

УДК 539.3
UDC 539.3

НЕЛІНІЙНЕ ЗГИНАННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН В ЦИЛІНДРИЧНИХ ПОРОЖНИНАХ ВЕРТИКАЛЬНИХ СВЕРДЛОВИН

Андрусенко О.М., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна

NONLINEAR BENDING OF A DRILL STRING IN CYLINDRICAL CAVITY OF A VERTICAL BORE-HOLE

Andrusenko E.N., Ph.D., National Transport University, Kiev, Ukraine

НЕЛИНЕЙНОЕ ИЗГИБАНИЕ БУРИЛЬНЫХ КОЛОНН В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОЛОСТЯХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СКВАЖИН

Андрусенко Е.Н., кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина

Вступ. Одна з основних перешкод глибокого буріння пов'язане з можливістю появи статичних і динамічних позаштатних ситуацій [1 - 3], викликаних критичними станами квазістатичної рівноваги бурильної колони (БК), її згинальним випинанням, контактною взаємодією зі стінкою свердловини і її так званим "прихопленням". При цьому виникає дві проблеми дослідження механіки пружного згинання БК. Перша проблема полягає у визначенні критичного стану колони, яка формулюється як задача ейлерової втрати стійкості довгого обертового трубчастого стрижня, преднапруженого змінною по довжині поздовжньої сили, викликаній силами гравітації і крутним моментом. Така задача сформульована і розв'язана на основі теорії прямолінійних балок в роботах [1, 4, 5]. У них показано, що вона є сингулярно збуреною, оскільки коефіцієнт перед старшою (четвертою) похідною в розв'язувальних рівняннях виявляється набагато менше коефіцієнтів перед іншими доданками. При цьому форма біфуркаційного випинання БК являє собою тривимірну спіраль зі змінним кроком.

Однак не менш суттєвий інтерес викликають питання дослідження процесу подальшого (закритичного) деформування колони, коли в результаті випинання вона вступає в контакт зі стінкою свердловини і продовжує змінювати свою форму під дією поздовжньої сили, що збільшуються, розподілених контактних сил і крутного моменту. Деякі окремі результати за цим напрямком із застосуванням спрощених методик отримані в роботах [5, 6]. При цьому, однак, зазначено, що моделювання цього процесу може бути виконано тільки за допомогою нелінійної теорії гнучких криволінійних стрижнів. Така постановка задачі використовується в даній роботі. У цьому випадку, як показано нижче, досить важливим виявляється питання правильного вибору системи відліку, в якій розглядається згинання колони. Застосування для цих цілей супутньої системи координат, одна з осей якої ортогональна поверхні свердловини, дозволило зменшити число шуканих змінних і виключити з розгляду невідому реакцію тиску БК на стінки свердловини. На основі такого підходу виконано аналіз закритичного деформування бурильних колон, супроводжуючого послідовне збільшення крутного моменту і сили тиску колони на дно свердловини.

Розв'язувальні рівняння згинання колони в порожнині свердловини. Приймемо, що при закритичному згинанні бурильної колони постійного радіуса r_1 вона по всій своїй довжині безвідривно контактує зі стінкою свердловини. Осьова лінія свердловини вертикальна, а стінка - кругова циліндрична поверхня радіуса r_2 .

Будемо розглядати деформування колони як переміщення її криволінійної осі L по циліндричній поверхні D радіуса $a = r_2 - r_1$.

Введемо нерухому декартову систему координат $OXYZ$ і систему координатних ліній u, v на поверхні D , спрямованих уздовж твірних і в окружному напрямку, відповідно (рис. 1).

Положення кривої L на D можна визначити залежностями

$$X = X(s), \quad Y = Y(s), \quad Z = Z(s) \quad (1)$$

при обмеженні $X^2 + Y^2 = a^2$ або задати нерівностями (рис. 2)

$$u = u(s), \quad v = v(s). \quad (2)$$

Тут s – натуральний параметр, вимірюваний довжиною лінії L від деякої початкової точки до поточної.

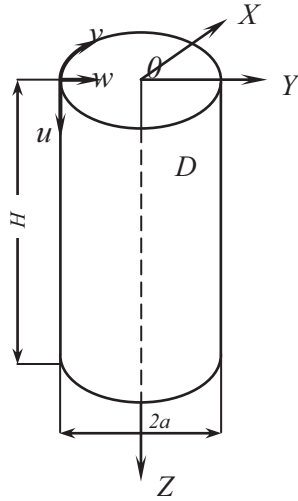


Рисунок 1 – Схема поверхні D , що обмежує переміщення осі бурильної колони

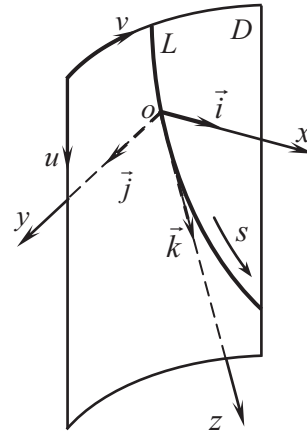


Рисунок 2 – Положення осьової лінії L бурильної колони на поверхні D

На кривій L введемо супутню систему координат $oxuz$ з ортами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Вісь ox цієї системи спрямована уздовж внутрішньої нормалі до поверхні D , вісь oy – уздовж дотичної до кривої L , вісь oz – доповнює цю систему до правої трійки.

