

## ДОСЛІДЖЕННЯ ОБЕРТОВОГО Й ПОЗДОВЖНЬОГО РУХІВ НАДДОВГОГО СТРИЖНЯ В ПОХИЛИХ ПОРОЖНИНАХ

*Горбунович І.В.*, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, [irina.gorbunovich@gmail.com](mailto:irina.gorbunovich@gmail.com), [orcid.org/0000-0002-6859-0663](https://orcid.org/0000-0002-6859-0663)

*Левківська Л.В.*, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, [l\\_v\\_g@ukr.net](mailto:l_v_g@ukr.net), [orcid.org/0000-0002-5589-5257](https://orcid.org/0000-0002-5589-5257)

## INVESTIGATION OF ROTATIONAL AND LONGITUDINAL MOTIONS OF A SUPER LONG ROD IN INCLINED BORE-HOLES

*Gorbunovich I.V.*, Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, [irina.gorbunovich@gmail.com](mailto:irina.gorbunovich@gmail.com), [orcid.org/0000-0002-6859-0663](https://orcid.org/0000-0002-6859-0663)

*Levkivska L.V.*, Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, [l\\_v\\_g@ukr.net](mailto:l_v_g@ukr.net), [orcid.org/0000-0002-5589-5257](https://orcid.org/0000-0002-5589-5257)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО И ОСЕВОГО ДВИЖЕНИЙ СВЕРХДЛИННОГО СТЕРЖНЯ В НАКЛОННЫХ ПОЛОСТЯХ

*Горбунович И.В.*, кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина, [irina.gorbunovich@gmail.com](mailto:irina.gorbunovich@gmail.com), [orcid.org/0000-0002-6859-0663](https://orcid.org/0000-0002-6859-0663)

*Левковская Л.В.*, кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина, [l\\_v\\_g@ukr.net](mailto:l_v_g@ukr.net), [orcid.org/0000-0002-5589-5257](https://orcid.org/0000-0002-5589-5257)

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими й практичними завданнями.

Освоювання техніки й технології буріння глибоких нафтових і газових свердловин є однією з найбільш важливих задач сучасного гірничого виробництва.

Згідно з вимогами економіки, геологічними умовами залягання родовищ і технологічними можливостями нафтогазових компаній у наш час бурять вертикальні, похило скеровані й горизонтальні нафтові та газові свердловини різної глибини. Однак практичне впровадження технології буріння більш глибоких свердловин з різною просторовою орієнтацією їхніх траєкторій пов'язано з необхідністю теоретичного моделювання механічних явищ, які відбуваються в конструкціях бурильного обладнання, з метою попередження критичних режимів їх функціонування. При цьому одним із найважливіших аспектів даного напрямку є теоретичне моделювання механіки згинання трубчастих конструкцій колон надглибокого буріння в похилих прямолінійних і криволінійних свердловинах на етапах їх функціонування та здійснення спуско-підймальних операцій.

Освоювання підземних енергетичних ресурсів, інтенсифікація їх видобутку з великих глибин і забезпечення високого рівня їх добування за допомогою сучасних бурильних геотехнологій найближчим часом будуть постійно зростати. Але великі глибини й складні геологічні умови значно затруднюють буріння надглибоких свердловин. Режимми буріння можуть супроводжуватися ефектами біфуркаційного випинання колон, інтенсифікацією їхніх вібрацій та іншими позаштатними ситуаціями. Під час дослідження цих процесів бурильна колона ототожнюється, як правило, з обертовим наддовгим стрижнем. Тому, враховуючи викладене вище, можна стверджувати, що проблема дослідження обертового й поздовжнього рухів наддовгого стрижня в похилих порожнинах є досить актуальною.

Аналіз публікацій, в яких розпочато дослідження даної проблеми і на які спираються автори. Об'єктом дослідження в роботах [1–3] є обертова бурильна колона у прямолінійній похило скерованій надглибокій свердловині. Розглядається виникнення критичних станів бурильної колони з урахуванням її фрикційної взаємодії з циліндричною поверхнею стінки.

