УДК 539.3
UDC 539.3

# ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ ПОПЕРЕЧНО ПІДКРІПЛЕНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

*Мейш Ю.А.,* кандидат фізико-математичних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна

# FORCED VIBRATIONS OF TRANSVERSE STIFFENED CYLINDRICAL SHELLS ELLIPTICAL CROSS-SECTION ON ELASTIC FOUNDATION UNDER NON-STATIONARY LOADS

*Meish Yu.A.,* Ph. D., National Transport University, Kyiv, Ukraine

# ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОПЕРЕЧНО ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НАГРУЗКАХ

*Мейш Ю.А.*, кандидат физико-математических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина

**Постановка проблеми**.

Визначення динамічних характеристик напружено-деформованого стану неоднорідних оболонок при взаємодії з навколишнім середовищем є актуальною проблемою при проектування технічних засобів видобутку нафти та газу. Експериментальне дослідження таких процесів пов'язане із значними труднощами. Тому, задачі математичного моделювання взаємодії пружних оболонкових елементів конструкцій з навколишнім середовищем (вода, грунт та інш.) є актуальними.

При розгляді взаємодії пружних конструкцій з навколишнім середовищем існує два основних підходи постановки та розв'язку вказаних задач: моделювання навколишнього середовища згідно тривимірних рівнянь механіки суцільних середовищ та моделювання навколишнього середовища деякими інтегральними кінематичними та силовими параметрами, які діють на пружну конструкцію (пружні основи типу Вінклера, Пастернака тощо) [1, 2]. Розв'язок задач згідно першого підходу пов'язаний із значними алгоритмічними та обчислювальними труднощами [3]. Згідно другого підходу дія навколишнього середовища замінюється пружною основою, що в свою чергу приводить до спрощення постановки та розв'язку вихідних задач [2, 4]. В даній роботі розглянуто задачі про вимушені коливання підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі при нестаціонарних навантаженнях.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій**.

Як показує літературний огляд по темі дослідження, в цьому напрямку слід відмітити роботи по динамічній поведінці підкріплених циліндричних, сферичних та конічних оболонок на пружній основі Вінклера при нестаціонарних навантаженнях (випадок осесиметричних коливань) [3-8]. В цих роботах досліджено вплив пружної основи на напружено-деформований стан підкріплених оболонок при нестаціонарних коливаннях. Практично відсутні дослідження для випадку коливань оболонок нестандартної геометрії на пружній основі. В роботі [9] розглянуто задачі про вимушені коливання циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі. Нижче приведено випадок задачі про коливання поперечно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі Вінклера при нестаціонарних навантаженнях.

Мета роботи полягає у визначенні динамічних характеристик напружено-деформованого стану підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу при взаємодії з пружною основою.

**Виклад основного матеріалу.**

Розглядається підкріплена циліндрична оболонка еліптичного поперечного перерізу при дії розподіленого внутрішнього навантаження $P_3(s_1, s_2, t)$, де $s_1, s_2$ і $t$ – просторові та часова координати. Коефіцієнти першої квадратичної форми та кривини координатної поверхні гладкої вихідної оболонки записуються наступним чином:

$$A_1 = 1, \qquad k_1 = 0\,; \tag{1}$$

$$A_2 = (a^2\cos^2\alpha_2 + b^2\sin^2\alpha_2)^{1/2}\,;$$

$$k_2 = ab(a^2\cos^2\alpha_2 + b^2\sin^2\alpha_2)^{-3/2}\,;$$

де $a$ і $b$ – півосі еліпса, який характеризує поперечний переріз циліндричної оболонки.

Для отримання рівнянь коливань підкріпленої циліндричної оболонки на пружній основі використовується варіаційний принцип стаціонарності Гамільтона –Остроградського [1, 3, 5]. Після стандартних перетворень в варіаційному функціоналі отримаємо дві групи рівнянь:

- рівняння коливань гладкої циліндричної оболонки еліптичного поперечного перерізу

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial s_1} + \frac{\partial S}{\partial s_2} = \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}\,; \tag{2}$$

$$\frac{\partial S}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{22}}{\partial s_2} - k_2 T_{23} = \rho h \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}\,;$$

$$\frac{\partial T_{13}}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{23}}{\partial s_2} - k_2 T_{22} - C_1 u_3 + P_3(s_1, s_2, t) = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\,;$$