При моделюванні закритичного деформування БК вважаємо, що вона вже не обертається і відцентрові сили інерції дорівнюють нулю, вплив потоків промивної рідини на згинання колони можна не враховувати, однак прийнято, що в результаті руху цих потоків і легких потряхиваний колони при її малих рухах усуваються сили тертя і ними також можна знехтувати. Тоді деформування БК відбувається в пружною стадії, а напружено-деформований стан визначається головними векторами внутрішніх сил $\vec{F}(s)$, внутрішніх моментів $\vec{M}(s)$ і вектором $\vec{f}(s)$ зовнішніх розподілених сил, який складається з вектора $\vec{f}^{gr}(s)$ сил тяжкості і вектора $\vec{f}^c(s)$ контактних сил. Відповідно до теорії гнучких криволінійних стрижнів [6] ці сили і моменти підпорядковуються рівнянням рівноваги елемента БК

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{f}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{k} \times \vec{F}. \quad (3)$$

При моделюванні деформування стержнів, вільних від дії додаткових зв'язків, рівняння (3) зазвичай формулюються в рухомій системі осей, напрямки яких збігаються з головними центральними осями інерції поперечних перерізів гнучкого стержня. У уже згадуваному випадку така необхідність відпадає, оскільки перетин БК – кільцеве і все його центральні осі є головними. У той же час в розглянутій задачі виникає інше ускладнення, обумовлене наявністю в'язі у вигляді жорсткої поверхні свердловини, що обмежує переміщення БК, і появою додаткових невідомих реакцій в'язі з цим - контактних сил $\vec{f}^c(s)$, що збільшують число шуканих функцій. Тому формулювання розв'язувальних рівнянь для даної системи можлива за допомогою двох підходів. У першому підході деформування стрижня задається рівняннями (1) в декартовій системі координат $OXYZ$ з введенням в ці рівняння функції шуканої реакції $f^c(s)$ і з використанням обмеження $X^2 + Y^2 = a^2$. Така постановка задачі відповідає методу рівнянь Лагранжа 1-го роду, який використовується в теорії диференціальних рівнянь і в теоретичній механіці, в якій реакція в'язі $f^c(s)$, звана невизначеним множником або множником Лагранжа, грає роль додаткової шуканої змінної.

При використанні другого підходу враховується, що кожна накладена на систему зв'язок обмежує її переміщення і зменшує число її ступенів свободи на число накладених в'язей. Тому якщо замість декартових координат точок системи використовувати її узагальнені координати, то можна скоротити число шуканих змінних задачі і число дозвільних рівнянь і виключити з розгляду реакцію $\vec{f}^c(s)$, яку, однак, можна потім легко підрахувати після рішення задачі. В даному випадку прийнято другий підхід. Для його реалізації використовуються змінні $u(s)$, $v(s)$, а самі рівняння формулюються в спеціальній системі відліку $oxyz$.

З урахуванням зазначеного додамо абсолютним похідним $d\vec{F}/ds$, $d\vec{M}/ds$ в рівняннях (3) форму [7]

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{F}}{ds} + \vec{\omega} \times \vec{F}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{M}}{ds} + \vec{\omega} \times \vec{M}. \quad (4)$$

Тут $\tilde{d}\dots/ds$ – локальна похідна, $\vec{\omega}$ – узагальнений вектор Дарбу, що представляє собою вектор кутової швидкості системи $oxyz$ при русі її початку уздовж кривої L з одиничною швидкістю. Вектор $\vec{\omega}$ визначається рівністю

$$\vec{\omega} = k_x \vec{i} + k_y \vec{j} + k_z \vec{k} \quad (5)$$

де k_x і k_y – кривини кривої L в площинах yoz , xoz , відповідно; k_z – її скрут.

Площина yoz дотикається поверхні D , тому величина k_x для кривої L є її геодезичною кривиною [8]. Аналітичне представлення цієї кривини залежить від форми проєкції кривої L на площину yoz в даній точці і від метрики поверхні D , яка визначається в даному випадку рівністю

$$(ds)^2 = (du)^2 + a^2 (dv)^2. \quad (6)$$

Через шукані функції $u(s)$, $v(s)$ кривина k_x для кривої L підраховується так [14]

$$k_x = -a(u''v' - v''u'). \quad (7)$$

Тут штрихом позначається процедура диференціювання по s .