Якщо бурильна колона знаходиться в похилій або горизонтальній свердловині (рис. 1), то проблема прогнозування й моделювання початкової стадії її випинання набуває особливої специфіки.

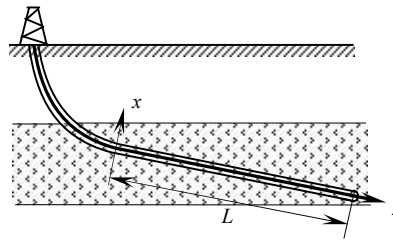


Рисунок 1 – Геометрична схема бурильної колони в похило скерованій свердловині  
Figure 1 – Geometric diagram of a drill string in an inclined bore-hole

У цьому випадку в загальний баланс сил включено також сили тертя та їх моменти.

Виділяючи два стани рівноваги бурильної колони, виведено рівняння її стійкості. У першому стані визначено внутрішні сили  $T(z)$  і моменти  $M_z(z)$  у бурильній колоні, спричинені силами ваги й тертя, у другому – функції  $T(z)$  і  $M_z(z)$  використані як коефіцієнти в розв'язувальних рівняннях і знайдено їх значення, за яких оператор рівнянь біфуркації вироджується та настає втрата стійкості.

Прийнято, що головною причиною, яка викликає випинання бурильної колони, є внутрішня поздовжня сила  $T(z)$  і крутний момент  $M_z(z)$ . На формування цих силових чинників основний вплив справляють осьова сила  $R$ , з якою бурильна колона упирається в дно свердловини на кінці  $z = L$ , крутний момент  $M_{дол}$ , з яким долото руйнує породу, розподілені сили гравітації інтенсивністю  $f_{zp}$ , розподілені сили тертя  $f_{mp}$  і розподілені моменти сил тертя  $m_{mp}$ .

У роботах [4–6] виконано теоретичне моделювання поведінки колон глибокого буріння в похилих криволінійних свердловинах на етапах здійснення спуско-підіймальних операцій та функціонування, прогноуються критичні стани колон.

Особливості технологій буріння криволінійних свердловин полягають в їх примусовому викривленні у заданому напрямку і в постійному контролі та керуванні траєкторією свердловин з метою виконання проектних завдань. Тому найважливішими елементами технології будівництва таких свердловин є вибір і проектування їх профілю.

Зрозуміло, що свердловина повинна мати найменшу довжину для досягнення поставленої мети та проектуватися в одній площині. Виходячи з цих вимог, фірмами США, Англії та Росії розроблено свердловини найпростіших профілів форм  $J$  та  $S$  (рис. 2 а, б), а також хвилеподібних траєкторій (рис. 2. в).

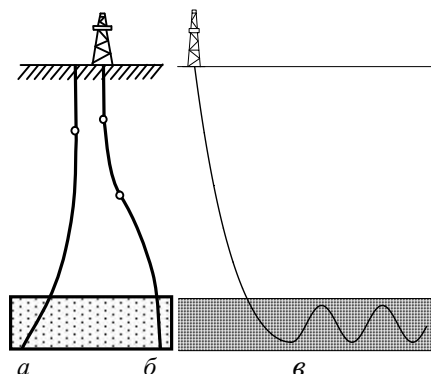


Рисунок 2 – Профілі криволінійних свердловин  
Figure 2 – Profiles of inclined bore-holes

Теоретичне моделювання механіки поведінки криволінійних бурильних колон мають певні особливості: необхідно обчислювати як внутрішні поздовжні та поперечні сили і моменти, так і зовнішні сили контактної та фрикційної взаємодії колони зі стінкою свердловини. Для визначення

внутрішніх сил ставляться прямі задачі, у той час як зовнішні сили обчислюються шляхом постановки обернених задач. У зазначених роботах сформульовано прямі й обернені задачі моделювання пружного згинання бурильних колон у каналах глибоких криволінійних свердловин. Поставлено задачу про моделювання квазістатичних станів бурильних колон. Рівняння квазістатичної рівноваги бурильної колони розглядаються у вигляді

$$d\vec{F}/ds = -\vec{\omega}_\chi \times \vec{F} - \vec{f}, \quad d\vec{M}/ds = -\vec{\omega}_\chi \times \vec{M} - \vec{\tau} \times \vec{F} - \vec{m}, \quad (1)$$

де  $\vec{F}$ ,  $\vec{M}$  – головний вектор і головний момент внутрішніх сил;  $\vec{f}$ ,  $\vec{m}$  – вектори інтенсивностей зовнішніх розподілених сил і моментів;  $\vec{\omega}_\chi$  – вектор Дарбу,  $s$  – довжина дуги осьової лінії колони.

