

УДК 517.9  
UDC 517.9

## ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗПОДІЛУ ПОТУЖНОСТЕЙ КАНАЛІВ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ НА ОСНОВІ АЛГОРИТМУ ОРЛІНА

*Ivohin E.V.*, доктор фізико-математичних наук, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна, [ivohin@univ.kiev.ua](mailto:ivohin@univ.kiev.ua), [orcid.org/0000-0002-5826-7408](https://orcid.org/0000-0002-5826-7408)

*Adzhubey L.T.*, кандидат фізико-математичних наук, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, [adzhubey@ukr.net](mailto:adzhubey@ukr.net), [orcid.org/0000-0002-8487-0884](https://orcid.org/0000-0002-8487-0884)

## OPTIMIZATION OF POWER DISTRIBUTION CHANNELS BASED ON ORLIN'S ALGORITHM

*Ivohin E.*, Doctor of physical and mathematical Sciences, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine, [ivohin@univ.kiev.ua](mailto:ivohin@univ.kiev.ua), [orcid.org/0000-0002-5826-7408](https://orcid.org/0000-0002-5826-7408)

*Adzhubey L.*, Candidate of physical and mathematical Sciences, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine, [adzhubey@ukr.net](mailto:adzhubey@ukr.net), [orcid.org/0000-0002-8487-0884](https://orcid.org/0000-0002-8487-0884)

## ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЩНОСТЕЙ КАНАЛОВ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА ОРЛИНА

*Ivohin E.V.*, доктор физико-математических наук, Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина, [ivohin@univ.kiev.ua](mailto:ivohin@univ.kiev.ua), [orcid.org/0000-0002-5826-7408](https://orcid.org/0000-0002-5826-7408)

*Adzhubey L.T.*, кандидат физико-математических наук, Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина, [adzhubey@ukr.net](mailto:adzhubey@ukr.net), [orcid.org/0000-0002-8487-0884](https://orcid.org/0000-0002-8487-0884)

**Вступ.** Розв'язування прикладних багатоіндексних задач лінійного програмування транспортного типу [1], що відносяться до класу цілочисельних оптимізаційних задач [2], представляє особливий інтерес. Це пов'язано з тим, що на основі моделей багатоіндексних транспортних задач запропоновано підходи для вирішення ряду складних практичних проблем розподілу та планування. Однак, при цьому потрібно зауважити, що одним з перспективних напрямів при розробці ефективних алгоритмів розв'язання таких задач є виділення підкласів задач, для вирішення яких застосовуються потокові методи [3].

**Формулювання проблеми.** Важливою для вирішення та практичного впровадження є проблема розподілу обмежених потужностей каналів передачі даних між різними вузлами мережі Інтернет. Розглянемо локальну комп'ютерну мережу підприємства або навчального закладу, що забезпечує вихід користувачів в Інтернет. Доступ користувачів до глобальної мережі і отримання необхідної інформації проводиться за допомогою декількох комунікаційних серверів, розміщених на території інформаційно-обчислювального центру (ІОЦ) підприємства і підключених високошвидкісними зовнішніми каналами зв'язку з провайдерами Інтернет. Рівні пропускних спроможностей серверів лежать в межах смуги пропускання (bandwidth) локальної мережі. Припустимо, що відомі потреби абонентів мережі в збільшенні швидкості отримання тієї або іншої кількості інформації. Задані побажання (переваги) абонентів щодо можливих об'ємів збільшення пропускних спроможностей для передачі інформації від провайдера призначеному для користувача вузлу. Для реалізації побажань необхідно провести оновлення потужностей комутаційних серверів мережі шляхом розгортання нових, потужніших комп'ютерів або шляхом збільшення кількості існуючих серверів, що дозволяє збільшити сумарну пропускну спроможність групи комутаційних серверів. При цьому значення сумарної потужності серверів як у разі збільшення потужності наявного парку комп'ютерів, так і у разі збільшення кількості серверів передбачається однаковим.

Припустимо, що в мережі реалізовані умови ефективної комутації каналів (щодо їх пропускної спроможності), які забезпечуються програмованими мережевими пристроями (комунікаційними серверами, маршрутизаторами). Структура мережі та інформації, що розподіляється в ній, в загальному випадку може бути найрізноманітнішою. В даному випадку

розглядається проблема розподілу потужностей каналів з наступними обмеженнями [4]:

- інформація розподіляється від провайдера до абонентів (вузлам) через комутаційні сервера по каналах зв'язку з пропускнуою спроможністю, що враховує задану ширину смуги пропускання;
- кожен абонент мережі обслуговується одним комутаційним сервером;
- пропускну спроможність отримання інформації для комутаційних вузлів і абонентів обмежено як зверху (принципові обмеження можливостей провайдера), так і знизу (мінімальна потреба абонентів в отримуваній інформації).