Оскільки площина xoz проходить через нормаль \vec{i} до поверхні D , кривина k_y кривої L дорівнює нормальній кривині поверхні D в напрямку кривої L . Вона обчислюється за формулою Ейлера [7]

$$k_y = k_1 \cos^2 \theta + k_2 \sin^2 \theta, \quad (8)$$

де $k_1 = 0$, $k_2 = 1/a$ – головні кривини поверхні D ; θ – кут між дотичною до кривої L і головним напрямком k_1 , відповідним кривині. Відповідно до формули (8) маємо

$$k_y = a(v')^2. \quad (9)$$

Скрут k_z для циліндричної поверхні D визначається рівністю [7]

$$k_z = u'v'. \quad (10)$$

В системі відліку $oxyz$ рівняння (3) набувають вигляду

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{\omega} \times \vec{F} - \vec{f}^{gr} - \vec{f}^c, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{\omega} \times \vec{M} - \vec{k} \times \vec{F}. \quad (11)$$

Вектори \vec{f}^{gr} , \vec{f}^c , які входять сюди, розкладаються в системі координат $oxyz$

$$\begin{aligned} f_x^{gr} &= 0, & f_y^{gr} &= f^{gr} av', & f_z^{gr} &= f^{gr} \sqrt{1-(av')^2}, \\ f_x^c &= f^c, & f_y^c &= 0, & f_z^c &= 0. \end{aligned}$$

Тут f^c – додаткова шукана змінна, величина f^{gr} розраховується за формулою

$$f^{gr} = g(\rho_t - \rho_l)F,$$

де $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння; ρ_t , ρ_l – густини матеріалу труби і промивної рідини, відповідно; F - площа поперечного перерізу труби БК.

Співвідношення (7), (9), (10) дозволяють сформулювати систему шести диференціальних рівнянь першого порядку щодо шести шуканих функцій u , v , v' , k_x , F_y , F_z . Для їх запису зручно ввести позначення $q_1 = F_y$, $q_2 = F_z$, $q_3 = k_x$, $q_4 = v$, $q_5 = v'$, $q_6 = u$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} \frac{dq_1}{ds} &= 2EIq_3(q_5^2 - a^2q_5^4) - \left(M_z - EIq_5\sqrt{1-a^2q_5^2} \right) q_3q_5\sqrt{1-a^2q_5^2} + q_2q_3 - f^{gr}aq_5, \\ \frac{dq_2}{ds} &= -q_1q_3 - 2EIaq_5^3q_3\sqrt{1-a^2q_5^2} + a \left(M_z - EIq_5\sqrt{1-a^2q_5^2} \right) q_3q_5^2 - f^{gr}\sqrt{1-a^2q_5^2}, \\ \frac{dq_3}{ds} &= -\frac{aM_z}{EI}q_5^2 + a\sqrt{1-a^2q_5^2} \cdot q_3^3 + \frac{1}{EI}q_1, \\ \frac{dq_4}{ds} &= q_5, \\ \frac{dq_5}{ds} &= \frac{1}{a}q_3\sqrt{1-a^2q_5^2}, \\ \frac{dq_6}{ds} &= \sqrt{1-a^2q_5^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Розв'язання цієї системи при заданих граничних умовах і величиною дає можливість за допомогою формул знайти інші функції, що визначають напружено-деформований стан колони, і потім по формулі

$$f^c = -k_y F_z + u'v'F_y - dF_x/ds \quad (13)$$

підрахувати силу контактного взаємодії БК зі стінкою свердловини.

Підкреслимо ще раз, що завдяки застосуванню супутньої системи відліку, загальне число розв'язувальних рівнянь системи (12), що включає рівняння рівноваги і геометричні рівняння, зменшений до шести, в той час як порядок розв'язувальних рівнянь загальної теорії криволінійних стрижнів дорівнює дванадцяти [7]. До того ж, якщо в розглянутій задачі не застосовувати систему $oxyz$, число рівнянь збільшилось би ще на одиницю в зв'язку з додаванням нової шуканої функції $\vec{f}^c(s)$.