Постановка завдання. Виклад основного матеріалу дослідження.

Розглядається наддовгий пружний трубчастий стрижень з внутрішнім потоком рідини [7,8]. Вивчається його обертовий і поздовжній рухи в похилій циліндричній порожнині.

Мета дослідження – виявити зародження біфуркаційних станів прямолінійного й криволінійного стрижнів з урахуванням їхньої фрикційної взаємодії з внутрішньою циліндричною поверхнею порожнини.

Спочатку розглянемо наддовгий прямолінійний стрижень довжиною  $L$  у похилій циліндричній порожнині, яка нахилена під кутом  $\alpha$  до горизонталі (рис.3).

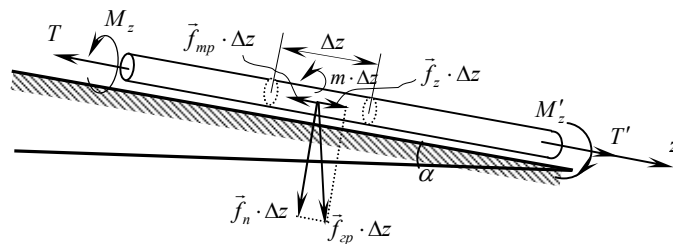


Рисунок 3 – Сили й моменти сил, що діють на елемент стрижня  
Figure 3 – Forces and torques acting on an element of string

Будемо вважати, що обертання стрижня відбувається з малою кутовою швидкістю  $\omega$ . Тому сили інерції обертового руху не враховуються. Неістотним вважається також вплив сил інерції внутрішнього потоку рідини. Сили і моменти сил, що діють на елемент стрижня, показано на Рис.3. Також на стрижень у точці  $z = L$  діють задані осьова сила  $R$  і крутний момент  $M$ .

Головною причиною, яка викликає випинання стрижня, є внутрішня поздовжня сила  $T(z)$  і крутний момент  $M_z(z)$ .

Рівняння втрати стійкості стрижня під дією цих сил запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} EI \frac{d^4 u}{dz^4} - T(z) \frac{d^2 u}{dz^2} - \frac{dT(z)}{dz} \cdot \frac{du}{dz} - M_z(z) \frac{d^3 v}{dz^3} - \frac{dM_z(z)}{dz} \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} &= 0, \\ EI \frac{d^4 v}{dz^4} - T(z) \frac{d^2 v}{dz^2} - \frac{dT(z)}{dz} \cdot \frac{dv}{dz} + M_z(z) \frac{d^3 u}{dz^3} + \frac{dM_z(z)}{dz} \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $u$ ,  $v$  – пружні переміщення елемента стрижня уздовж осей  $Ox$ ,  $Oy$  відповідно;  $z$  – поздовжня координата;  $E$  – модуль пружності матеріалу стрижня;  $I$  – момент інерції поперечного перерізу труби стрижня щодо осей  $Ox$ ,  $Oy$ .

Розподілені сили ваги обчислюються за формулою

$$f_{zp} = g(\rho - \rho_p)F, \quad (3)$$

де  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – присквидження вільного падіння;  $\rho, \rho_p$  – щільності матеріалу труби стрижня й рідини відповідно;  $F$  – площа поперечного перерізу труби. Осьова й нормальна складові сили тертя записуються відповідно як

$$f_z = f_{zp} \sin \alpha, \quad f_n = f_{zp} \cos \alpha. \quad (4)$$

Уважається, що сила тертя підпорядкована закону Кулона  $f_{mp} = \mu f_n$ , де  $\mu$  – коефіцієнт тертя. Під час поздовжнього руху стрижня інтенсивність сил тертя

$$f_{mp} = \mu g(\rho - \rho_p)F \cos \alpha, \quad (5)$$

а інтенсивність моменту сил тертя  $m = m_{mp} = 0$ . Під час обертового руху стрижня

$$f_{mp} = 0, \quad m_{mp} = \mu g(\rho - \rho_p)F \cos \alpha \cdot r, \quad (6)$$

де  $r$  – зовнішній радіус труби стрижня.