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial s_1} + \frac{\partial H}{\partial s_2} - T_{13} = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}\,;$$

$$\frac{\partial H}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{22}}{\partial s_2} - T_{23} = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}\,, \qquad s_1 = A_1\alpha_1,\; s_2 = A_2\alpha_2\,;$$

- рівняння коливань $j$ - го поперечного підкріплюючого елементу, розташованого вздовж осі $s_2$ .

$$\frac{\partial T_{21j}}{\partial s_2} + [T_{11}]_j = \rho_j F_j \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \pm h_{cj} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right), \tag{3}$$

$$\frac{\partial T_{22j}}{\partial s_2} + k_{2j} T_{23j} + [S]_j = \rho_j F_j \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \pm h_{cj} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} \right),$$

$$\frac{\partial T_{23j}}{\partial s_2} + k_2 T_{22} + [T_{13}]_j = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial M_{21j}}{\partial s_2} \pm h_{cj} \frac{\partial T_{21j}}{\partial s_2} + [M_{11}] = \rho_j F_j \left[ \pm h_{cj} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \left( h_{cj}^2 + \frac{I_{torj}}{F_j} \right) \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right],$$

$$\frac{\partial M_{22j}}{\partial s_2} \pm h_{cj} \frac{\partial Tj_{22}}{\partial s_2} - T_{23j} + [H] = \rho_j F_j \left[ \pm h_{cj} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \left( h_{cj}^2 + \frac{I_{2j}}{F_j} \right) \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} \right].$$

В рівняннях (2)-(3) $u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2$ - компоненти узагальненого вектора переміщень серединної поверхні оболонки; $\rho$, $\rho_j$ - густини матеріалів оболонки та $j$-го ребра відповідно; $h$ - товщина оболонки; $h_{cj} = 0{,}5(h + h_j)$; $h_j$ - висота поперечного перерізу $j$-го ребра. Величини

$[f]_i = f^+ - f^-$, де $f^\pm$ - значення функцій праворуч та ліворуч на $j$- й лінії розриву (лінія проектування центру ваги $j$-го ребра на серединну поверхню циліндричної оболонки); $C_1$ – коефіцієнт Вінклера основи.

Величини зусиль та моментів в рівняннях коливань для оболонки (2) пов'язані з відповідними величинами деформацій наступними співвідношеннями:

$$T_{11} = B_{11}(\varepsilon_{11} + \nu_2\varepsilon_{22}), \quad T_{22} = B_{22}(\varepsilon_{22} + \nu_1\varepsilon_{11}); \tag{4}$$

$$M_{11} = D_{11}(\kappa_{11} + \nu_2\kappa_{22}), \quad M_{22} = D_{22}(\kappa_{22} + \nu_1\kappa_{11}), \qquad H = D_{12}\kappa_{12};$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial s_1}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial s_2} + k_2 u_3;$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{\partial u_1}{\partial s_2} + \frac{\partial u_2}{\partial s_1}, \quad \varepsilon_{13} = \varphi_1 + \frac{\partial u_3}{\partial s_1}, \quad \varepsilon_{23} = \varphi_2 + \frac{\partial u_3}{\partial s_2} - k_2 u_2;$$

$$\kappa_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial s_1}, \quad \kappa_{22} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial s_2}, \quad \kappa_{12} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial s_2} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial s_1}.$$

В співвідношеннях (4) введено наступні позначення:

$$B_{11} = \frac{E_1 h}{1 - \nu_1\nu_2}, \quad B_{22} = \frac{E_2 h}{1 - \nu_1\nu_2};$$

$$B_{12} = G_{12}h, \quad B_{13} = G_{13}h, \quad B_{23} = G_{23}h;$$

$$D_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_1\nu_2)}, \quad D_{22} = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \nu_1\nu_2)}, \quad D_{12} = G_{12}\frac{h^3}{12};$$

де $E_1$, $E_2$, $G_{12}$, $G_{13}$, $G_{23}$, $\nu_1$, $\nu_2$ – фізико-механічні параметри ортотропного матеріалу оболонки.

