

## САМОЗБУДЖЕННЯ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ КАНАЛІ ПОХИЛОЇ СВЕРДЛОВИНИ

*Глушакова О.В.*, кандидат фізико-математичних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна

*Глазунов С.М.*, Національний транспортний університет, Київ, Україна

## SELF-EXCITATION OF TORSION VIBRATIONS OF A DRILL STRING IN A CYLINDRICAL CHANNEL OF AN INCLINED WELL

*Glushakova O.V.*, Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine

*Glazunov S.N.*, National Transport University, Kyiv, Ukraine

## САМОВОЗБУЖДЕНИЕ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ НАКЛОННОЙ СКВАЖИНЫ

*Глушакова О.В.*, кандидат физико-математических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина.

*Глазунов С.Н.*, Национальный транспортный университет, Киев, Украина

### **Постановка проблеми.**

Буріння нафтових та газових похило-скерованих і горизонтальних свердловин досить часто супроводжується аварійними ситуаціями, які викликані позаштатними динамічними процесами, що пов'язані з нелінійною фрикційною взаємодією долота колони з породою, яка руйнується. В результаті виникнення таких режимів генеруються крутильні автоколивання бурильної колони (БК), які можуть носити деструктивний характер. В роботі поставлена задача про теоретичне моделювання вказаних процесів для їх уникнення на практиці.

**Аналіз сучасної науково-технічної літератури** (в основному англійської) [1-6] свідчить, що теоретичне дослідження цих процесів зводиться до аналізу спрощених математичних моделей динаміки, в яких розглядаються тільки вертикальні колони [7-10]. Результати таких розрахунків підтверджують висновок, що явище самозбудження торсіонних коливань колони в похило-скерованих свердловинах залишаються практично невивченими.

Беручи до уваги, що останнім часом технології буріння похило-скерованих свердловин набувають все більшого розповсюдження, а аварійність їх проходки залишається досить високою, то можна зробити висновок, що проблема розробки методів теоретичного моделювання їх торсіонних автоколивань є актуальною.

**Мета роботи** полягає в постановці і розв'язанні задачі бурильної механіки про самозбуджені торсіонні автоколивання БК в похило-скерованих свердловинах.

### **Викладення основного матеріалу.**

Буріння глибоких вертикальних і похилих свердловин є найважливішою компонентою технології розвідки та видобування вуглеводневих палив. При цьому, вібрації бурильного обладнання, що виникають в процесі буріння, являють собою найбільш небезпечну перешкоду для бурильників, оскільки призводять до передчасного виходу з ладу бурильної колони і долота, геометричному спотворенню траєкторії свердловини, надмірному зносу долота і стабілізаторів, зниженню швидкості проходки, погіршенню точності роботи вимірювальної апаратури, зменшенню рівня енергії, що передається на долото, і зниженню загальної ефективності технологічного процесу [1].

Встановлено, що небажані вібрації збільшують капітальні витрати на буріння більш ніж на 10% [2]. У зв'язку з цим нафтогазові компанії постійно працюють над проблемами теоретичного і комп'ютерного моделювання небажаних коливань бурильної колони та їх пригальмовування.

Зазвичай, складність динамічних явищ, що супроводжують процеси буріння, пов'язана з фізичними властивостями скельних порід і їх неоднорідністю, дисбалансом низу бурильної колони, неспіввісністю конструкції системи і сил тертя. Як правило, ці фактори невідомі заздалегідь і не можуть бути виміряні у реальному часі.