Виходячи з наявного резерву ширини смуги пропускання зовнішнього з'єднання, необхідно максимально ефективно збільшити сумарну пропускну спроможність каналів зв'язку користувачів шляхом зміни сумарної потужності комунікаційних серверів з урахуванням як потреб і побажань абонентів (користувачів), так і можливостей ІОЦ.

**Загальна математична модель.** Нехай  $N_1$  – множина провайдерів глобальної мережі,  $N_2$  – множина комунікаційних серверів,  $N_3$  – множина абонентів. Через  $A_i^+$ ,  $i = \overline{1, N_1}$ , позначимо величини максимальної ширини смуги пропускання каналу передачі даних, яку здатний надати провайдер  $i$ ,  $i = \overline{1, N_1}$ ;  $B_j^+$ ,  $j = \overline{1, N_2}$ , – величини максимальної ширини смуги пропускання каналу передачі даних, яку здатен забезпечити комунікаційний вузол  $j$ ,  $j = \overline{1, N_2}$ ;  $C_k^-, C_k^+$ ,  $k = \overline{1, N_3}$ , – значення мінімальної і максимальної ширини смуги пропускання каналу передачі даних, яку необхідно надати абоненту  $k$ ,  $k = \overline{1, N_3}$ ;  $t_k$  – пропускну здатність  $k$ -го абонентського пункту,  $k = \overline{1, N_3}$ . Тоді, припускаючи, що розподіл потужностей каналів зв'язку задовольняє умовам адитивності і пропорційності, можна розглядати задачу розподілу обмеженого однорідного ресурсу (смуги пропускання каналів зв'язку) з обмеженнями транспортного типу з метою знаходження оптимального плану передачі даних. Це забезпечує ефективне функціонування системи забезпечення користувачам Інтернет-доступу, яке полягає в знаходженні оптимальних значень пропускну спроможностей  $T_i$  передачі даних  $i$ -м постачальником інформації (провайдером),  $i = \overline{1, N_1}$ , і оптимальних значень пропускну спроможностей  $t_k$  використання локальних каналів зв'язку  $k$ -м користувачем,  $k = \overline{1, N_3}$ .

Формально постановка даної задачі може бути записана у вигляді [5]:

$$\max t_1; \max t_2; \dots \max t_{N_3}, \quad (1)$$

за наступних умов:

$$\sum_{k=1}^{N_3} t_k = \sum_{i=1}^{N_1} A_i^+; \quad (2)$$

$$T_i \leq A_i^+, \quad i = \overline{1, N_1}, \quad (3)$$

$$\tau_j \leq B_j^+, \quad j = \overline{1, N_2}, \quad (4)$$

$$C_k^- \leq t_k \leq C_k^+, \quad k = \overline{1, N_3}, \quad (5)$$

і при обмеженні

$$\sum_{k=1}^{N_3} C_k^- \leq \sum_{i=1}^{N_1} A_i^+ \leq \sum_{k=1}^{N_3} C_k^+; \quad (6)$$

де  $\tau_j$  – величини пропускну спроможностей каналів зв'язку, що забезпечуються  $j$ -м комунікаційним вузлом,  $j = \overline{1, N_2}$ .

**Алгоритм Орліна для пошуку розв'язків у вигляді максимальних потоків.** Алгоритм, запропонований Orlin J.B. [6], дозволяє звести задачу багатоіндексного лінійного програмування транспортного типу до потокової задачі, пропонуючи ефективну обчислювальну схему в порівнянні з оцінками складності загальних методів вирішення завдань лінійного програмування.

Згідно (1) - (5) представимо багатоіндексну транспортну задачу розподілу однорідного ресурсу з проміжними пунктами в вигляді орієнтованого графа  $G(V, E)$  без петель і паралельних ребер, заданого сукупністю непорожньої множини вершин  $V$  і множини  $E$  ребер вигляду:

$$E \subset \{v_i, v_j\}, \quad G(V, E) = \langle V, E \rangle, \quad V \neq \emptyset, \quad (7)$$

$$v_i, v_j \in V, i \neq j$$

де  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ ,  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$ ,  $N$  та  $M$  – загальна кількість вершин і ребер графа відповідно. При цьому відзначимо, що у сформульованій задачі множини  $V$  вершин графа  $G(V, E)$  представлено сукупністю підмножин, які не перетинаються:

1.  $V_s$  - підмножина пунктів виробництва (початкових вузлів графа);
2.  $V_p$  - підмножина проміжних пунктів (проміжних вузлів орієнтованого графа);
3.  $V_e$  - підмножина пунктів споживання (кінці орієнтованого графа), тобто  $V = V_s \cup V_p \cup V_e$ , за умови, що  $(V_s \cup V_p) \cap V_e = \emptyset$  та  $|V_s| = N_1$ ,  $|V_p| = N_2$ ,  $|V_e| = N_3$ ,  $N = N_1 + N_2 + N_3$ .