Методика розв'язання системи нелінійних рівнянь. Для розв'язання сформульованої задачі використовуємо метод продовження розв'язку по параметру спільно з методом Ньютона [7]. Представимо систему (12) у векторній формі

$$\vec{q}' = \vec{f}(\vec{q}, s, \lambda), \quad (14)$$

де $\vec{q}(s) = [q_1(s), q_2(s), \dots, q_6(s)]^T$ – шестивимірний вектор стану; $\vec{f}(\dots)$ – вектор-функція правих частин системи (12); s – натуральний параметр, вимірюваний довжиною осьової лінії БК; λ – параметр інтенсивності збурення (навантаження); штрихом позначена похідна по s . Відзначимо, що параметр λ , який вводиться, може бути як дійсним, так і формальним, що відображає будь-які кількісні характеристики.

На краях $s=0$ і $s=S$ інтервалу $0 \leq s \leq S$ зміни змінної s задані по три незалежних крайових умови, представлених в векторній формі

$$\vec{\varphi}[\vec{q}(0), \lambda] = 0, \quad (15)$$

$$\vec{\psi}[\vec{q}(S), \lambda] = 0. \quad (16)$$

Рівняння (14), (15) складають нелінійну двоточкову крайову задачу, що залежить від параметра λ . Нехай при деякому початковому значенні $\lambda = \lambda^{(n)}$ відомо розв'язок $\vec{q}^{(n)}(s)$ поставленої задачі. Вибираючи цей розв'язок в якості опорного, дамо малий приріст $\delta\lambda^{(n)}$ параметру λ . Тоді відповідну йому варіацію $\delta\vec{q}^{(n)}(s)$ розв'язок $\vec{q}^{(n)}(s)$ можна знайти з лінійного рівняння

$$\frac{d\delta\vec{q}^{(n)}}{ds} = \frac{\partial\vec{f}}{\partial\vec{q}}\delta\vec{q}^{(n)} + \frac{\partial\vec{f}}{\partial\lambda}\delta\lambda^{(n)}, \quad (17)$$

отриманого лінеаризацією рівняння (20) в стані $\vec{q}^{(n)}, \lambda^{(n)}$.

Крайові рівняння для функції $\delta\vec{q}^{(n)}$ формуються лінеаризацією рівнянь (15), (16):

$$\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial\vec{q}}\delta\vec{q}^{(n)}(0) + \frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial\lambda}\delta\lambda^{(n)} = 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial\vec{\psi}}{\partial\vec{q}}\delta\vec{q}^{(n)}(S) + \frac{\partial\vec{\psi}}{\partial\lambda}\delta\lambda^{(n)} = 0. \quad (19)$$

Тут матриці Якобі $\partial\vec{\varphi}/\partial\vec{q}$, $\partial\vec{\psi}/\partial\vec{q}$ і вектори $\partial\vec{\varphi}/\partial\lambda$, $\partial\vec{\psi}/\partial\lambda$ також обчислюються в стані $\vec{q}^{(n)}, \lambda^{(n)}$.

Для побудови $\delta\vec{q}^{(n)}(s)$ виберемо серед складових $\delta q_i^{(n)}(s)$ ($i=1,2,\dots,6$) такі три компоненти $\delta q_j^{(n)}(s)$, будь-які значення яких $\delta q_j^{(n)}(0)$ не порушать систему (18). Перенумерувати невідомі $\delta q_i^{(n)}$ ($i=1,2,\dots,6$) так, щоб індекс j приймав значення $j=1, 2, 3$, розв'язок задачі (17) - (19) представимо у вигляді

$$\delta\vec{q}^{(n)}(s) = \vec{y}_\lambda \delta\lambda^{(n)} + Y(s)\delta c^{(n)}, \quad (20)$$

де \vec{y}_λ – розв'язок задачі Коші для системи

$$\frac{d\vec{y}_\lambda}{ds} = \frac{\partial\vec{f}}{\partial\vec{q}}\vec{y}_\lambda + \frac{\partial\vec{f}}{\partial\lambda} \quad (21)$$

при нульових початкових умовах; $Y(s)$ – матриця розміру 6×3 розв'язків системи

$$\frac{d\vec{y}}{ds} = \frac{\partial\vec{f}}{\partial\vec{q}}\vec{y} \quad (21)$$

з початковими умовами $y_j(0) = (\delta_1^j, \delta_2^j, \dots, \delta_6^j)$ ($j=1, 2, 3$) для незалежно варійованих умов і початковими умовами, які підбираються з рівнянь (18) для інших змінних $y_i(0)$ ($i=4, 5, 6$). Тут δ_k^i – символ Кронекера. Вектор $\delta \vec{c}^{(n)} = [\delta c_1^{(n)}, \delta c_2^{(n)}, \delta c_3^{(n)}]^T$ підбирається так, щоб задовольнялося рівняння (19), тобто:

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{q}} Y(S) \delta c^{(n)} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{q}} \bar{y}_\lambda(S) \delta \lambda^{(n)} - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \lambda} \delta \lambda^{(n)} \quad (23)$$

Стани, в яких

$$\left| \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{q}} Y(S) \right| = 0, \quad (24)$$

є біфуркаційними. В них система втрачає стійкість.