Якщо ж рух стрижня одночасно обертовий і поздовжній, то обчислення інтенсивностей поздовжньої сили тертя й моменту сили тертя ускладнюються:

$$\begin{aligned} f_{mp} &= \mu g(\rho - \rho_p)F \cos \alpha \cdot \dot{z} / \sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}, \\ m_{mp} &= \mu g(\rho - \rho_p)F \cos \alpha \cdot \omega r^2 / \sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

У цих формулах  $\dot{z}$  – швидкість поздовжнього руху стрижня,  $\omega r$  – обертова швидкість руху елемента поверхні труби стрижня. Тоді внутрішню поздовжню силу  $T(z)$  і крутний момент  $M_z(z)$  можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} T(z) &= -R + (f_{mp} - f_z)(z - L) = \\ &= -R + g(\rho - \rho_p)F [\mu \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\dot{z}}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}} - \sin \alpha] (z - L), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} M_z(z) &= M + m_{mp}(L - z) = \\ &= M + \mu g(\rho - \rho_p)F \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\omega r^2}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}} (L - z). \end{aligned} \quad (9)$$

Диференціюємо формули (8) і (9) за змінною  $z$ :

$$\frac{dT}{dz} = g(\rho - \rho_p)F [\mu \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\dot{z}}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}} - \sin \alpha], \quad (10)$$

$$\frac{dM_z}{dz} = -\mu g(\rho - \rho_p)F \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\omega r^2}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}}. \quad (11)$$

Підставляючи функції  $T(z)$ ,  $M_z(z)$ ,  $\frac{dT}{dz}$ ,  $\frac{dM_z}{dz}$ , визначені формулами (8)-(11) в рівняння (2), дістанемо диференціальні рівняння стійкості наддовгого прямолінійного стрижня:

$$\begin{aligned}
& EI \frac{d^4 u}{dz^4} - (-R + g(\rho - \rho_p)F[\mu \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\dot{z}}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}} - \sin \alpha](z - L)) \frac{d^2 u}{dz^2} - \\
& - (g(\rho - \rho_p)F[\mu \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\dot{z}}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}} - \sin \alpha]) \cdot \frac{du}{dz} - \\
& - (M + \mu g(\rho - \rho_p)F \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\omega r^2}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}}(L - z)) \frac{d^3 v}{dz^3} - \\
& - (-\mu g(\rho - \rho_p)F \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\omega r^2}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}}) \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} = 0,
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
& EI \frac{d^4 v}{dz^4} - (-R + g(\rho - \rho_p)F[\mu \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\dot{z}}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}} - \sin \alpha](z - L)) \frac{d^2 v}{dz^2} - \\
& - (g(\rho - \rho_p)F[\mu \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\dot{z}}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}} - \sin \alpha]) \cdot \frac{dv}{dz} + \\
& + (M + \mu g(\rho - \rho_p)F \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\omega r^2}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}}(L - z)) \frac{d^3 u}{dz^3} + \\
& + (-\mu g(\rho - \rho_p)F \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\omega r^2}{\sqrt{(\dot{z})^2 + (\omega r)^2}}) \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} = 0.
\end{aligned}$$

У зв'язку з великою довжиною стрижня та його гнучкістю граничні умови на кінцях  $z = 0$ ,  $z = L$  несуттєво впливають на критичні стани стрижня. Вважаємо, що на кінцях стрижня маємо такі граничні умови:

$$\begin{aligned}
& u(0) = v(0) = 0, \quad u''_{zz}(0) = v''_{zz}(0) = 0, \\
& u(L) = v(L) = 0, \quad u''_{zz}(L) = v''_{zz}(L) = 0.
\end{aligned} \tag{13}$$