Величини зусиль – моментів в рівняннях коливань для $j$-го ребра (3) пов'язані з відповідними величинами деформацій згідно співвідношень

$$T_{22j} = E_j F_j \varepsilon_{22j}, \; T_{12j} = G_j F_j \varepsilon_{12j}, \; T_{13j} = G_j F_j \varepsilon_{13j}, \tag{5}$$

$$M_{22j} = E_j I_{1j} \kappa_{22j}, \; M_{12j} = G_j I_{torj} \kappa_{12j},$$

$$\varepsilon_{22j} = \frac{\partial u_2}{\partial s_2} \pm h_{cj}\frac{\partial \varphi_2}{\partial s_2}, \quad \varepsilon_{12j} = \frac{\partial u_1}{\partial s_2} \pm h_{cj}\frac{\partial \varphi_1}{\partial s_2},$$

$$\varepsilon_{23j} = \varphi_2 + \frac{\partial u_3}{\partial s_2} - k_{2j}u_2, \quad \kappa_{22j} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial s_2}, \quad \kappa_{12j} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial s_2}.$$

В співвідношеннях (5) $E_j$, $G_j$ - фізико-механічні параметри матеріалу ребра; $F_j$, $I_{1j}$, $I_{torj}$ - геометричні параметри поперечного перерізу $j$-го ребра.

Рівняння коливань (2) - (5) доповнюються відповідними граничними та початковими умовами.

**Чисельний алгоритм розв'язування задачі.**

Чисельний алгоритм розв'язування початково-краєвої задачі (2) - (5) базується на застосуванні інтегро-інтерполяційного методу побудови різницевих співвідношень по просторовим координатам $s_1$, $s_2$ та явній апроксимації по часовій координаті $t$ [3, 5–7, 10].

Розглянемо область $D = \{s_{10} \le s_1 \le s_{1N}; \quad s_{20} \le s_2 \le s_{2N}\}$. Виберемо підобласть $D_{kl}^1 \subset D$, $D_{kl}^1 = \{s_{1k-1/2} \le s_1 \le s_{1k+1/2}; \quad s_{2l-1/2} \le s_2 \le s_{2l+1/2}\}$ та проінтегруємо рівняння коливань (2) по цій підобласті. В результаті отримаємо наступні різницеві співвідношення знаходження розв'язку на $(n+1)$-ому часовому шарі:

$$\frac{T_{11k+1/2,l}^n - T_{11k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{S_{k,l+1/2}^n - S_{k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} = \rho h (u_{1k,l}^n)_{\bar{t}t}; \tag{6}$$

$$\frac{S_{k+1/2,l}^n - S_{k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{T_{22k,l+1/2}^n - T_{22k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} +$$

$$+ \frac{k_{2k,l}}{2}(T_{23k,l-1/2}^n + T_{23k,l+1/2}^n) = \rho h (u_{2k,l}^n)_{\bar{t}t};$$

$$\frac{T_{13k+1/2,l}^n - T_{13k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{T_{23k,l+1/2}^n - T_{23k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} - C_1 u_{3k,l}^n -$$

$$- \frac{k_{2k,l}}{2}(T_{22k,l+1/2}^n - T_{22k,l-1/2}^n) + P_{3k,l}^n = \rho h (u_{3k,l}^n)_{\bar{t}t};$$

$$\frac{M_{11k+1/2,l}^n - M_{11k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{H_{k,l+1/2}^n - H_{k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} -$$

$$- \frac{1}{2}(T_{13k+1/2,l}^n + T_{13k-1/2,l}^n) = \rho \frac{h^3}{12} (\varphi_{1k,l}^n)_{\bar{t}t};$$

$$\frac{H_{k+1/2,l}^n - H_{k-1/2,l}^n}{\Delta s_1} + \frac{M_{22k,l+1/2}^n - M_{22k,l-1/2}^n}{\Delta s_2} -$$

$$- \frac{1}{2}(T_{23k,l+1/2}^n + T_{23k,l-1/2}^n) = \rho \frac{h^3}{12} (\varphi_{2k,l}^n)_{\bar{t}t}.$$