Оскільки вектор $\delta \bar{q}^{(n)}(s)$ знайдений з використанням лінеаризованих рівнянь (17) – (19), розв'язок $\bar{q}^{(n+1)}(s) = \bar{q}^{(n)}(s) + \delta \bar{q}^{(n)}(s)$, $\lambda^{(n+1)} = \lambda^{(n)} + \delta \lambda^{(n)}$ задовольнятиме нелінійним крайовим рівнянням (18), (19) наближено з невязку

$$\bar{r}_\varphi^{(n+1)} = \bar{\varphi}[\bar{q}^{(n+1)}(0), \lambda^{(n+1)}], \quad \bar{r}_\psi^{(n+1)} = \bar{\psi}[\bar{q}^{(n+1)}(S), \lambda^{(n+1)}]. \quad (25)$$

Тому на наступному кроці варіювання параметра λ невязки $\bar{r}_\varphi^{(n+1)}$, $\bar{r}_\psi^{(n+1)}$, додаються в праві частини відповідних лінеаризованих граничних умов (18), (19) з протилежними знаками.

Для поставленої задачі рівняння (17), що відповідають системі (12), мають вигляд

$$\begin{aligned} \delta q_1' &= q_3 \delta q_2 + \left[3EIq_5^2(1 - a^2 q_5^2) - M_z q_5 \sqrt{1 - a^2 q_5^2} + q_2 \right] \delta q_3 + \\ &+ \left[6EIq_3 q_5(1 - 2a^2 q_5^2) - M_z \frac{q_3(1 - 2a^2 q_5^2)}{\sqrt{1 - a^2 q_5^2}} - af^{gr} \right] \delta q_5 + \left(-q_3 q_5 \sqrt{1 - a^2 q_5^2} \right) \delta M_z, \\ \delta q_2' &= -q_3 \delta q_1 + \left(-3EIa q_5^3 \sqrt{1 - a^2 q_5^2} + M_z a q_5^2 - q_1 \right) \delta q_3 + \\ &+ \left[\frac{EIa q_3 q_5^2}{\sqrt{1 - a^2 q_5^2}} (-9 + 12a^2 q_5^2) + 2M_z a q_3 q_5 + \frac{f^{gr} a^2 q_5^2}{\sqrt{1 - a^2 q_5^2}} \right] \delta q_5 + a q_3 q_5^2 \delta M_z, \\ \delta q_3' &= \frac{1}{EI} \delta q_1 + \left[-\frac{2a}{EI} M_z q_5 + a q_5^2 \frac{(3 - 4a^2 q_5^2)}{\sqrt{1 - a^2 q_5^2}} \right] \delta q_5 - \frac{a}{EI} q_5^2 \delta M_z, \\ \delta q_4' &= \delta q_5, \\ \delta q_5' &= \frac{1}{a} \sqrt{1 - a^2 q_5^2} \delta q_3 - \frac{a q_3 q_5}{\sqrt{1 - a^2 q_5^2}} \delta q_5, \\ \delta q_6' &= -\frac{a^2 q_5}{\sqrt{1 - a^2 q_5^2}} \delta q_5. \end{aligned} \quad (26)$$

Конкретні залежності для крайових рівнянь (18), (19), (11) вибираються в залежності від умов обпирання БК на краях $s=0$ і $s=S$. Вони виражаються через вертикальну силу тиску R долота на дно свердловини, крутний момент M_z , згинальний момент M_x і переміщення u і v . Кожна з цих величин може бути задана як провідний параметр λ . Інтегрування рівнянь (26) при побудові матриці $Y(s)$ і системи (18), а також обчисленні невязок (25) здійснюється методом Рунге-Кутта спільно з методом ортогоналізації по Годунову.

Результати чисельних досліджень. За допомогою запропонованої методики виконано комп'ютерне моделювання пружного закритичного деформування БК всередині циліндричної вертикальної свердловини глибиною H . Прийнято, що своїм нижнім кінцем БК довжиною S впирається в дно свердловини, тому на неї діє стискаюча сила реакції $F_z(S) = -R$. Величина R змінювалася і в міру її збільшення відбувалося закритичних деформування БК. До верхнього кінця БК прикладена сила $F_z(0) = G - R$, де G - сила тяжіння всієї БК, підрахована з урахуванням дії гидростатической яка викидає сили від промивної рідини.

