

УДК 539.3  
UDC 539.3

## ДО ВИЗНАЧЕННЯ ПРУЖНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ СИСТЕМИ ЦИЛІНДРИЧНА ОБОЛОНКА – ГРУНТОВЕ СЕРЕДОВИЩЕ ПРИ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

*Мейш В.Ф.*, доктор фізико-математичних наук, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна

*Мейш Ю.А.*, кандидат фізико-математичних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна

## TO DETERMINING THE ELASTIC COEFFICIENTS OF THE SYSTEM CYLINDRICAL SHELL – SOIL MEDIA UNDER DYNAMICAL LOADS

*Meish V.F.*, Doctor of Science, S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

*Meish Yu.A.*, Ph. D., National Transport University, Kyiv, Ukraine

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ УПРУГИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СИСТЕМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА – ГРУНТОВАЯ СРЕДА ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

*Мейш В.Ф.*, доктор физико-математических наук, Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

*Мейш Ю.А.*, кандидат физико-математических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина

### **Постановка проблеми.**

Визначення динамічних характеристик напружено – деформованого стану неоднорідних оболонок при взаємодії з навколишнім середовищем є актуальною проблемою при проектування технічних засобів видобутку нафти та газу. Експериментальне дослідження таких процесів пов'язане із значними труднощами. Тому, задачі математичного моделювання взаємодії пружних оболонкових елементів конструкцій з навколишнім середовищем (вода, ґрунт та інш.) є актуальними.

При розгляді взаємодії пружних конструкцій з навколишнім середовищем існує два основних підходи постановки та розв'язку вказаних задач: моделювання навколишнього середовища згідно тривимірних рівнянь механіки суцільних середовищ та моделювання навколишнього середовища деякими інтегральними кінематичними та силовими параметрами, які діють на пружну конструкцію (пружні основи типу Вінклера, Пастернака тощо) [1, 2]. Розв'язок задач згідно першого підходу пов'язаний із значними алгоритмічними та обчислювальними труднощами [3]. Згідно другого підходу дія навколишнього середовища замінюється пружною основою, що в свою чергу приводить до спрощення постановки та розв'язку вихідних задач [2, 4 - 6].

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

Як показує літературний огляд по темі дослідження, в цьому напрямку слід відмітити роботи по динамічній поведінці неоднорідних циліндричних, сферичних та конічних оболонок на пружній основі Вінклера при нестационарних навантаженнях (випадок осесиметричних коливань) [1- 6]. В цих роботах досліджено вплив пружної основи на напружено – деформований стан неоднорідних оболонок при нестационарних коливаннях. Практично відсутні дослідження для випадку коливань оболонок нестандартної геометрії на пружній основі. В роботі [6] розглянуто задачі про вимушені коливання циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі. Нижче приведено випадок задачі про вимушені коливання циліндричних оболонок кругового перерізу на пружній основі Вінклера при нестационарних навантаженнях.

Метою роботи є створення нової загальної методології, що дозволяє розраховувати напружено-деформований стан неоднорідних елементів конструкцій, які зв'язані з пружними

середовищами Вінклера та Пастернака, при дії динамічних силових навантажень різного виду та способу їх прикладання. Розв'язок зв'язаних задач оболонка – ґрунтове середовище, на базі яких є можливим визначити коефіцієнт постелі Вінклера при нестационарних навантаженнях в залежності від геометрії оболонки та фізико – механічних властивостей ґрунтового середовища.