Під сукупністю (об'єднанням) підмножин множини вершин пунктів виробництва  $V_s$  і проміжних пунктів  $V_p$  будемо розуміти підмножину розповсюджувачів  $V_d = V_s \cup V_p$  однорідного неперервного ресурсу. Тоді вага ребер з множини  $E$ , що виходять з вершин підмножини  $V_d$ , визначається величиною відповідних коефіцієнтів розподілу  $E' = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_K\}$ , де  $K$  - загальна кількість вершин графа  $G(V, E)$ , що належать підмножині  $V_d$ , тобто  $|V_d| = K = |V_s| + |V_p| = N_1 + N_2$ . Позначимо через  $F(i) \subset E$  - підмножину множини ребер графа  $G(V, E)$ , які виходять з  $i$ -ї вершини. При цьому,  $E = \bigcup_{i=1}^N F(i)$  і  $\bigcap_{i=1}^N F(i) = \emptyset$ .

Тоді, з урахуванням вищесказаного, задача оптимального розподілу однорідного ресурсу - це задача визначення ваг ребер, що виходять з вершин підмножини  $V_d$ , з урахуванням критерію

$$f(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = (-1) \sum_{k=1}^{N_3} t_k(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) \rightarrow \min_{\substack{e'_1, \dots, e'_K \\ T_1, \dots, T_{N_1}}} \quad (8)$$

при обмеженнях (2) - (5) і додаткового обмеження, накладеного на коефіцієнти розподілу, яке визначаються співвідношенням:

$$\sum_{j=1}^{J_k} e_j^k = 1, \quad (9)$$

де  $e_j^k \in F(k)$ ,  $0 \leq e_j^k \leq 1$ ,  $j = \overline{1, J_k}$ ,  $J_k = |F(k)|$ ,  $F(k) \subset E$ ,  $k = \overline{1, K}$ .

Геометрію розв'язку багатоіндексної транспортної задачі розподілу однорідного неперервного ресурсу подано на рисунку 1.

Для знаходження розв'язку оптимізаційної задачі (8) у вигляді векторної функції  $t(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = (t_1(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K), \dots, t_{N_3}(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K))$ ,  $k$ -й елемент якої характеризує величину розподіленого в  $k$ -й пункт споживання однорідного ресурсу ( $k = \overline{1, N_3}$ ), введемо наступне позначення. Орієнтований граф  $G(V, E)$  будемо задавати у вигляді матриць інцидентності розмірності  $N \times M$  для прямого  $H^{in}$  і зворотного  $H^{out}$  потоків, елементи яких визначаються наступними чином

$$H_{i,m}^{in} = \begin{cases} 1, \text{ якщо вузол } v_i \text{ інцидентний ребру } e_m \text{ і є його кінцем} \\ 0, \text{ у протилежному випадку} \end{cases}, \quad i = \overline{1, N}, m = \overline{1, M}; \quad (10)$$

$$H_{i,m}^{out} = \begin{cases} -1, \text{ якщо вузол } v_i \text{ інцидентний ребру } e_m \text{ і є його початком} \\ 0, \text{ у протилежному випадку} \end{cases}, \quad i = \overline{1, N}, m = \overline{1, M}. \quad (11)$$