Крайова задача (12),(13) повністю визначає напружено-деформований стан і стійкість наддовгого стрижня в похилій порожнині. Розв'язуючи її, можна виявити зародження біфуркаційних станів прямолінійного наддовгого стрижня з урахуванням його фрикційної взаємодії з внутрішньою циліндричною поверхнею порожнини. Значення функцій  $T(z)$  і  $M_z(z)$ , за яких крайова задача (12),(13) має нетривіальні розв'язки, є критичними. Вони визначають стан стрижня, за якого він починає випинати. Для знаходження таких станів і побудови біфуркаційних форм зазначену крайову задачу можна розв'язати методом дискретних диференціальних перетворень Тейлора. Або за допомогою методу початкових параметрів, методу зрощування й методу ортогоналізації Годунова редукувати її до еквівалентної задачі Коші, частинні розв'язки якої можна знайти, наприклад, методом Рунге-Кутти.

Далі досліджуватимемо рух криволінійного наддовгого стрижня в криволінійній похилій порожнині. Зафіксуємо прямокутну декартову систему координат  $Oxyz$  з точкою  $O$  в початку стрижня. Для визначення кривої осьової лінії стрижня застосуємо метод рухомого репера. Вважаємо осьову лінію регулярною кривою класу  $C^3$ . Задаємо цю криву параметрично у векторній формі.

Зручно використати натуральну параметризацію кривої, тобто як параметр вибрати довжину  $s$  дуги кривої, відлічувану від точки  $O$  :

$$\vec{r} = \vec{r}(s) = x(s)\vec{i} + y(s)\vec{j} + z(s)\vec{k}, \quad s \in [0, L], \quad (14)$$

де  $L$  – довжина стрижня.

На кривій уведемо рухомий репер – упорядковану трійку векторів  $\vec{t}, \vec{v}, \vec{\beta}$ .

$\vec{t}(s) = \frac{d\vec{r}}{ds}$  – орт вектора дотичної до кривої,  $\vec{v}(s) = \frac{d\vec{t}}{ds} / k$  – вектор головної нормалі (вважаємо, що на кривій немає точок розпрямлення),  $\vec{\beta}(s) = \vec{t} \times \vec{v}$  – вектор бінормалі, де  $k = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{ds^2}\right)^2}$  – кривина кривої.

У кожній точці кривої  $\vec{r} = \vec{r}(s)$  упорядкована трійка векторів  $\vec{t}, \vec{v}, \vec{\beta}$  утворює ортонормований репер – супровідний репер Френе. З цим репером пов'яжемо рухому систему координат з осями  $u, v, w$ .

Диференціальні рівняння квазістатичної рівноваги стрижня запишемо у вигляді [4]

$$\begin{aligned} dF_u/ds &= -qF_w + rF_v - f_u, & dM_u/ds &= -qM_w + rM_v + F_v - m_u, \\ dF_v/ds &= -rF_u + pF_w - f_v, & dM_v/ds &= -rM_u + pM_w - F_u - m_v, \\ dF_w/ds &= -pF_v + qF_u - f_w, & dM_w/ds &= -pM_v + qM_u - m_w, \end{aligned} \quad (15)$$

де  $\vec{F} = (F_u, F_v, F_w)$  і  $\vec{M} = (M_u, M_v, M_w)$  – головний вектор і головний момент внутрішніх сил;  $\vec{f} = (f_u, f_v, f_w)$  і  $\vec{m} = (m_u, m_v, m_w)$  – вектори інтенсивностей зовнішніх розподілених сил і моментів;  $p, q, r$  – функції кривини й скруту стрижня в деформованому стані.