Серед коливальних процесів у бурильних колонах можна виділити три основні форми: осьова, поперечна (або гнучка) і крутильна (або торсіонна). Кожна з них може бути спричинена своїми специфічними особливостями і супроводжується притаманними їй деструктивними наслідками. Оскільки бурильні колони мають низьку крутильну жорсткість, і її обертовий рух переважає ( $50 \leq \omega \leq 200 \text{ об/хв}$  або  $5 \leq \omega \leq 20 \text{ рад/с}$ ), торсіонні коливання є поширеним видом періодичних рухів. Як правило, вони самозбуджуються під час буріння свердловини у твердих породах [3] як наслідок фрикційної взаємодії бурильної колони і долота з породою [4]. Торсіонні автоколивання призводять до нерегулярного обертання бурильної колони, які спричинюють руйнування втоми з'єднань, пошкоджують долото і сповільнюють процес буріння [5,6]. У загальному випадку крутильні коливання вертикальної колони можуть бути виміряні на земній поверхні шляхом спостереження за флуктуаціями енергії, що необхідна для підтримання постійної швидкості обертання колони [7]. Коливання з зупинками і розгоном (stick-slip) є достатньо несприятливою формою торсіонних коливань. Вони включають періодичну флуктуацію швидкості обертання, що змінюється від майже нульового значення до величини більш ніж вдвічі вищої за швидкість колони у точці підвісу [8]. Ранні роботи з дослідження коливань із залипаннями включають публікацію [9], у якій були проаналізовані самозбуджувані коливання із залипаннями, ініційовані за рахунок фрикційної взаємодії.

Варто зазначити, що всі ці роботи відносяться до випадку вертикальних бурильних колон. В роботах [10] показано, що у цих ситуаціях гасіння крутильних автоколивань і відвід енергії пружного крутіння за рахунок демпфуючих властивостей в'язкої промивної рідини, в якій знаходиться колона, є малим порівняно з енергією, що вноситься долотом, яке примусово обертається зі швидкістю  $\omega$  і фрикційно взаємодіє з руйнівною породою. Тому, в'язке тертя рідини не здійснює суттєвого впливу на автоколивання, і ці коливання можуть передаватися від долота на всю колону. Завдяки цьому їх можна легко ідентифікувати і спостерігати на рівні земної поверхні.

Проте, становище змінюється, коли торсіонні автоколивання колон виникають у похилих свердловинах. Тоді колона опиняється лежачою на лінії її контакту з поверхнею свердловини і під дією сил тяжіння між ними виникають розподілені сили контактної взаємодії. При крутильних коливаннях колони в точках контакту генерують сили тертя, які демпфують ці коливання, гасять їх і в деяких місцях (зверху колони) придушують. Тому в практиці буріння протяжних похилих і горизонтальних свердловин виникають ситуації, в яких крутильні автоколивання, що виникають у зоні взаємодії долота з породою, призводять до динамічного пружного закручення колони тільки в її короткій придонній зоні, оскільки при їх поширенні у верхній частині, вони придушуються силами тертя колони зі свердловиною. У зв'язку з цим такі автоколивання практично не спостерігаються на поверхні землі, як це здійснюється при вертикальному бурінні і не підлягають наземній реєстрації. Наведені аргументи роблять проблему вивчення явища торсіонних автоколивань доліт в похилих і горизонтальних свердловинах досить актуальною.

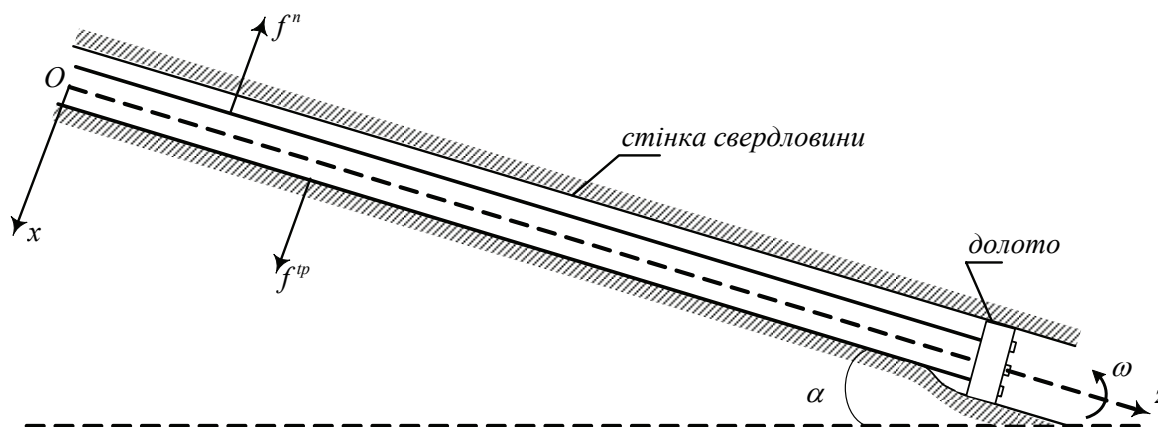


Рисунок 1 – Схема бурильної колони у похило-скерованій свердловині

Нижче наведене комп'ютерне моделювання вказаних процесів здійснюється на основі повної моделі динамічного крутіння труби бурильної колони, що функціонує в прямолінійній похилій свердловині. Ця модель описується рівнянням

$$GI \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - k \left( \omega + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) - \rho L \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (0 \leq z \leq L) \quad (1)$$