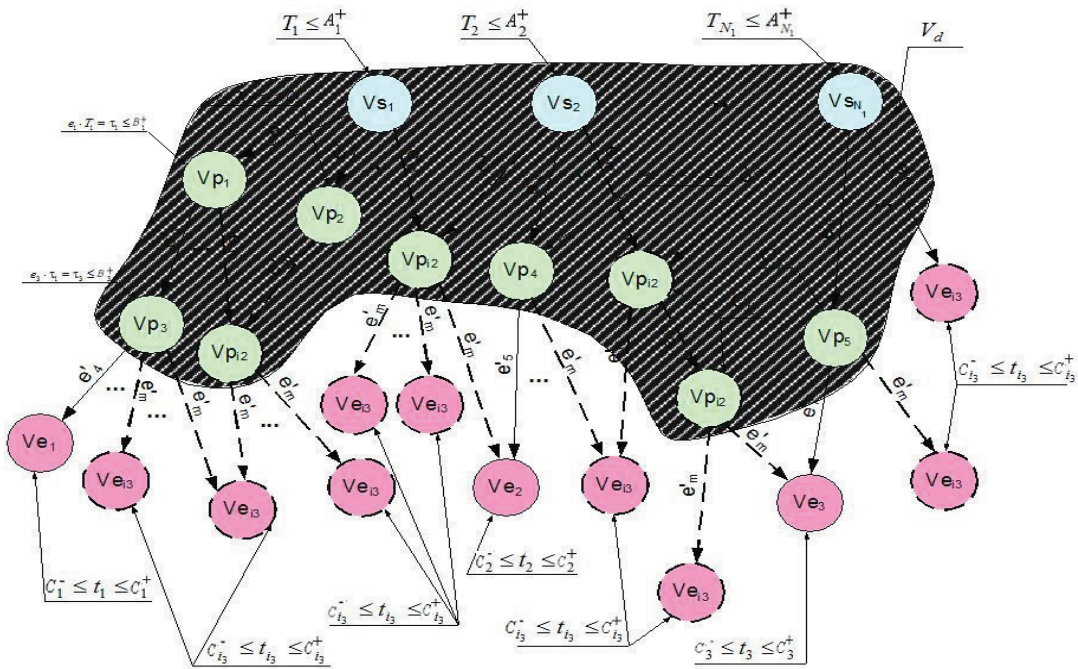


Рисунок 1 – Геометрія розв’язку багатойндексної транспортної задачі розподілу однорідного ресурсу  
 Figure 1 – Geometry of a multi-index transport task solution for the distribution of a homogeneous resource

Для орієнтованого графа  $G(V, E)$  визначимо матрицю  $S^r$  розмірності  $N \times N$ , яка є матрицею інцидентності (тобто, якщо вершина  $v_p$  досяжна з вершини  $v_q$ , то  $(q, p)$ -й елемент матриці досяжності дорівнює 1, у протилежному випадку – 0,  $q, p = \overline{1, N}$ ) для шляху кратності  $r$  ( $r$  задає кількість ребер, проходячи через які з вершини  $v_i \in$  шлях у вершину  $v_p$ ). Матриця  $S^r$  визначається рівністю

$$S^r = \left( H^{in} (-H^{out})^T \right)^r. \quad (12)$$

Оскільки  $G(V, E)$  є орієнтованим зв’язним графом без петель і паралельних ребер, величина  $r$  обмежена значенням  $R$ , яке визначає максимально можливу кількість ребер, проходячи через котрі існує шлях з  $q$ -ї вершини в  $p$ -ю. Величина  $R$  визначається максимально допустимою кількістю переходів, для яких норма матриці не дорівнює нулю, тобто  $\|S^r\| \neq 0$ , для всіх  $r \leq R$ , а  $\|S^{R+1}\| = 0$ .

Вектор-функція  $w(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = (w_1(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K), \dots, w_N(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K))$ ,  $j$ -й елемент якої характеризує обсяг ресурсу, котрий доставляється в  $j$ -ю вершину графа  $G(V, E)$ ,  $j = \overline{1, N}$ , визначається наступним співвідношенням:

$$w_j(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = \left[ \sum_{p=1}^N \left( H^{in} * \text{diag}(\gamma_R(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)) * (-H^{out})^T \right) \right]_j + w'_j(T_1, \dots, T_{N_1}), \quad (13)$$

де сума у першому доданку береться по усім  $N$  елементам  $j$ -го рядка матриці  $H^{in} * \text{diag}(\gamma_R(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)) * (-H^{out})^T$ ,  $w'(T_1, \dots, T_{N_1}) = (w'_1(T_1, \dots, T_{N_1}), \dots, w'_N(T_1, \dots, T_{N_1}))$  – вектор-функція розмірності  $N$ ,  $j$ -й елемент якої визначає величину ресурсу, котрий виробляється  $j$ -ю



вершиною графа  $G(V, E)$ ,  $j = \overline{1, N}$ ;  $\gamma_R(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = (\gamma_R^1(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K), \dots, \gamma_R^N(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K))$  – вектор-функція розмірності  $N$ , елементи якої обчислюються рекурентно за формулою

$$\gamma_r^m(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = \left[ \sum_{q=1}^M (\beta(e'_1, \dots, e'_K) H^m \text{diag}(\gamma_{r-1}(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K))) \right]_m + \gamma_1^m(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K), \quad (14)$$

$r = \overline{2, R}$ ,  $m = \overline{1, N}$ , а сума у першому доданку береться по всіх  $M$  елементах  $m$ -го рядка матриці  $\beta(e'_1, \dots, e'_K) H^m \text{diag}(\gamma_{r-1}(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K))$ .