### Виклад основного матеріалу.

Розглядається нескінченна циліндрична оболонка на пружній ґрунтовій основі Вінклера при дії імпульсного внутрішнього навантаження  $P_3(t)$ . Рівняння коливань в цьому випадку мають вид [1]

$$-\frac{T_{22}}{R} - c_w u_3 + P_3(t) = \rho h \ddot{u}_3. \quad (1)$$

Проводиться порівняння результатів розрахунків, згідно рівнянь (1) та результатів розв'язку зв'язаної задачі циліндрична оболонка – ґрунтове середовище. Процес розповсюдження циліндричних хвиль в ґрунтовому середовищі описується наступною системою рівнянь в ейлерових змінних

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(\rho U^2 + P)] - \frac{1}{r} P &= 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(\rho U)] &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $r$  - просторова координата,  $t$  - часова координата,  $U$  - швидкість,  $\rho$  - густина,  $P$  - тиск.

Рівняння стану ґрунтового середовища приймається згідно моделі нелінійного рідкого багатокомпонентного середовища [7]

$$\begin{aligned} \frac{\rho_0}{\rho} &= \sum_{i=1}^3 \alpha_i \left[ \frac{\gamma_i (P - P_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_i}, \\ \rho_0 &= \frac{1}{V_0} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \rho_{i0}, \quad \sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1, \end{aligned}$$

де  $\alpha_i$  - вміст по об'єму компонентів;  $\rho_{i0}$  - густина;  $V_{i0}$  - питомий об'єм компонентів;  $c_{i0}$  - швидкість звуку у відповідних компонентах при атмосферному тиску  $P_0$ ;  $i$  - номер компоненти (1 – повітря, 2 – рідина, 3 – тверді частинки).

Рівняння коливань тонкої циліндричної оболонки радіусу  $R$  та товщиною  $h$  при розв'язку зв'язаної задачі мають вид [1]

$$\begin{aligned} \rho_{об} h \ddot{u}_3 &= -\frac{T_{22}}{R} + P_3(t) - P_r(t), \\ T_{22} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \frac{u_3}{R^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $P_r(t)$  - тиск ґрунту на оболонку.

### Результати досліджень.

Метою проведення розрахунків згідно рівнянь (1) була максимально можлива рівність величин прогинів  $u_3$  оболонки з розрахунками за рівняннями (2), (3). Виходячи із подібності рівнянь виду (3) та (1), запропонована формула для визначення коефіцієнтів Вінклера  $c_w$  у випадку кожного конкретного варіанту коливань системи оболонка – ґрунтове середовище

$$c_w = \frac{\max P_r(t)}{u_3(t^*)}, \quad (4)$$

де величини  $P_r(t)$ ,  $u_3(t)$  визначаються із розв'язку задачі (2), (3);  $t^*$  – час досягнення максимального значення величини  $P_r(t)$ . З врахуванням того, що повного співпадіння результатів по двом моделям досягти неможливо, за критерій достовірності приймалося максимально можливе співпадіння амплітуд величин  $u_3$  в перший період коливань - рис. 1. На рис. 1 криві з індексом 1 відповідають розрахункам за формулою (1), криві з індексом 2 – за формулами (2), (3).

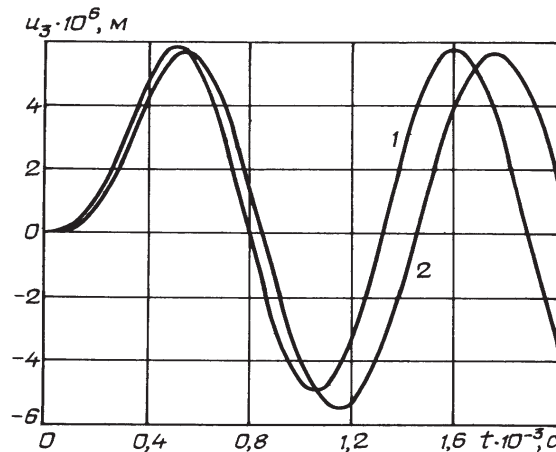


Рисунок 1 – Залежність величини  $u_3$  від часової координати  $t$

Для розв'язку вихідних рівнянь теорії коливань оболонок (1) використовується інтегро – інтерполяційний метод побудови різницевої схеми для рівнянь гіперболічного типу [1, 5, 10]. Для чисельного розв'язку задач динамічної поведінки системи циліндрична оболонка - ґрунтове середовище використовується двокрокова схема Мак - Кормака предиктор – коректор [8, 9].