У роботах [1, 8] показано, що критичний стан бурильних колон і форми їх втрати стійкості в значній мірі залежать від характеру зміни осьової сили F_z по висоті і супроводжуються, в основному, випинанням колони в її нижній частині, де ці сили в результаті дії стискаючої реакції R набувають від'ємних значень. Тому при моделюванні закритичної формозміни БК можна обмежитися розглядом її деякої нижньої ділянки і аналізувати рівноважні стани БК при різних значеннях R . Оскільки швидкість зміни функції F_z за s залежить від щільності ρ_l матеріалу труби БК, цікаво простежити за характером деформування БК при різних ρ_l . У практиці буріння зазвичай застосовують труби, виготовлені зі сталі, титану, алюмінію або композитних матеріалів, тому величина ρ_l змінюється в широких межах. В даних розрахунках приймалося $\rho_l = 1300$ кг/м³, $\rho_l = 2500, 4000, 5000$ кг/м³.

Розрахунки виконані при наступних значеннях вихідних даних: $H = 500$ м; $EI = 2,01 \cdot 10^7$ Н·м²; $M_z = 1 \cdot 10^3, 1 \cdot 10^4$ Н·м; $F = 9,11 \cdot 10^{-3}$ м², $a = 0,05$ м.

Було прийнято, що у верхній точці $u(0) = 0$, $v(0) = 0$ і $k_x(0) = 0$, в нижній точці діє стискаюча сила R і колона може вільно повертатися. Моделювання здійснювалося шляхом поступового збільшення R до тих пір, поки величина $v'(0)$ приймала значення 0,01. Результати розрахунків наведені в таблиці.

Таблиця 1 - Значення параметрів напружено-деформованого стану бурильних колон в закритичних станах

№ варіанта	ρ_l , кг/м ³	M_z , Н·м	G , Н	$v(S)$, рад	$F_z(0)$, Н	R , Н
1	2500	$1 \cdot 10^3$	53621	12,67	2385	51245
2	4000	$1 \cdot 10^3$	120648	17,72	7242	113350
3	5000	$1 \cdot 10^3$	165333	20,16	10265	155080
4	5000	$1 \cdot 10^4$	165333	19,03	10409	154830

У ній для чотирьох варіантів вихідних даних ρ_l і M_z наведені значення кутового переміщення $v(s)$ нижнього кінця БК, осьової сили $F_z(0)$ і відповідного їм значення R . Їх можна порівняти з величиною G , рівною повній силі тяжіння, що діє на БК:

$$G = g(\rho_l - \rho_f)FH.$$

На рис. 3 наведені тривимірні зображення знайдених форм осьових ліній БК в закритичних станах. Номери 1 - 4 на цьому малюнку відповідають позиціям 1 - 4 в таблиці. Можна бачити, що в закритичних станах бурильна колона приймає спіральну форму, причому крок спіралі зменшується в міру наближення до нижнього кінця БК, а число витків спіралі (або кут $v(s)$) збільшується зі збільшенням R .

Вплив моменту M_z на закритичних деформування БК простежити за двома розглянутими прикладами (позиції 3 і 4 в таблиці) не представляється можливим, це питання вимагає спеціального дослідження.

Функції, що характеризують напружено-деформований стан колони, зі зміною значень характерних параметрів зазнають лише деякі кількісні зміни.