Тут  $\varphi$  – кут пружного закручування елемента труби бурильної колони,  $G$  – модуль пружності матеріалу труби під час зсуву;  $\omega$  – кутова швидкість обертання труби;  $k$  – коефіцієнт, що враховує в'язке тертя в рідині і тертя між трубою бурильної колони і стінкою свердловини;  $I$  – полярний момент інерції площі перерізу труби;  $z$  – осьова координата;  $L$  – довжина бурильної колони;  $t$  – час [10].

Коефіцієнт  $k$  уявимо у вигляді суми

$$k = k_1 + k_2 \quad (2)$$

де  $k_1$  – коефіцієнт в'язкого тертя між трубою і рідиною. Він визначається рівністю

$$k_1 = \mu \frac{2\pi r_1^2 (r_1^2 + r_2^2)}{r_2^2 - r_1^2} \quad (3)$$

що наведена у роботах [11,12]. У цій формулі  $r_1$  і  $r_2$  – радіуси труби і поверхні свердловини,  $\mu$  – коефіцієнт в'язкості рідини.

Коефіцієнт  $k_2$  характеризує вплив тертя між трубою і породою на коливання труби. Він визначається коефіцієнтом тертя і силою контактної взаємодії  $f^n$ , яка є перпендикулярною до стінки свердловини (рис. 1).

Нехай  $\alpha$  – є кутом між віссю бурильної колони та горизонталлю. Тоді розподілена сила  $f^n$  контактного тиску труби на стінку свердловини складає

$$f^n = g\gamma F \cos \alpha \quad (4)$$

де  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – величина прискорення вільного падіння;  $\gamma$  – щільність матеріалу труби, підрахована з урахуванням виштовхувальної сили промивної рідини;  $F$  – площа поперечного перерізу труби.

Тоді згідно закону Амонтона-Кулона

$$f^{tp} = \nu f^n = \nu g\gamma F \cos \alpha \quad (5)$$

Ця розподілена сила тертя призводить до розподіленого моменту сил тертя

$$m^{tp} = f^{tp} r_1 = \nu g\gamma F \cos \alpha \cdot r_1, \quad (6)$$

де  $r_1$  – зовнішній радіус труби бурильної колони.

Для того щоб ввести цей момент у розв'язувальне рівняння (1) з відповідним знаком, уявимо  $m^{tp}$  у вигляді

$$m^{tp} = \frac{\nu g\gamma F r \cos \alpha}{[\omega + \dot{\varphi}]} \left( \omega + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \quad (7)$$

Тоді, величину  $k_2$  можна представити у вигляді

$$k_2 = \frac{\nu g\gamma F r \cos \alpha}{[\omega + \dot{\varphi}]} \quad (8)$$

і множник  $k$  у рівнянні (1) обчислити за формулою (2).

Граничні умови для рівняння (1) описані в роботах [10-12]. При  $z = 0$  вони записуються так

$$\varphi(0, t) = 0 \quad (9)$$

На краю  $z = l$  гранична умова впливає з рівності, яке визначає момент сил різання породи долотом. Вона представлена в формі

$$J \partial^2 \varphi / \partial t^2 - M^{pi3} (\varphi + \partial \varphi / \partial t) + M^{np} = 0 \quad (10)$$

де  $J$  – осьовий момент інерції долота,  $M^{pi3}$  – момент різання.  $M^{np}$  – момент сил пружності, що діють на долото з боку колони.

За допомогою створеної моделі виконано аналіз ефекту самозбудження крутильних коливань БК в похило-скерованих циліндричних каналах свердловин при різних значеннях характеристичних параметрів. На рис. 2 показані діаграми зміни кута зміни кута закручування долота по часу (а) і його кутової швидкості (б) при  $L = 1000 \text{ м}$ ,  $\alpha = \pi / 6$ ,  $k = 100$ ,  $\omega = 1 \text{ рад} / \text{с}$ . Інтегрування розв'язувального рівняння проводилось методом Рунге-Кутта з кроком  $\Delta t = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ . Як видно, коливання мають релаксаційний характер.