#### Висновки.

В роботі проведено порівняльний аналіз чисельного розв'язку задачі про хвильові процеси в системі «циліндрична оболонка – ґрунтове середовище» при імпульсних навантаженнях, згідно двох прикладних теорій. Отримані в роботі результати можуть бути використані для дослідження прикладних задач, що виникають при прогнозуванні динамічної поведінки колекторів нафто- та газових свердловин. Практичне значення має розроблена теоретична методика визначення коефіцієнта Вінклера для водонасичених ґрунтів.

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Вестяк А.В. Нестационарные взаимодействия деформируемых тел с окружающей средой / А.В. Вестяк, А.Г. Горшков, Д.В. Тарлаковский // Итоги науки и техн.: Мех. деф. тверд. тела. Т. 15. - М.: ВИНТИ, 1983. – С. 69-148.
2. Перельмутер А.В. Расчетные модели сооружений и возможности их анализа. / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер – Киев: Сталь, 2000. – 600с.
3. Головки К.Г. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках: монография / К.Г. Головки, П.З. Луговой, В.Ф. Мейш; под ред. акад НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. полигр. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
4. Головки К.Г. О решении осесимметрических задач динамики цилиндрических оболочек на упругом основании / К.Г. Головки, П.З. Луговой, В.Ф. Мейш // Прикл. механика. – 2007. – **43**, № 12. – С. 85 –94.
5. Луговой П.З. Нестационарная динамика неоднородных оболочечных конструкций / П.З. Луговой, В.Ф. Мейш, Э.А. Штанцель. – К: Издательско – полиграфический центр “Киевский университет”, 2005. – 536с.

6. Мейш Ю.А. Задачі про вимушені коливання циліндричних оболонок еліптичного перерізу на пружній основі при нестационарних навантаженнях / Ю.А. Мейш // Вісник Національного транспортного університету. – К.: НТУ, 2014. – Випуск 29. – С. 233 – 239.
7. Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах / Г.М. Ляхов. – М.: Наука. 1982. – 288 с.
8. Ляхов В.Н. Воздействие ударных волн и струй на элементы конструкций / В.Н. Ляхов, В.В. Подлубный, В.В. Титаренко. – М.: Машиностроение, 1989. – 392 с.
9. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2 / К. Флетчер. – М.: Мир, 1991. – 552 с.
10. Самарский А.А. Теория разностных схем. / Самарский А.А. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

#### REFERENCES

1. Vestyak A.V., Gorshkov A.G., Tarlakovskii D.V. Nonstationary interaction of deformable bodies with environmental. Results in science and technology: Mechanics of deformable solids. Moskva: VINITI. 1983. 15. P. 69–148. (Rus)
2. Perel'muter A.V., Slivker V.I. Computational models of structures and the possibility of their analysis. Kyiv : Steel. 2000. 600 p. (Rus)
3. Golovko K.G., Lugovoyi P.Z., Meish V.F. Dynamics of inhomogeneous shells under nonstationary loading: monograph edited by academician NAS of Ukraine, A. N. Guz. Kyiv: Ed. print. center «Kyiv Univ.». 2012. 541 p. (Rus)
4. Golovko K.G., Lugovoyi P.Z., Meish V.F. About solution of axisymmetrical problems of the dynamics of cylindrical shells on elastic foundation. J. Appl. mechanics. 2007. 43. № 12. P. 85 – 94. (Rus)
5. Lugovoyi P.Z., Meish V.F., Shtantsel E.A. The nonstationary dynamics of inhomogeneous shell constructions: monograph. Kyiv : Ed. print. center «Kyiv Univ.». 2005. 537 p. (Rus)
6. Meish Yu.A. Problems of forced oscillations cylindrical shells elliptical cross – section on elastic foundation under non - stationary loads. Visnyk National Transport University. Kyiv. 2014. Vol. 29. P. 233 – 239. (Ukr)
7. Lyakhov G.M. Waves in soils and porous multicomponent media. - М .: Nauka. 1982. - 288 p. (Rus)
8. Lyakhov V.N., Podlubnyi V.V., Titarenko V.V. The impact of the shock waves and streams in the construction elements - М.: Engineering, 1989. - 392 p. (Rus)
9. Fletcher K. Computational Methods in Fluid Dynamics. Т. 2. - М .: Mir, 1991. - 552 p. (Rus)
10. Samarskiyi A. A. The theory of difference schemes. Moscow: Nauka. 1977. – 656 p. (Rus)

