December). – 361–370.

#### РЕФЕРАТ

Шлюнь Н.В. Комп'ютерне моделювання випинання бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2015. – Вип. 1 (31).

У статті досліджується задача про вплив викривлення каналової порожнини на характер біфуркаційного випинання БК. Розглянута форма свердловини, представлена плоскою дугою кола, побудовано рівняння критичного випинання БК в цій свердловині. Знайдено критичні значення осьової стискаючої сили, прикладеної до нижнього кінця БК для випадків розташування її сегмента на бічних ділянках її увігнутих дуг. Встановлено, що критичні значення осьової сили підкоряються

деяким закономірностям, пов'язаним з модами випинання. Показано, що відповідно до висновків теорії сингулярно збурених рівнянь форми втрати стійкості БК мають вигляд крайових ефектів.

Об'єкт дослідження – бурильні колони в каналах криволінійних свердловин.

Мета роботи – дослідити вплив викривленої каналової порожнини на характер біфуркаційного випинання БК.

Методи дослідження – бурильна колона ототожнювалася з наддовгим трубчастим стержнем. Математична модель квазістатичної поведінки бурильної колони до її контактної взаємодії зі стінкою свердловини будувалась у вигляді сингулярно збурених диференціальних рівнянь руху обертового наддовгого стержня в пружній постановці. Для аналізу геометрії бурильної колони використовуються методи теорії геодезичних кривих на поверхнях.

Результати статті можуть бути впроваджені в технології буріння глибоких свердловин.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження – пошук оптимальних режимів буріння.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** БУРИЛЬНА КОЛОНА, КРИВОЛІНІЙНА СВЕРДЛОВИНА, ГЕОДЕЗИЧНА КРИВА, БІФУРКАЦІЙНЕ ВИПИНАННЯ, ЗАКРИТИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ.

#### ABSTRACT

Shlyun N.V. Computer simulation of drill string bending in channels of curvilinear bore-holes. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2015. – Issue 1 (31).

In the paper, the problem of influence of the bore-hole channel curvature on the character of the drill-string bifurcation buckling is stated. The bore-hole trajectories represented by a plane circle arc are considered, the equation of critical buckling of the DS is constructed. Critical values of axial compressing force applied to the lower end of the drill string are calculated for different cases of its segment location in side and lower parts of it concave arcs. It is established that the critical values of the axial force satisfy some regularities, connected with the buckling modes. It is shown that the stability loss modes have the shapes of boundary effects associated with the theory of the singularly perturbed equations.

The research object is a drill string in the channel of a bore-hole.

The method of analysis. The drill string is considered as long elastic tube rod. Mathematical model of the rod quasistatic mechanical behavior in the case of its contact interaction with the bore-hole wall is constructed in the form of singularly perturbed differential equations of a long string with the use of elastic statement. To analyse geometry of the drill string, the method of the theory of geodesical curves in surfaces are used.

The results of the article can be inculcated in technologies of deep bore-hole drilling.

Forecast assumptions about the object of study – the search of optimal regimes of drilling.

**KEYWORDS:** DRILL STRING, CURVILINEAR BORE-HOLE, GEODESICAL CURVE, BIFURCATION BUCKLING, POST-CRITICAL DEFORMING.

#### РЕФЕРАТ

Шлюнь Н.В. Компьютерное моделирование выпучивания бурильных колон в каналах криволинейных скважин. / Н.В. Шлюнь // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К. : НТУ, 2015. – Вып. 1 (31).

В статье исследуется задача о влиянии искривленной каналовой полости на характер бифуркационного выпучивания БК. Рассмотрена форма скважины, представленная плоской дугой окружности, построено уравнение критического выпучивания БК в этой скважине. Найдены критические значения осевой сжимающей силы, приложенной к нижнему концу БК для случаев расположения ее сегмента на боковых участках ее вогнутых дуг. Установлено, что критические значения осевой силы подчиняются некоторым закономерностям, связанным с модами выпучивания. Показано, что в соответствии с выводами теории сингулярно возмущенных уравнений формы потери устойчивости для некоторых БК имеют вид краевых эффектов.

Объект исследования – бурильные колонны в каналах криволинейных скважин.

Цель работы – исследовать влияние искривленной каналовой полости на характер бифуркационного выпучивания БК.

Методы исследования – бурильная колонна отождествлялась со сверхдлинным трубчатым стержнем. Математическая модель квазистатического поведения бурильной колонны при ее контактном взаимодействии со стенкой скважины строилась в виде сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений движения вращающегося сверхдлинного стержня в упругой постановке. Для анализа геометрии бурильной колонны используются методы теории геодезических кривых на поверхностях.

Результаты статьи могут быть внедрены в технологии бурения глубоких скважин.

Прогнозные предположения о развитии объекта исследования – поиск оптимальных режимов бурения.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, КРИВОЛИНЕЙНАЯ СКВАЖИНА, ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ КРИВАЯ, БИФУРКАЦИОННОЕ ВПУЧИВАНИЕ, ЗАКРИТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ.

**АВТОР:**

Шлюнь Н.В., аспірант, Національний транспортний університет, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +380667153633, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе, 42, к. 511.

**AUTHOR:**

Shlyun N. V., post-graduate students, National Transport University, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, tel. +380975936346, Ukraine, 01010, Kyiv, Kikvidze str., 42, of. 511

**АВТОР:**

Шлюнь Н.В., аспирант, Национальный транспортный университет, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +380975936346, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе, 42, к. 511.

**РЕЦЕНЗЕНТИ:**

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Рассказов О.О., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

**REVIEWERS:**

Gaidaichuk V.V., Dr. Sc., Professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Rasskazov O.O., Ds. Sc., Professor,, National Transport University, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.