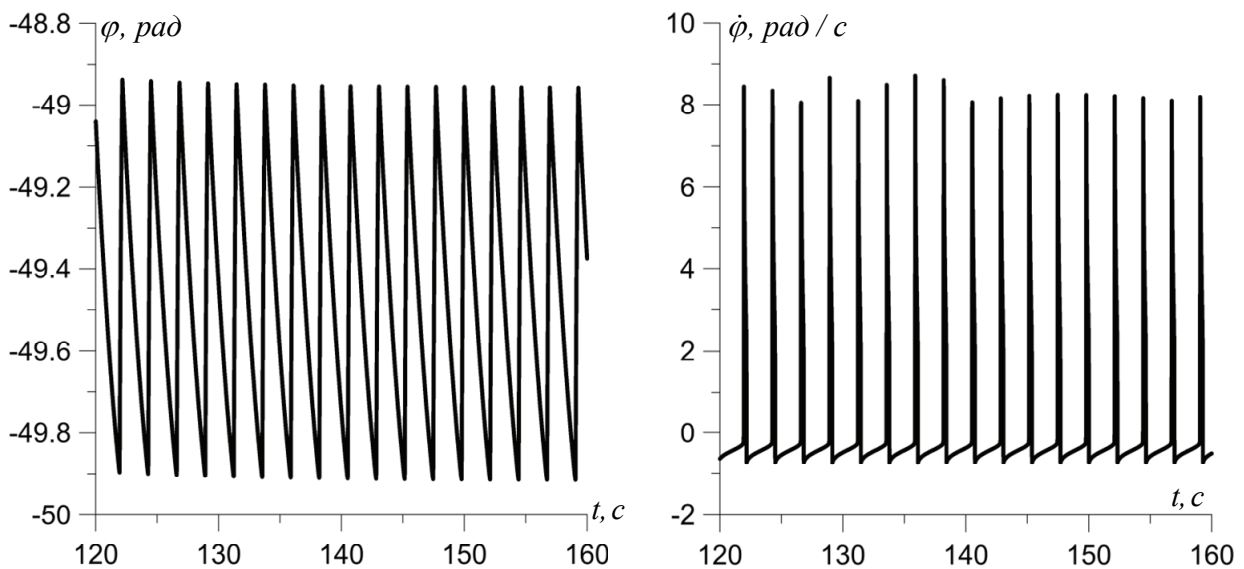


Рисунок 2 – Форми торсійних коливань: а) кут закручування; б) кутова швидкість

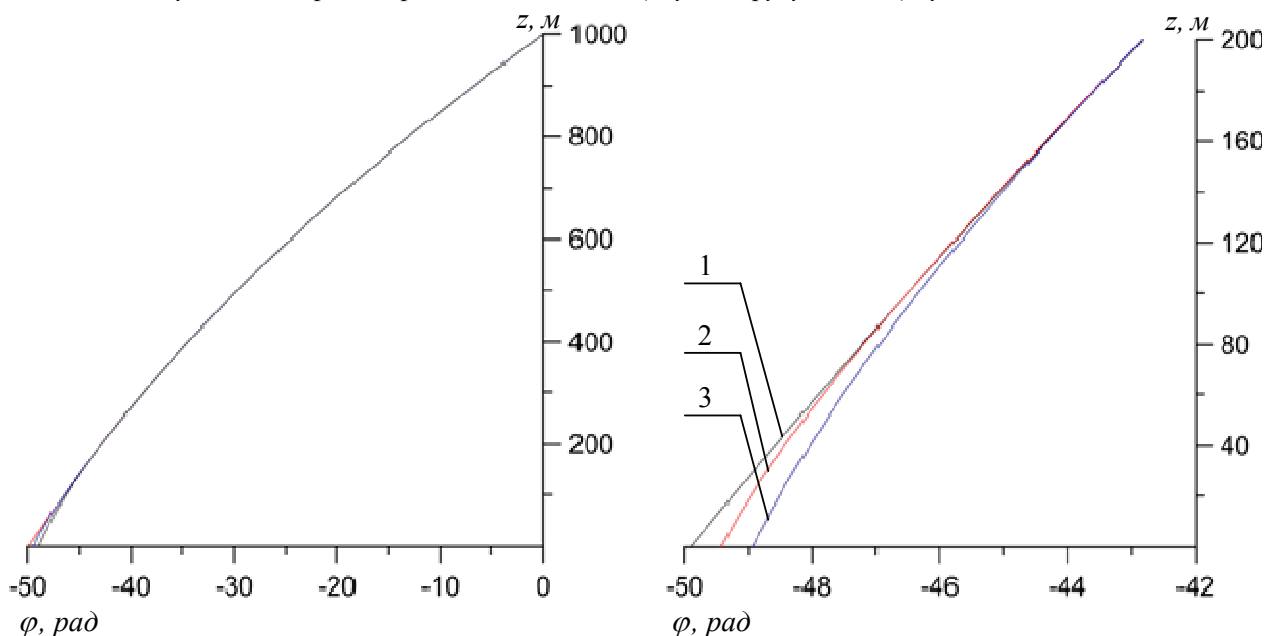


Рисунок 3 – Функція кута закручування колони: а) на повній довжині; б) в нижній частині колони

На рис. 3 показані графіки зміни функції  $\varphi(z)$  вздовж довжини колони в моменти часу, що відповідають її найбільшому (позиція 1), середньому (позиція 2) і найменшому (позиція 3) значенням. Можна бачити, що в похило-скерованій свердловині сили тертя призводять до того, що функція  $\varphi(z)$  перестає бути лінійною (рис. 3а), як це буває у вертикальних свердловинах. Особливий інтерес представляє рис. 3б, на якому функція  $\varphi(z)$  показана у нижній частині колони у збільшеному масштабі.

З нього випливає, що автоколивальний процес реалізується лише в нижній частині колони в околі долота і по мірі віддалення від цього краю коливання затухають. У верхній частині колони ці коливання взагалі не спостерігаються.

*Робота виконана в рамках держбюджетної теми 0115U002270 «Комп'ютерне прогнозування і запобігання аварійним режимам буріння похило-скерованих та горизонтальних свердловин на етапах їх проектування і проходки»*

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Bailey Y.R. Development and application of BHA vibrations model / Y.R. Bailey, E. Biedinger, S. Sundararaman, A.D. Carson, W.C. Elks, F.E. Dupriest // International Petroleum Technology Conference, Kuala Lumpur, Malaysia, 2008.
2. Jardine S. Putting dampers on drilling's bad vibrations / S. Jardine, D. Malone, M. Sheppard // Oilfield Review – 1994 – V. 6 (1) – P. 15-20.
3. Ashley D.K. Extending BHA life with multi-axis vibration measurements / D.K. Ashley, X.M. McNary, Y.C. Tomlinson // SPE/IADC#67696, IADC/SPE Drilling Conference, Amsterdam, Netherlands, 2001.
4. Sananikone P. A field method for controlling drill string torsional vibrations / P. Sananikone, O. Kamoshima, D.B. White // IADC/SPE # 23891, SPE/IADC Drilling Conference, New Orleans, Louisiana, 1992.