#### РЕФЕРАТ

Мейш В.Ф. До визначення пружних коефіцієнтів системи циліндрична оболонка – ґрунтове середовище при динамічних навантаженнях / В.Ф. Мейш, Ю.А. Мейш // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2017. – Вип. 1 (37).

В роботі визначено пружні коефіцієнти взаємодії системи циліндрична оболонка – ґрунтове середовище при динамічних навантаженнях.

Об'єктом дослідження є хвильові процеси в системі циліндрична оболонка – ґрунтове середовище.

Мета роботи полягає в дослідженні напружено – деформованого стану системи циліндрична оболонка – ґрунтове середовище при нестационарних навантаженнях.

Методи дослідження включають чисельні методи розв'язування динамічних рівнянь теорії циліндричних оболонок на пружній основі.

Розглянуто задачі про визначення пружних коефіцієнтів системи циліндрична оболонка – ґрунтове середовище при динамічних навантаженнях. Проведено порівняльний аналіз чисельного розв'язку задачі про хвильові процеси в системі «циліндрична оболонка – ґрунтове середовище» при імпульсних навантаженнях, згідно двох прикладних теорій.

Отримані в роботі результати можуть бути використані для дослідження прикладних задач, що виникають при прогнозуванні динамічної поведінки колекторів нафто- та газових свердловин. Практичне значення має розроблена теоретична методика визначення коефіцієнта Вінклера для водонасичених ґрунтів. Результати роботи можуть бути впроваджені в практику теоретичного та експериментального дослідження взаємодії системи циліндрична оболонка – ґрунтове середовище.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження – визначення оптимальних геометричних та фізико – механічних параметрів циліндричних оболонок при взаємодії з ґрунтовым середовищем.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** ЦИЛІНДРИЧНІ ОБОЛОНКИ, ҐРУНТОВЕ СЕРЕДОВИЩЕ, КОЕФІЦІЄНТ ВІНКЛЕРА

### ABSTRACT

Meish V.F., Meish Yu.A. To determining the elastic coefficients of the system cylindrical shell – soil media under dynamical loads. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2017. – Issue 1 (37).

The article posed the problem of vibrations of cylindrical shells circular cross – section on elastic foundation under nonstationary loading.

Object of study – cylindrical shells circular cross – section on elastic foundation.

Purpose of the paper consists in study of the stress – strain state cylindrical shells circular cross – section on elastic foundation under nonstationary loading.

Methods of the study include numerical method for solving the dynamic equations of the theory of cylindrical shells on elastic foundation.

The new science-based general methodology of mathematical research of stress-deformable state of heterogeneous structure elements based on Winkler–Pasternak elastic base under the external and internal dynamic loads is created. Within the framework of continua mechanics the related problems of shell - soil media theory were solved, which allowed to obtain Winkler coefficient for problems of different geometry (for example, cylinder) and different physical-mechanical parameters of soils.

The results can be inculcated into the practice of theoretical and experimental studies of the interaction of cylindrical shells circular cross – section with an elastic foundation.

Proposed assumption about the forward-looking development of the object of research – to determine optimal geometrical and physical – mechanical parameters of cylindrical shells circular cross – section in the interaction with an elastic foundation.