Таким чином, в різницевих співвідношеннях величини узагальнених переміщень $u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2$ віднесені до цілих вузлів просторової різницевої сітки, а величини зусиль та моментів (відповідно деформацій) – до напівцілих вузлів $(k \pm 1/2, l)$; $(k, l \pm 1/2)$. Для отримання узгоджених різницевих співвідношень для зусиль та моментів, рівняння (4) інтегруються по областям: $D_{kl}^2 = \{s_{1k-1} \le s_1 \le s_{1k}; \quad s_{2l-1/2} \le s_2 \le s_{2l+1/2}\}$; $D_{kl}^3 = \{s_{1k} \le s_1 \le s_{1k+1}; \quad s_{2l-1/2} \le s_2 \le s_{2l+1/2}\}$ і т. д. [3, 8]. В співвідношеннях (6) позначення різницевих похідних введено згідно [3, 8 - 10]. Аналогічним чином будуються різницеві співвідношення для рівнянь коливань $j$-го підкріплюючого елементу (3), (5) [3, 8].

**Результати досліджень.**

Як числовий приклад, розглядалася задача динамічної поведінки поперечно підкріпленої циліндричної оболонки еліптичного перерізу при дії розподіленого внутрішнього імпульсного навантаження. Припускається, що всі сторони циліндричної оболонки жорстко защемлені. Розподілене імпульсне навантаження $P_3(s_1, s_2, t)$ задавалося наступним чином:

$$P_3(s_1, s_2, t) = A \cdot \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)],$$

де $A$ – амплітуда навантаження; $T$ – тривалість навантаження. В розрахунках покладалося: $A = 10^6$ Па; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с.

Задача розв'язувалася при наступних геометричних та фізико-механічних параметрах для циліндричної оболонки: $E_1 = E_2 = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu_1 = \nu_2 = 0{,}3$; $h = 10^{-2}$ м; $L = 0{,}4$ м. Параметри еліптичності поперечного перерізу при розрахунках покладалися наступними: 1) $a = b = 0{,}1$; 2) $a = 1{,}2b$. Розрахунки проводилися на часовому інтервалі $0 \le t \le 80T$. Поперечні ребра розташовані в перерізах $s_{1j} = 0{,}25\, jL$; $j = \overline{1,3}$. Розрахунки проводилися для випадків пружної основи $C_1 = 10^9$ Н/м³, $C_2 = 2 \cdot 10^9$ Н/м³, $C_3 = 3 \cdot 10^9$ Н/м³. На рис. 1, 2 представлені результати чисельних розрахунків для величин $u_3$ для випадку $C_1$. Криві з індексом 1 відповідають випадку $a/b = 1$, з індексом 2 - $a/b = 1{,}2$. На рис. 1 приведені залежності величин від часової координати $t$ в точці $s_1 = 0{,}375L$; $s_2 = 0$ (середина відстані між першим і другим ребром в перерізі $s_2 = 0$). Як бачимо, наявність еліптичності поперечного перерізу оболонки приводить до значної різниці як по амплітуді значень так і по частотним характеристикам в порівнянні з оболонкою кругового перерізу. На рис. 2 приведено залежність величини $u_3$ по просторовій координаті $s_1$ в перерізі $s_2 = 0$ для випадку $t = 3{,}5T$ (час досягнення максимального значення величини $u_3$ для випадку $a/b = 1$ на досліджуваному інтервалі часу). Значна різниця величин $u_3$ для двох випадків розрахунків пояснюється виходячи із залежностей, які приведені на рис. 1. Розрахунки для випадків пружної основи $C_2$ і $C_3$ мають аналогічний якісний та кількісний характер.