5. Ford Brett J. The genesis of torsional drillstring vibrations / J. Ford Brett // SPE Drilling Engineering. – 1992, v.7, September. – P. 168-174.
6. Elsayed M.A. Analysis of coupling between axial and torsional vibration in a compliant model of a drill string equipped with a PDC bit / Elsayed M.A., Raymond D.W. // ASME 2002 Engineering Technology Conference on Energy (ETCE), Houston, Texas, 2002.
7. Ashley WuX. Identifying the root cause of drilling vibration and stick-slip enables fit for purpose solution / WuX. Ashley, V. Karrupiah, M. Nagaraj, V.I. Partin, M. Machado, M. Franco, H.K. Duvvuru // SPE # 151347, IADC SPE Drilling Conference, San Diego CA, 2012.
8. Chen S.I. Field investigation of the effects of stick-slip, lateral and whirl vibration on roller cone bit performance / S.I. Chen, K. Blackwood, E. Lamine // SPE Drilling & Completion. – 2002 – V. 17(1) – pp. 15-20.
9. Belokobylskiy S.V. Friction induced self-excited vibration of drill rig with exponential drag law / S.V. Belokobylskiy, V.K. Prokopov // Soviet Applied Mechanics. – 1982 – V. 18 (2) – pp. 98-101.
10. Gulyayev V. Stationary and non-stationary self-induced vibrations in waveguiding systems. / V. Gulyayev, O. Glushakova, S. Glazunov // Journal of Mechanics Engineering and Automation. – 2014 – V. 4(3) – pp. 213 – 224.
11. Глазунов С.М. Торсіонні коливання глибоких бурильних колон у в'язкому рідкому середовищі / С.М. Глазунов // Вісник НТУ. – 2015. – № 1(31). – С. 96 – 101
12. Gulyayev V.I. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models / V.I. Gulyayev, S.N. Hudoliy, O.V. Glushakova // Journal of Multi-body Dynamics. — 2010. – V. 225. — P. 139 – 152.
13. V.I. Gulyayev. Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings / V.I. Gulyayev, O.V. Glushakova // Interaction and Multiscale Mechanics. — 2011. — V. 4, № 4. — P. 291 – 311.