У рекурентному виразі (14) початкові значення елементів вектор-функції  $\gamma_1(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)$  та елементи матричної функції  $\beta(e'_1, \dots, e'_K)$  визначаються співвідношеннями:

$$\gamma_1^m(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = \left[ \sum_{p=1}^N (\beta(e'_1, \dots, e'_K) * \text{diag}(v'(T_1, \dots, T_{N_1}))) \right]_m, \quad m = \overline{1, N};$$

$$\beta(e'_1, \dots, e'_K) = [(-H^{out}) * \text{diag}(E'(e'_1, \dots, e'_K))]^T. \quad (15)$$

Тоді елементи векторної функції  $w(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)$  визначають елементи вихідної векторної функції  $t(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)$ , яка є розв'язком задачі оптимізації (8):

$$t_k(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = w_{Q_k}(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) \quad (16)$$

де  $Q$  – вектор розмірності  $N_3$ , елементи якого визначають номери вершин графа  $G(V, E)$ , що складають підмножину  $V_e$  пунктів споживання ресурсу,  $k = \overline{1, K}$ .

Таким чином, багатоіндексну задачу розподілу однорідного неперервного ресурсу з умовами транспортного типу пропонується розв'язувати з урахуванням критерію оптимальності, шляхом багаторазового вирішення оптимізаційної задачі (8) з обмеженнями (9) і топології (10), (11) методами оптимізації другого порядку [5], котрі забезпечують найкращу збіжність.

**Застосування алгоритму для розв'язання реальної задачі розподілу.** Нехай в якості пунктів виробництва, проміжних пунктів і пунктів споживання розглядаються відповідно групи Інтернет-провайдерів глобальної мережі, комунікаційних серверів інформаційно-обчислювального центру та абонентів-споживачів інформації, якими є гуртожитки вищого навчального закладу. Схема підключення мережевих пристроїв користувачів (гуртожитків) і їх обслуговування на рівні комунікаційних серверів ІОЦ відповідає вимогам вихідної задачі. Однорідним ресурсом, що вимагає оптимального розподілу, буде пропускна здатність каналів зв'язку провайдер-користувач з урахуванням ширини смуги пропускання каналу, яку здатний надати провайдер, і максимальної ширини смуги пропускання, яку здатний обробити і реалізувати комунікаційний вузол.

Розглядається реальна комп'ютерна мережа, що використовує одне з 2 альтернативних зовнішніх підключень до мережі Інтернет (2 провайдера) і 2 або 3 комунікаційних сервера, сумарна ширина смуги пропускання яких однакова. Значення ширини пропускної смуги на поточний момент дорівнює 2 Гб/с, але може бути збільшено до 3 Гб/с. Внутрішні канали мережі з шириною смуги пропускання 1 Гб/с використовуються для обслуговування мережевих пристроїв 17 гуртожитків. Комунікаційні сервери забезпечують підключення користувачів до зовнішніх каналів, ширина смуги пропускання яких 10 Гб/с.

На початковому етапі дослідження службами ІОЦ використовувалися 2 комунікатора з шириною смуги пропускання 1 Гб/с. В результаті спостереження за величиною трафіку, який отримується мережевим обладнанням в гуртожитках, було встановлено, що максимальна пропускна здатність окремих підключень до комунікаційних серверів становить відповідно 260, 165, 150, 190, 275, 115, 175, 275, 155, 195, 125, 145, 90, 370, 180, 90, 150 Мб / с (сумарний трафік = 3105 Мб / с), що перевищує загальну пропускну здатність серверного обладнання.

Очевидно, що забезпечити зазначені рівні пропускної здатності для всіх користувачів одночасно в даній конфігурації мережевого устаткування неможливо.

Реальна пропускна здатність, яка була реалізована виходячи із заданої ширини смуги пропускання кожного комунікатора, отримується при підключенні гуртожитків №8, 14, 15, 17 до 1 серверу, а інших - до сервера 2. Значення пропускної здатності локальних підключень дорівнюють 0; 99; 129; 0; 0; 122; 28; 284; 150; 0; 130; 150; 99; 378; 192; 93; 146 Мб/с. Ясно, що вирішення проблеми в вигляді відключення доступу в Інтернет користувачам, потужність каналу яких дорівнює 0, неприпустимо. У якості інноваційного розв'язання проблеми пропонується удосконалити наявне на ІОЦ мережеве обладнання. Це можна провести шляхом збільшення парку комунікаційних серверів мережевим комп'ютером з потужністю, що дорівнює двом наявним. Інший спосіб збільшення пропускної здатності каналів мережі полягає в придбанні двох нових більш потужних серверів.

При використанні 2 однакових комунікаційних серверів сумарної пропускної потужності 3 Гб/с, величини пропускної здатності локальних підключень дорівнюють 259, 159, 149, 166, 273, 115, 163, 274, 152, 148, 125, 144, 90, 365, 180, 89, 149 Мб/с відповідно, що в сумі становить 3 Гб/с. Використання 3 комунікаторів загальної пропускної спроможності 3 Гб/с (1 Гб/с кожен) дає значення потужності локальних підключень 260, 148, 146, 190, 258, 114, 175, 266, 146, 195, 124, 143, 90, 335, 180, 89, 141 Мб / с відповідно, що в сумі також становить 3 Гб/с.