**KEY WORDS:** SOIL MEDIA, WINKLER COEFFICIENT, CYLINDRICAL SHELL

### РЕФЕРАТ

Мейш В.Ф. К определению упругих коэффициентов системы цилиндрическая оболочка – ґрунтовая среда при динамических нагрузках / В.Ф. Мейш, Ю.А. Мейш // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К. : НТУ, 2017. – Вып. 1 (37).

В работе определены упругие коэффициенты взаимодействия системы цилиндрическая оболочка – ґрунтовая среда при динамических нагрузках.

Объектом исследования являются волновые процессы в системе цилиндрическая оболочка – ґрунтовая среда.

Цель работы состоит в исследовании напряженно – деформированного состояния системы цилиндрическая оболочка – ґрунтовая среда при нестационарных нагрузках.

Методы исследования включают численные методы решения динамических уравнений теории цилиндрических оболочек на упругом основании.

Рассмотрены задачи об определении упругих коэффициентов системы цилиндрическая оболочка – ґрунтовая среда при динамических нагрузках. Проведен сравнительный анализ численного решения задачи о волновых процессах в системе «цилиндрическая оболочка – ґрунтовая среда» при импульсных нагрузках, согласно двух прикладных теорий.

Полученные в работе результаты могут быть использованы для исследования прикладных задач, возникающих при прогнозировании динамического поведения коллекторов нефти - и газовых скважин. Практическое значение имеет разработанная теоретическая методика определения коэффициента Винклера для водонасыщенных грунтов. Результаты работы могут быть использованы на практике теоретического и экспериментального исследования взаимодействия системы цилиндрическая оболочка – грунтовая среда.

Прогнозируемые допущения, относительно развития объекта исследования – определение оптимальных геометрических и физико-механических параметров цилиндрических оболочек при взаимодействии с грунтовой средой.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ, ГРУНТОВАЯ СРЕДА, КОЭФФИЦИЕНТ ВИНКЛЕРА

**АВТОРИ:**

Мейш Володимир Федорович, доктор фізико – математичних наук, професор, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, головний науковий співробітник, e-mail: vfmeish@gmail.com, tel. +380502519697, Україна, 03057, г. Київ, вул. Нестерова, 3.

Мейш Юлія Анатоліївна, кандидат фізико – математичних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: juliameish@gmail.com , тел. +380954035196, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе 42, к. 502.

**AUTHORS:**

Meish Vladymyr Fedorovich, Doctor of Mathematics, professor, Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Main researcher, e-mail: vfmeish@gmail.com, tel. +380502519697, Ukraine, 03057, Kiev, Nesterov str., 3.

Meish Yuliya Anatolievna, Ph. D., associate professor, National Transport University, associate professor department of mathematics, e-mail: juliameish@gmail.com, tel. +380954035196, Ukraine, 01010, Kiev, Kikvidze str. 42, of. 502.

**АВТОРЫ:**

Мейш Владимир Федорович, доктор физико – математических наук, профессор, Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, главный научный сотрудник, e-mail: vfmeish@gmail.com, tel. +380502519697, Украина, 03057, г. Киев, ул. Нестерова, 3.

Мейш Юлия Анатольевна, кандидат физико – математических наук, доцент, Национальный транспортный университет, доцент кафедры высшей математики, e-mail: juliameish@gmail.com , tel. +380954035196, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе 42, к. 502.

**РЕЦЕНЗЕНТИ:**

Григоренко О.Я., доктор фізико – математичних наук, професор, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, завідувач відділу обчислювальних методів, Київ, Україна.

Лоза І.А., доктор фізико – математичних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

**REVIEWER:**

Grigorenko A.Ya., Doctor of Mathematics, professor, Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Head of numerical methods chair, Kiev, Ukraine.

Loza I.A., Doctor of Mathematics, professor, National Transport University, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kiev, Ukraine.