#### REFERENCES

1. Bailey Y.R., Biedinger E., Sundararaman S., Carson A.D., Elks W.C., Dupriest F.E. Development and application of BHA vibrations model. International Petroleum Technology Conference, Kuala Lumpur, Malaysia, 2008.

2. Jardine S., Malone D., Sheppard M. Putting dampers on drilling's bad vibrations. *Oilfield Review* – 1994 – V. 6 (1) – P. 15-20.
3. Ashley D.K., McNary X.M., Tomlinson Y.C. Extending BHA life with multi-axis vibration measurements. SPE/IADC#67696, IADC/SPE Drilling Conference, Amsterdam, Netherlands, 2001.
4. Sananikone P., Kamoshima O., White D.B. A field method for controlling drill string torsional vibrations / P. Sananikone, // IADC/SPE # 23891, SPE/IADC Drilling Conference, New Orleans, Louisiana, 1992.
5. Ford Brett J. The genesis of torsional drillstring vibrations. *SPE Drilling Engineering*. – 1992, v.7, September. – P. 168-174.
6. Elsayed M.A., Raymond D.W. Analysis of coupling between axial and torsional vibration in a compliant model of a drill string equipped with a PDC bit. ASME 2002 Engineering Technology Conference on Energy (ETCE), Houston, Texas, 2002.
7. Ashley WuX., Karrupiah V., Nagaraj M., Partin V.I., Machado M., Franco M., Duvvuru H.K. Identifying the root cause of drilling vibration and stick-slip enables fit for purpose solution. SPE # 151347, IADC SPE Drilling Conference, San Diego CA, 2012.
8. Chen S.I., Blackwood K., Lamine E. Field investigation of the effects of stick-slip, lateral and whirl vibration on roller cone bit performance. *SPE Drilling & Completion*. – 2002 – V. 17(1) – pp. 15-20.
9. Belokobylskiy S.V., Prokopov V.K. Friction induced self-excited vibration of drill rig with exponential drag law. *Soviet Applied Mechanics*. – 1982 – V. 18 (2) – pp. 98-101.
10. Gulyayev V., Glushakova O., Glazunov S. Stationary and non-stationary self-induced vibrations in waveguiding systems. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. – 2014 – V. 4(3) – pp. 213 – 224.
11. Glazunov S.M. Torsion auto vibrations of deep drill strings in viscous liquid medium. *Visnyk NTU* – 2015 – № 1(31) – pp. 96 – 101. (Ukr)
12. Gulyayev V.I., Hudoliy S.N., Glushakova O.V. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models // *Journal of Multi-body Dynamics*. — 2010. – V. 225. — P. 139 – 152.
13. V.I. Gulyayev, O.V. Glushakova. Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings // *Interaction and Multiscale Mechanics*. — 2011. — V. 4, № 4. — P. 291 – 311.

#### **РЕФЕРАТ**

Глушакова О.В. Самозбудження крутильних коливань бурильної колони в циліндричному каналі похилої свердловини. / О.В. Глушакова, С.М. Глазунов // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2016. – Вип. 1 (34).