Для прискорення доступу в Інтернет виникла необхідність у збільшенні пропускної здатності каналів передачі даних. Виходячи з аналізу існуючого трафіку та можливостей обладнання були запропоновані наступні максимальні величини пропускної здатності локальних підключень: 280, 180, 170, 200, 290, 125, 190, 290, 170, 210, 135, 160, 100, 390, 195, 95, 165 Мб / с.

Використання для цього двох комунікаційних серверів сумарною пропускною потужністю 3 Гб/с забезпечує швидкості локальних підключень, які дорівнюють 128, 161, 160, 124, 284, 124, 152, 287, 165, 208, 134, 158, 100, 378, 194, 94 , 149 Мб/с відповідно (гуртожитки № 5; 8; 10; 14; 15 і 17 підключаються до сервера 1; інші - до сервера 2). Використання 3 комунікаторів дає значення потужності локальних підключень 271, 146, 153, 65, 273, 123, 123, 284, 162, 206, 131, 158, 97, 378, 192, 92, 146 Мб/с відповідно (гуртожитки № 1; 5, 10, 12 і 16 підключаються до сервера 1; гуртожитки № 2; 3; 4; 6; 7; 9; 11 і 13 - до сервера 2; гуртожитки № 8; 14; 15; 17 - до сервера 3).

Необхідно відзначити, що отримані у процесі практичного застосування алгоритму Орліна результати знайшли повне підтвердження при проведенні реорганізації серверного парку ІОЦ, що характеризує їх конструктивність. Однак, необхідно зазначити, що розглянутий потоковий алгоритм залишається достатньо ресурсомістким через використання ітераційної багатокрокової схеми. У випадку складних топологій мережі потрібно застосовувати альтернативні алгоритми (наприклад, [8]) вирішення вихідної задачі (1)-(6).

**Висновки.** У даному дослідженні розглянуто потоковий метод розв'язання оптимізаційної задачі транспортного типу на прикладі вирішення проблеми оптимального розподілу потужностей каналів передачі даних у мережі Інтернет. Для проведення обчислювального експерименту сформульована постановка задачі оптимізації пропускної здатності мережних каналів зв'язку в схемі «провайдер - комунікаційний сервер - користувач» за наявності обмежень на обсяги споживання. Отримано результати пропускних спроможностей каналів мережі університету при перспективному збільшенні потужностей з'єднань, представлених інтервалами запланованих змін. Проведено аналіз рішень, отриманих для різної кількості комутаційних серверів, зроблені висновки щодо забезпечення потреб користувачів у каналах зв'язку.

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Л.Г.Раскин. Многоиндексные задачи линейного программирования / Л.Г.Раскин, И.О.Кириченко. – М.: Радио и связь, 1982. – 240с.
2. А. Схрейвер. Теория линейного и целочисленного программирования. – М.: Мир, 1991. – 360с.
3. М.Х.Прилуцкий. Потокосые алгоритмы распределения ресурсов в иерархических системах / М.Х. Прилуцкий, А.Г. Картомин // Исследовано в России. – 2003. – 39. – С. 444-452.
4. М.Х.Прилуцкий. Распределение ресурсов в иерархических системах транспортного типа/ М.Х.Прилуцкий, Л.Г.Афраймович// «Новые подходы в исследованиях и разработках информационно-телекоммуникационных систем и технологий». Нижний Новгород, 2007. - 80с.

5. D.W.Pentico. Assignment problems: A golden anniversary survey // *European Journal of Operational Research*. – 2007. – V. 176. – P.774-793.
6. J.B. Orlin. A Faster strongly polynomial minimum cost flow algorithm // *Operations research*. – 1993. – V. 41. – N 2. – P.338-350.
7. Н.Н. Калиткин. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512с.
8. Є.В.Івохін. Про розв'язок однієї дворівневої моделі виробничо-транспортної задачі / Є.В.Івохін, Л.Т.Аджубей // *Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Сер. ФМН*. – 2014. – №3. – С.122-125.