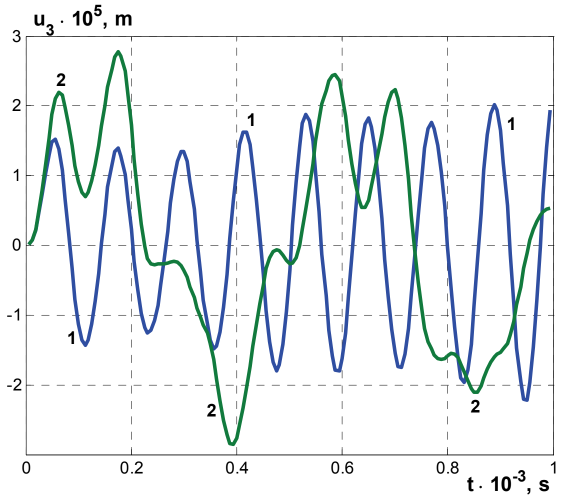


*Рисунок 1 – Залежність величин $u_3$ по часовій координаті $t$*

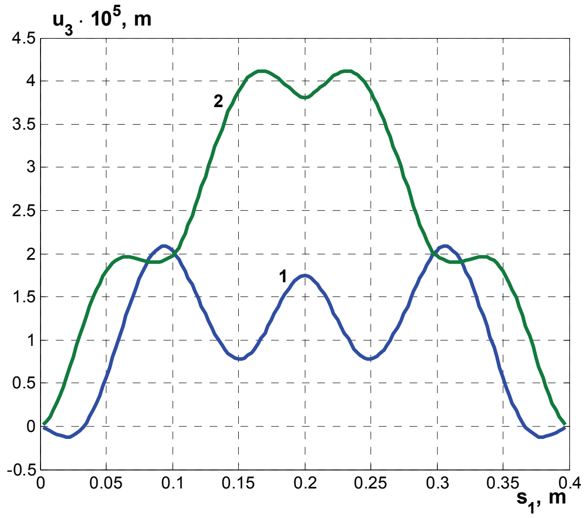


*Рисунок 2 – Залежність величин $u_3$ по просторовій координаті $s_1$*

**Висновки.**

Розглянуто задачі про вимушені коливання підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі при розподіленому імпульсному навантаженні. Динамічна поведінка підкріплених циліндричних оболонок розглядається в рамках теорії оболонок та стержнів типу Тимошенка. Для розв'язку поставленої задачі використовується метод скінченних різниць по просторовим та часовій координатам. Наведено чисельні результати розв'язку задач, які дозволяють проводити детальний аналіз впливу пружної основи на напружено-деформований стан вихідної підкріпленої конструкції.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Вестяк А.В. Нестационарные взаимодействия деформируемых тел с окружающий средой / Вестяк А.В., Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. // Итоги науки и техн.: Мех. деф. тверд, тела. Т. 15. - М.: ВИНИТИ, 1983. – С. 69-148.

2. Перельмутер А.В. Расчетные модели сооружений и возможности их анализа. / Перельмутер А.В., Сливкер В.И. – Киев: Сталь, 2000. – 600с.

3. Головко К.Г. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках: монография / Головко К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф.; под ред. акад НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. полигр. центр «Киевский ун–т», 2012. – 541 с.

4. Головко К.Г. О решении осесимметрических задач динамики цилиндрических оболочек на упругом основании / Головко К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. // Прикл. механика. – 2007. – **43**, № 12. – С. 85 –94.

5. Головко К.Г. Динамическое поведение сферических оболочек на упругом основании при импульсных нагрузках / Головко К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. // Системні технології. Вип.: Математичні проблеми технічної механіки. – №4 (51), 2007. – С.9 –13.

6. Луговой П.З. О решении осесимметричных задач динамики подкрепленных оболочек вращения на упругом основании / Луговой П.З., Мейш В.Ф., Головко К.Г. // Прикл. механика. – 2009. – **45** , № 2. – С. 99 – 106.

7. Луговой П.З. О решении осесимметричных задач динамики подкрепленных конических оболочеч на упругом основании / Луговой П.З., Мейш В.Ф., Мейш Ю.А. // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій / Дніпропетровський Національний ун–т. – 2009, вип. 13. – С. 142 – 148.

8. Луговой П.З. Нестационарная динамика неоднородных оболочечных конструкций / Луговой П.З., Мейш В.Ф., Штанцель Э.А. – К: Издательско-полиграфический центр "Киевский университет", 2005. – 536с.

9. Мейш Ю.А. Задачі про вимушені коливання циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі при нестаціонарних навантаженнях / Ю.А. Мейш // Вісник Національного транспортного університету. – К.: НТУ, 2014. – Випуск 29. – С. 233 – 239.