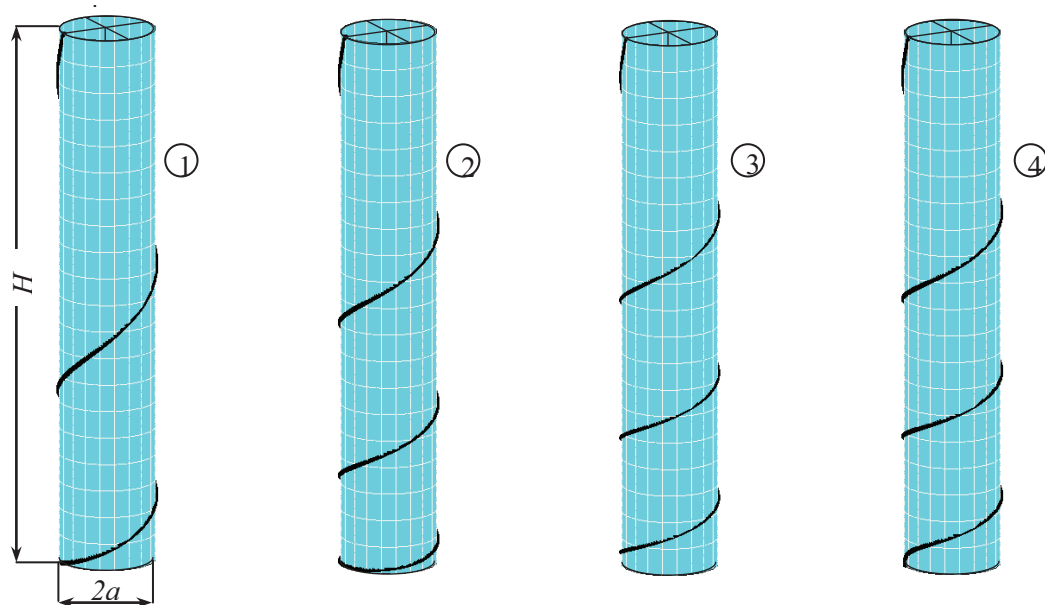


Рисунок 3 - Форми осьової лінії бурильних колон в закритичних станах

Отримані результати дозволяють зробити висновок, що в своїй верхній частині, де БК розтягнута і її викривлення мале, колона знаходиться в майже безмоментному напруженому стані і її згинання відбувається, в основному, в зоні дії вертикальної стискаючої реакції R і моментів $M_x(S)$, $M_y(S)$, прилеглих до нижнього краю $s = S$.

Висновки.

1. У даній роботі поставлена задача про пружне закритичне згинання протяжних бурильних колон у циліндричних порожнинах вертикальних нафтових і газових свердловин.
 2. Виконано комп'ютерне моделювання процесу пружного деформування бурильної колони в циліндричній порожнині під дією крутного моменту, розподілених осьових сил тяжіння, вертикальної стискаючої реакції взаємодії колони з дном свердловини і шуканих розподілених сил тиску стінки свердловини на колону. Досліджено її напружено-деформований стан.
 3. Показано, що згинання колони відбувається за формою тривимірної спіралі зі змінним кроком. При цьому значення внутрішніх перерізують сил, згинальних моментів і сили контактної взаємодії БК з поверхнею свердловини порівняно невеликі і вони мають вигляд крайових ефектів з швидко зростаючими значеннями на нижньому кінці.
- Робота виконана в рамках держбюджетної теми 0115U002270 «Комп'ютерне прогнозування і запобігання аварійним режимам буріння похило-скерованих та горизонтальних свердловин на етапах їх проектування і проходки».

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Mitchell R.F., Miska S. Helical buckling of pipe with connectors and torque. SPE Drilling and Completion. 2006. No. 21(2). P. 108 – 115.
2. Mitchell R.F., Samuel R. How good is the torque / drag model? SPE Drilling & Completion. 2009. P. 62 – 7. March.
3. Gulyayev V.I., Andrusenko E.N. Theoretical simulation of geometrical imperfections influence on drilling operations at drivage of curvilinear bore-holes. J. Petr. Sci. Eng. 2013. No. 112. P. 170 – 177.
4. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. The buckling of elongated rotating drill strings. J. Petr. Sci. Eng. 2009. No. 67. P. 140 – 148.
5. Gulyayev V.I., Khudoliy S.N., Andrusenko E.N. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes. Interact. Multiscale Mech. 2011. No. 4 (1). P. 1 – 16.
6. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Andrusenko E.N., Shlyun N.V. Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drivage. J. of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. 2015. V. 137. No. 1. P. 011402-1 – 011402-8. February.

7. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Andrusenko E.N., Shlyun N.V. Critical buckling of drill strings in curvilinear channels of directed bore-holes. *J. of Petroleum Science and Engineering*. 2015. V. 129. P. 168 – 177. March.
8. Гуляев В.И., Андрусенко Е.Н. Нелинейное изгибание бурильных колонн в вертикальных скважинах. *Проблемы прочности*. 2013. №3. С. 120 – 134.

REFERENCES

1. Mitchell R.F., Miska S. Helical buckling of pipe with connectors and torque. *SPE Drilling and Completion*. 2006. No. 21(2). P. 108 – 115.
2. Mitchell R.F., Samuel R. How good is the torque / drag model? *SPE Drilling & Completion*. 2009. P. 62 – 7. March.
3. Gulyayev V.I., Andrusenko E.N. Theoretical simulation of geometrical imperfections influence on drilling operations at drivage of curvilinear bore-holes. *J. Petr. Sci. Eng.* 2013. No. 112. P. 170 – 177.
4. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. The buckling of elongated rotating drill strings. *J. Petr. Sci. Eng.* 2009. No. 67. P. 140 – 148.
5. Gulyayev V.I., Khudoliy S.N., Andrusenko E.N. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes. *Interact. Multiscale Mech.* 2011. No. 4 (1). P. 1 – 16.
6. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Andrusenko E.N., Shlyun N.V. Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drivage. *J. of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. 2015. V. 137. No. 1. P. 011402-1 – 011402-8. February.
7. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Andrusenko E.N., Shlyun N.V. Critical buckling of drill strings in curvilinear channels of directed bore-holes. *J. of Petroleum Science and Engineering*. 2015. V. 129. P. 168 – 177. March. .
8. Gulyayev V.I., Andrusenko E.N. Non-linear bending of drill strings in vertical bore-holes. *Strength of Materials*. 2013. No. 3. P. 120 – 134.(Rus).