#### REFERENCES

1. Raskin L.G. and Kirichenko I.O. (1982). Mnogoindexnyye zadachi lineynogo programmirovaniya [Multi-index linear programming problems]. – М.: Radio i svyaz'. – 240 p. [in Russian].
2. Skhreyver A. (1991). Teoriya lineynogo i tselochislennogo programmirovaniya [The theory of linear and integer programming]. – М.: Mir. – 360 p. [in Russian].
3. Prilutskiy M.Kh.and Kartomin A.G. (2003). Potokovyye algoritmy raspredeleniya resursov v iyerarkhicheskikh sistemakh [Streaming algorithms for resource distribution in hierarchical systems]// *Issledovano v Rossii*. – 39. – P. 444-452. [in Russian].
4. Prilutskiy M.Kh.and Afraymovich L.G. (2007). Raspredeleniye resursov v iyerarkhicheskikh sistemakh transportnogo tipa [Distribution of resources in hierarchical transport type systems]// «Novyye podkhody v issledovaniyakh i razrobtokakh informatsionno-telekommunikatsionnykh sistem i tekhnologiy». Nizhniy Novgorod. – 80 p. [in Russian].
5. Pentico D.W. (2007). Assignment problems: A golden anniversary survey // *European Journal of Operational Research*. – V. 176. – P.774-793 [in English].
6. Orlin J.B. (1993). A Faster strongly polynomial minimum cost flow algorithm // *Operations research*. – V. 41. – N 2. – P.338-350 [in English].
7. Kalitkin N.N. (1978). Chislennyye metody [Numerical methods]. – М.: Nauka. – 512p. [in Russian].
8. Ivokhin E.V. and Adzhubey L.T. (2014). Pro rozv'yazok odniyeyi dvorivnevoyi modeli vyrobnycho-transportnoyi zadachi [On the solution of one two-level model of the production-transport task]// *Visnyk KNU imeni Tarasa Shevchenka. Ser. FMN*. – №3. – P.122-125 [in Ukrainian].

#### РЕФЕРАТ

Івохін Є.В. Оптимізація розподілу потужностей каналів передачі даних на основі алгоритму Орліна / Є.В. Івохін, Л.Т. Аджубей // *Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки»*. Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2018. – Вип. 1 (40).

Моделі багатоіндексних транспортних завдань дозволяють вирішувати проблему розподілу обмежених потужностей каналів передачі даних між різними вузлами мережі Інтернет-провайдерів. Передбачається, що в мережі реалізовані умови ефективної комутації каналів (щодо їх пропускної спроможності), які забезпечуються програмованими мережевими пристроями (комунікаційними серверами, маршрутизаторами). Структура мережі та інформації, що розподіляється у ній, в загальному випадку може бути найрізноманітнішою.

Виходячи з наявного резерву ширини смуги пропускання зовнішнього з'єднання, ставиться задача максимально ефективно збільшити сумарну пропускну здатність каналів зв'язку користувачів шляхом зміни сумарної потужності комунікаційних серверів з урахуванням як потреб і побажань абонентів (користувачів), так і можливостей технічних засобів комутації. Для проведення обчислювального експерименту сформульована загальна постановка задачі оптимізації пропускної здатності мережеских каналів зв'язку в схемі «провайдер - комунікаційний сервер - користувач» при наявності обмежень на обсяги споживання.

Запропоновано алгоритм вирішення задачі оптимального розподілу потужностей каналів передачі даних між провайдерами та користувачами мережі Інтернет. Розглянуто метод вирішення на основі потокового алгоритму Орліна. Отримано результати пропускних спроможностей каналів реальної комп'ютерної мережі при перспективному збільшенні потужностей з'єднань, представлених інтервалами запланованих змін. Проведено аналіз рішень, отриманих при різній кількості комутацій-

них серверів, зроблені висновки про вибір провайдера для оптимального забезпечення інформаційних потреб користувачів.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** КАНАЛИ ЗВ'ЯЗКУ, РОЗПОДІЛ ПОТУЖНОСТЕЙ, ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ, ПОТОКОВИЙ АЛГОРИТМ

#### **ABSTRACT**

Ivohin E.V., Adzhubey L.T. Optimization of of power distribution channels based on Orlin's algorithm. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2018. – Issue 1 (40).

Models of multi-index transport tasks allow solving the problem of distribution of the limited capacities of data transmission channels between various nodes of the Internet service provider's network. It is assumed that the network implements conditions for efficient channel switching (relative to their throughput), which are provided by programmable network devices (communication servers, routers). The structure of the network and the information distributed in it in the general case can be the most diverse.

Based on the available reserve bandwidth of the external connection, it is necessary to maximally increase the total bandwidth of users' communication channels by changing the total capacity of the communication servers, taking into account both the needs and wishes of subscribers (users) and the capabilities of switching hardware. For carrying out the computational experiment, the total formulation of the problem of optimizing the capacity of network communication channels in the "provider-communication server-user" scheme is formulated with restrictions on volumes of consumption.