Поставлено задачу про самозбудження крутильних коливань бурильної колони, що обертається в рідкому середовищі похилої глибокої свердловини.

Обговорюється модель механічної взаємодії бурильної колони з в'язкою рідиною, що оточує її, побудовані розв'язувальні рівняння з частинними і звичайними похідними. Розроблена методика їх розв'язання. В результаті проведеного комп'ютерного моделювання встановлено, що автоколивання є релаксаційними і функції, що їх описують, мають ділянки швидких та повільних рухів.

Результати моделювання можуть бути використані при розробці технології буріння глибоких нафтових і газових свердловин.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** БУРИЛЬНА КОЛОНА, ТОРСІОННІ АВТОКОЛИВАННЯ, СИЛИ В'ЯЗКОГО ТЕРТЯ, МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ, БІФУРКАЦІЯ ХОПФА, ШВИДКІ І ПОВІЛЬНІ РУХИ.

#### **ABSTRACT**

Glushakova O.V., Glazunov S.M. Self-excitation of torsion vibrations of a drill string in a cylindrical channe of an inclined well. *Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences»*. Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2016. – Issue 1 (34).

The problem about self-excitation of torsion vibration of a drill string in an inclined cylindrical cavity of a bore-hole with liquid medium is stated.

The model of the drill string interaction with ambient viscous liquid is discussed. The constitutive nonlinear differential equations with partial and ordinary derivatives are formulated. The algorithm for numeric integration of this equation by spatial and time variables is proposed. It is shown that the auto vibrations are of relaxation type and have the segments of fast and slow motions.

The results of the article can be inculcated into the practice of deep bore-hole drilling.

KEYWORDS: DRILL STRING, TORSION AUTOVIBRATIONS, VISCOUS FRICTION FORCES, MATHEMATIC MODELS, HOPF'S BIFURCATION, FAST AND SLOW MOTIONS.

#### РЕФЕРАТ

Глушакова О.В. Торсионные колебания глубоких бурильных колонн в вязкой жидкой среде. / О.В. Глушакова, С.Н. Глазунов // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К. : НТУ, 2016. – Вып. 1 (34).

Поставлена задача о самовозбуждении крутильных колебаний вращающейся бурильной колонны в жидкой среде наклонной глубокой скважины.

Обсуждается модель механического взаимодействия бурильной колонны с окружающей ее вязкой жидкостью, построены разрешающие уравнения в частных и обычных производных. Разработана методика их решения. В результате проведенного компьютерного моделирования установлено, что автоколебания являются релаксационными и описывающие их функции имеют участки быстрых и медленных движений.

Результаты моделирования могут быть использованы при разработке технологии бурения глубоких нефтяных и газовых скважин.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, ТОРСИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ.

#### АВТОРИ:

Глушакова Ольга Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики, Національний транспортний університет, e-mail: glushakova\_ol.vl@gmail.com, тел. +380637906486, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе 42, к. 511.

Глазунов Сергій Миколайович, аспірант, Національний транспортний університет, e-mail: s.glazunov@smart-energy.com.ua, тел. +380503033569, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе 42, к. 511.

#### AUTHORS:

Glushakova Olga Vladimirovna, Ph.D., associate professor department of high mathematics, National Transport University, e-mail: glushakova\_ol.vl@gmail.com, tel. +380637906486, Ukraine, 01010, Kyiv, Kikvidze str. 42, of. 511

Glazunov Sergey Nikolayevich, post-graduate student, National Transport University, e-mail: s.glazunov@smart-energy.com.ua, tel. +380503033569, Ukraine, 01010, Kyiv, Kikvidze str. 42, of. 511.

#### АВТОРЫ:

Глушакова Ольга Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, Национальный транспортный университет, e-mail: glushakova\_ol.vl@gmail.com, тел. +380637906486, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе 42, к. 511

Глазунов Сергей Николаевич, аспирант, Национальный транспортный университет, e-mail: s.glazunov@smart-energy.com.ua, тел. +380503033569, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе 42, к. 511.

#### РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Лоза І.А., доктор фізико-математичних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

#### REVIEWERS:

Gaidachuk V.V., Ph.D., Engineering (Dr.), professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Loza I.A., Ph.D., Physics and Mathematics (Dr), professor, National Transport University, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.