РЕФЕРАТ

Андрусенко О.М. Нелінійне згинання бурильних колон в циліндричних порожнинах верикальних свердловин / О.М. Андрусенко // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2017. – Вип. 1 (37).

В статті розглянуто задачу про пружне нелінійне згинальне деформування бурильних колон в циліндричних порожнинах вертикальних нафтових і газових свердловин.

Об'єкт дослідження - явище пружного деформування бурильної колони в каналі вертикальної свердловини при виконанні технологічних операцій буріння.

Мета роботи полягає в постановці і розв'язанні нових задач будівельної механіки про нелінійне деформування бурильних колон у вертикальних свердловинах.

Методи дослідження – основні положення механічних систем зі в'язями, що обмежують їх переміщення, числовий метод Рунге-Кутти.

На основі теорії гнучких криволінійних стрижнів з використанням спеціально обраної системи відліку побудовані нелінійні звичайні диференціальні рівняння, що описують контактну взаємодію труби бурильної колони зі стінкою свердловини. Запропоновано методику чисельного розв'язання побудованих рівнянь. Обговорюються результати комп'ютерного моделювання.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: БУРИЛЬНА КОЛОНА, ВЕРТИКАЛЬНА СВЕРДЛОВИНА, ОБЕРТАННЯ, ТЕРТЯ, СТИЙКІСТЬ.

ABSTRACT

Andrusenko E.N. Nonlinear bending of a drill string in cylindrical cavity of a vertical bore-hole. *Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection*. – Kyiv: National Transport University, 2017. – Issue 1 (37).

In the paper, the problem about elastic nonlinear bending deforming of drill strings in the cylindrical cavities of vertical oil and gas bore-holes is considered.

The research object is the effect of elastic bending of a drill string in the channel of a vertical bore-hole during performing the drilling technological operation.

The paper target is the statement and solution of new problems of mechanics about nonlinear deforming of drill strings in vertical bore-holes.

The methods of investigation are based on principals of mechanics associated with limiting displacements and numerical Runge-Kutta algorithm.

On the basis of the theory of curvilinear flexible rods and use of a special reference frame, the nonlinear ordinary differential equations, describing contact interaction of the drill string tube and bore-hole wall, are constructed. New techniques for numerical solution of the constructed equations are proposed. The results of computer simulation are discussed.

KEYWORDS: DRILL STRING, VERTICAL BORE-HOLE, ROTATION, FRICTION, STABILITY.

РЕФЕРАТ

Андрусенко Е.Н. Нелинейное изгибание бурильных колонн в цилиндрических полостях вертикальных скважин / Е.Н. Андрусенко // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К. : НТУ, 2017. – Вып. 1 (37).

В статье рассмотрена задача об упругом нелинейном изгибном деформировании бурильных колонн в цилиндрических полостях вертикальных нефтяных и газовых скважин.

Объект исследования - явление упругого деформирования бурильной колонны в канале вертикальной скважины при выполнении технологических операций бурения.

Цель работы заключается в постановке и решении новых задач строительной механики о нелинейном деформировании бурильных колонн в вертикальных скважинах.

Методы исследования – основные положения механических систем со связями, ограничивающих их перемещение; численный метод Рунге-Кутты.

На основе теории гибких криволинейных стержней с использованием специально выбранной системы отсчёта построены нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения, описывающие контактное взаимодействие трубы бурильной колонны со стенкой скважины. Предложена методика численного решения построенных уравнений. Обсуждаются результаты компьютерного моделирования.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, ВЕРТИКАЛЬНАЯ СКВАЖИНА, ВРАЩЕНИЕ, ТРЕНИЕ, УСТОЙЧИВОСТЬ.

АВТОРИ:

Андрусенко Олена Миколаївна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: a.andrusenko@gmail.com, тел. +380672981387, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе 42, к. 511.

AUTHORS:

Andrusenko Elena Nikolaevna, Ph.D., National Transport University, associate professor department of high mathematics, e-mail: a.andrusenko@gmail.com, tel. +380672981387, Ukraine, 01010, Kiev, Kikvidze str. 42, of. 511.

АВТОР:

Андрусенко Елена Николаевна, кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, доцент кафедры высшей математики, e-mail: a.andrusenko@gmail.com, тел. +380672981387, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе 42, к. 511.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Лоза І.А., доктор фізико-математичних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

REVIEWER:

Gaidaichuk V.V., Engineering (Dr.), Professor, Kiev National University of Construction and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kiev, Ukraine.

Loza I.A., Physics and Mathematics (Dr.), Professor, National Transport University, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kiev, Ukraine.