An algorithm for solving the problem of optimal distribution of the power of data transmission channels between providers and users of the Internet is proposed. The method of solution based on the Orlin flow algorithm is considered. The results of the capacity of the channels of the computer network are obtained with a perspective increase in the capacity of the connections represented by the intervals of the planned changes. An analysis of the solutions obtained with different number of switching servers was made, conclusions about the choice of the provider to meet the optimal information needs of users were made.

**KEYWORDS:** COMMUNICATION CHANNELS, POWER DISTRIBUTION, OPTIMIZATION OF TRANSPARENCY, FLOW ALGORITHM

#### **РЕФЕРАТ**

Ивохин Е.В. Оптимизация распределения мощностей каналов передачи данных на основе алгоритма Орлина / Е.В.Ивохин, Л.Т.Аджубей // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К.: НТУ, 2018. – Вып. 1 (40).

Модели многоиндексных транспортных задач позволяют решить проблему распределения ограниченных мощностей каналов передачи данных между различными узлами сети Интернет-провайдеров. Предполагается, что в сети реализованы условия эффективной коммутации каналов (с точки зрения их пропускной способности), которые обеспечиваются программируемыми сетевыми устройствами (коммуникационными серверами, маршрутизаторами). Структура сети и распределяемой в ней информации в общем случае может быть самой разнообразной.

Исходя из имеющегося резерва ширины полосы пропускания внешнего соединения, ставится задача максимально эффективно увеличить суммарную пропускную способность каналов связи пользователей путем изменения суммарной мощности коммуникационных серверов с учетом как потребностей и пожеланий абонентов (пользователей), так и возможностей технических средств коммутации. Для проведения вычислительного эксперимента сформулирована общая постановка задачи оптимизации пропускной способности сетевых каналов связи в схеме «провайдер - коммуникационный сервер - пользователь» при наличии ограничений на объемы потребления.

Предложен алгоритм решения задачи оптимального распределения мощностей каналов передачи данных между провайдерами и пользователями сети Интернет. Рассмотрен метод решения на основе потокового алгоритма Орлина. Получены результаты пропускных способностей каналов реальной компьютерной сети при перспективном увеличении мощностей соединений, представленных интервалами запланированных изменений. Проведен анализ решений, полученных при разном количестве коммутационных серверов, сделаны выводы про выбор провайдера для оптимального обеспечения информационных потребностей пользователей.



**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** КАНАЛЫ СВЯЗИ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТЕЙ, ПОТОКОВИЙ АЛГОРИТМ, ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ

**АВТОРИ:**

Ивохин Євген Вікторович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету комп'ютерних наук і кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, <https://orcid.org/0000-0002-5826-7408>, e-mail: [ivohin@univ.kiev.ua](mailto:ivohin@univ.kiev.ua);

Адзубей Лариса Трохимівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри обчислювальної математики факультету комп'ютерних наук і кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, <https://orcid.org/0000-0002-8487-0884>, e-mail: [adzhubey@ukr.net](mailto:adzhubey@ukr.net).

**AUTHOR:**

Ivohin Eugene, Doctor of physical and mathematical Sciences, Professor, Professor of System Analysis and Decision Making Theory Department, Faculty of Computer Sciences and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, <https://orcid.org/0000-0002-5826-7408>, e-mail: [ivohin@univ.kiev.ua](mailto:ivohin@univ.kiev.ua);

Adzhubey Larisa, Candidate of physical and mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Computative mathematics Department, Faculty of Computer Sciences and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, <https://orcid.org/0000-0002-8487-0884>, e-mail: [adzhubey@ukr.net](mailto:adzhubey@ukr.net)

**АВТОРЫ:**

Ивохин Евгений Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры системного анализа и теории принятия решений факультета компьютерных наук и кибернетики Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, <https://orcid.org/0000-0002-5826-7408>, e-mail: [ivohin@univ.kiev.ua](mailto:ivohin@univ.kiev.ua);

Адзубей Лариса Трофимовна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры вычислительной математики факультета компьютерных наук и кибернетики Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, <https://orcid.org/0000-0002-8487-0884>, e-mail: [adzhubey@ukr.net](mailto:adzhubey@ukr.net).

**РЕЦЕНЗЕНТИ:**

Прокудін Г.С., завідувач кафедри міжнародних перевезень та митного контролю Національного транспортного університету, доктор технічних наук, професор, Київ, Україна

Кирилюк В.С., провідний науковий співробітник Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, Київ, Україна

**REVIEWER:**

Prokudin G.S., head of international transportation and customs control of National Transport University, Doctor Sciences of Engineering, Professor, Kyiv, Ukraine

Kyrylyuk V.S., Leading Researcher of the Institute of Mechanics SP Tymoshenko, National Academy of Sciences, Doctor Sciences of Physical and Mathematical, Senior Researcher, Kyiv, Ukraine