10. Самарский А.А. Теория разностных схем. / Самарский А.А. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

## REFERENCES

1. Vestyak A.V., Gorshkov A.G., Tarlakovskii D.V. Nonstationary interaction of deformable bodies with environmental. Results in science and technology: Mechanics of deformable solids. Moskva: VINITI. 1983. 15. P. 69–148. (Rus)

2. Perel'muter A.V., Slivker V.I. Computational models of structures and the possibility of their analysis. Kyiv : Steel. 2000. 600 p. (Rus)

3. Golovko K.G., Lugovoyi P.Z. , Meish V.F. Dynamics of inhomogeneous shells under nonstationary loading: monograph edited by academician NAS of Ukraine, A. N. Guz. Kyiv: Ed. print. center «Kyiv Univ.». 2012. 541 p. (Rus)

4. Golovko K.G., Lugovoyi P.Z. , Meish V.F. About solution of axisymmetrical problems of the dynamics of cylindrical shells on elastic foundation. J. Appl. mechanics. 2007. 43. № 12. P. 85 – 94. (Rus)

5. Golovko K.G., Lugovoyi P.Z., Meish V.F. Dynamic behavior of spherical shells on elastic foundation under pulse load. Systems technologies. Iss.: Mathematical problems of technical mechanics. 2007. № 4 (51). P. 9 – 13. (Rus)

6. Lugovoyi P.Z., Meish V.F., Golovko K.G. The solution of the axisymmetrical of dynamical problems of reinforced shells of revolution on an elastic foundation. J. Appl. mechanics. 2009. 45. № 2. P. 99 – 106. (Rus)

7. Lugovoyi P.Z., Meish V.F., Meish Yu.A. The solution of axisymmetric problems of dynamics supported by tapered cladding on an elastic foundation. Problems of computational mechanics and strength of structures. Dnepropetrovsk: Lyra. 2009. 13. P. 142 – 148. (Rus)

8. Lugovoyi P.Z., Meish V.F., Shtantsel E.A. The nonstationary dynamics of inhomogeneous shell constructions: monograph. Kyiv : Ed. print. center «Kyiv Univ.». 2005. 537 p. (Rus)

9. Meish Yu.A. Problems of forced oscillations cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation under non - stationary loads. Visnyk National Transport University. Kyiv. 2014. Vol. 29. P. 233 – 239. ( Ukr)

10. Samarskiyi A. A. The theory of difference schemes. Moscow: Nauka. 1977. – 656 p. (Rus)

## РЕФЕРАТ

Мейш Ю.А. Вимушені коливання поперечно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі при нестаціонарних навантаженнях / Ю.А. Мейш // Вісник

Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2016. – Вип. 1 (34).

В роботі поставлена задача про вимушені коливання поперечно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі при нестаціонарних навантаженнях.

Об'єкт дослідження – підкріплені циліндричні оболонки еліптичного перерізу на пружній основі.

Мета роботи полягає в дослідженні напружено-деформованого стану підкріплених циліндричних оболонок на пружній основі при нестаціонарних навантаженнях.

Методи дослідження включають чисельні методи розв'язування динамічних рівнянь теорії підкріплених циліндричних оболонок на пружній основі.

Розглянуто задачі про вимушені коливання поперечно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі під дією нестаціонарних навантажень. Динамічна поведінка підкріплених циліндричних оболонок розглядається в рамках теорії оболонок та стержнів типу Тимошенка. Представлена постановка та розроблено чисельний алгоритм розв'язку вихідної задачі. Наведено чисельний приклад розрахунку динамічної поведінки поперечно підкріплених циліндричних оболонок еліптичного перерізу при дії розподіленого внутрішнього імпульсного навантаження.

Результати роботи можуть бути впроваджені в практиці теоретичного та експериментального дослідження взаємодії підкріплених оболонок з пружною основою.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження − визначення оптимальних геометричних та фізико-механічних параметрів підкріплених циліндричних оболонок при взаємодії з пружною основою.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ПІДКРІПЛЕНІ ЦИЛІНДРИЧНІ ОБОЛОНКИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ, ТЕОРІЯ ОБОЛОНОК ТА СТЕРЖНІВ ТИПУ ТИМОШЕНКА, ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ, ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ.


## ABSTRACT

Meish Yu.A. Forced vibrations of transverse stiffened cylindrical shells elliptical cross-section on elastic foundation under non-stationary loads. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv. National Transport University, 2016. – Issue 1 (34).

The article posed the problem of vibrations of transverse stiffened cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation under nonstationary loading.

Object of study – stiffened cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation.

Purpose of the paper consists in study of the stress – strain state stiffened cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation under nonstationary loading.

Methods of the study include numerical method for solving the dynamic equations of the theory of stiffened cylindrical shells on elastic foundation.

The problem of forced vibrations of a transverse stiffened cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation under an distributed loading is considered. The dynamic behaviour of stiffened cylindrical shell is considered in the framework of the shells and ribs Timoshenko type theory. To solve the problem using the method of finite differences in the spatial and the time coordinates. The numerical results of the solution are obtained.

The results can be inculcated into the practice of theoretical and experimental studies of the interaction of stiffened cylindrical shells elliptical cross – section with an elastic foundation.

Proposed assumption about the forward-looking development of the object of research – to determine optimal geometrical and physical – mechanical parameters of stiffened cylindrical shells elliptical cross – section in the interaction with an elastic foundation.

KEY WORDS: REINFORCED CYLINDRICAL SHELL, ELASTIC FOUNDATION, THE THEORY OF SHELLS AND RODS TIMOSHENKO TYPE, NON-STATIONARY PROCESSES, NUMERICAL METHODS



## РЕФЕРАТ

Мейш Ю.А. Вынужденные колебания поперечно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения на упругом основании при нестационарных нагрузках / Ю.А. Мейш // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К. : НТУ, 2016. – Вып. 1 (34).

В статье поставлена задача о вынужденных колебаниях поперечно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения на упругом основании при нестационарных нагрузках.

Объект исследования – подкрепленные цилиндрические оболочки эллиптического сечения на упругом основании.

Цель работы заключается в исследовании напряженно-деформированного состояния подкрепленных цилиндрических оболочек на упругом основании при нестационарных нагрузках.

Методы исследования включают численные методы решения динамических уравнений теории подкрепленных цилиндрических оболочек на упругом основании.

Рассмотрена задача о вынужденных колебаниях поперечно подкрепленных цилиндрических оболочек эллиптического сечения на упругом основании под действием нестационарных нагрузок. Динамическое поведение цилиндрической оболочки рассматривается в рамках теории оболочек и стержней типа Тимошенко. Приведена постановка и разработан численный алгоритм решения поставленной задачи. Представлен числовой пример расчета динамического поведения подкрепленной цилиндрической оболочки эллиптического сечения при действии распределенной внутренней импульсной нагрузки.

Результаты статьи могут быть внедрены в практике теоретического и экспериментального исследования взаимодействия подкрепленных оболочек с упругим основанием.

Прогнозируемые предположения относительно развития объекта исследования – определение оптимальных геометрических и физико-механических параметров подкрепленных цилиндрических оболочек при взаимодействии с упругим основанием.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ПОДКРЕПЛЕННЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ, ТЕОРИЯ ОБОЛОЧЕК И СТЕРЖНЕЙ ТИПА ТИМОШЕНКО, ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ.

**АВТОР:**

Мейш Юлія Анатоліївна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: juliameish@gmail.com, тел. +380954035196, Україна, 01010, м. Київ, вул. Ківвідзе 42, к. 502.

**AUTHOR:**

Meish Yuliya Anatolievna, Ph. D., associate professor, National Transport University, associate professor department of mathematics, e-mail: juliameish@gmail.com , tel. +380954035196, Ukraine, 01010, Kiev, Kikvidze str. 42, of. 502.

**АВТОР:**

Мейш Юлия Анатольевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Национальный транспортный университет, доцент кафедры высшей математики, e-mail: juliameish@gmail.com, tel. +380954035196, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе 42, к. 502.

**РЕЦЕНЗЕНТИ:**

Григоренко О.Я., доктор фізико-математичних наук, професор, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, завідувач відділу обчислювальних методів, Київ, Україна.

Лоза І.А., доктор фізико-математичних наук, Національний транспортний університет, професор кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

**REVIEWER:**

Grigorenko A.Ya., Doctor of Mathematics, professor, Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Head of numerical methods chair, Kiev, Ukraine.

Loza I.A., Doctor of Mathematics, National Transport University, professor department of theoretical mechanics, Kiev, Ukraine.