Координати вектора  $\vec{M}$  подамо у вигляді

$$M_u = E I_u (p - p_0), \quad M_v = E I_v (q - q_0), \quad M_w = G I_w (r - r_0), \quad (16)$$

де  $p_0, q_0, r_0$  – функції кривини й скруту стрижня у вихідному недеформованому стані;  $E$  і  $G$  – модулі пружності та зсуву матеріалу стрижня, відповідно;  $I_u, I_v, I_w$  – моменти інерції площі поперечного перерізу стрижня щодо осей  $u, v, w$ . Тоді останні три рівняння (15) можна звести до вигляду

$$\begin{aligned} dp/ds &= (E I_u dp_0/ds - G I_w qr + G I_w qr_0 + E I_v rq - E I_v rq_0 + F_v - m_u) / E I_u, \\ dq/ds &= (E I_v dq_0/ds - E I_u rp + E I_u rp_0 + G I_w pr - G I_w pr_0 - F_u - m_v) / E I_v, \\ dr/ds &= (G I_w dr_0/ds - E I_v pq + E I_v pq_0 + E I_u qp - E I_u qp_0 - m_w) / G I_w. \end{aligned} \quad (17)$$

Використовуючи формули Френе для базисних векторів  $\vec{t}, \vec{v}, \vec{\beta}$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{t}}{ds} &= k\vec{v}, \\ \frac{d\vec{v}}{ds} &= -k\vec{t} + \alpha\vec{\beta}, \\ \frac{d\vec{\beta}}{ds} &= -\alpha\vec{v}, \end{aligned} \quad (18)$$

дістанемо

$$\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \sqrt{p^2 + q^2} \vec{v}, \quad \frac{d\vec{v}}{ds} = -\sqrt{p^2 + q^2} \vec{\tau} + \left(r - \frac{d\chi}{ds}\right) \vec{\beta}, \quad \frac{d\vec{\beta}}{ds} = -\left(r - \frac{d\chi}{ds}\right) \vec{v}, \quad (19)$$

де  $\varkappa$  – скрут кривої;  $\chi$  – кут пружного закручення. За означенням модуль скриту кривої  $|\varkappa| = \left| \frac{d\vec{\beta}}{ds} \right|$ .

Система рівнянь (17), (18), (19) і  $\vec{\tau}(s) = \frac{d\vec{r}}{ds}$  описує напружено-деформований стан наддовгого криволінійного стрижня під дією заданого навантаження за заданих граничних умов.

Якщо криву осьову лінію стрижня задано параметрично у векторній формі

$$\vec{r} = \vec{r}(s) = x(s)\vec{i} + z(s)\vec{k}, \quad (20)$$

то можна знайти радіуси  $R$  і  $T$  кривини й скриту, а також вектори  $\vec{\tau}, \vec{v}, \vec{\beta}$  рухомого репера. Тоді

$$p = \frac{1}{R} \sin \chi, \quad q = \frac{1}{R} \cos \chi, \quad r = \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}. \quad (21)$$

Оскільки в початковому стані стрижень прямолінійний, то  $p_0 = 0$ ,  $q_0 = 0$ ,  $r_0 = 0$ .

Після визначення геометричних величин знаходять внутрішні й зовнішні сили, що діють на криволінійний стрижень.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.

У статті вивчається актуальна задача про обертовий і поздовжній рухи наддовгого пружного прямолінійного й криволінійного стрижнів в похилих порожнинах.

Побудовано крайові задачі, що дозволяють виявити початковий етап зародження біфуркаційних станів стрижня з урахуванням його фрикційної взаємодії з внутрішньою поверхнею порожнини.

Здійснений аналіз дає змогу визначити вплив гравітаційних сил, сил і моментів тертя на величину внутрішньої поздовжньої сили й крутного моменту. Окрім того, визначено вплив взаємозв'язку швидкостей поздовжнього й обертового рухів стрижня на формування зазначених силових факторів.

Запропоновано методи знаходження критичних значень поздовжньої сили, крутного моменту та побудови біфуркаційних розв'язків сформульованих крайових задач.

На завершення накреслимо перспективи дослідження. На думку авторів у подальших дослідженнях варто визначити вплив сил інерції обертового руху стрижня й внутрішнього потоку рідини на біфуркаційні випинання стрижня на початковому етапі.

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1 Гуляев В.И. Устойчивость бурильных колонн в наклонно направленных скважинах / В.И. Гуляев, И.В. Горбунович // Проблемы прочности. – 2008. – №6. – С. 71 – 81.

2 Gulyayev V.I. The buckling of elongated rotating drill strings / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, I.L. Solovjov, I.V. Gorbunovich // J. Petr. Sci. Eng. –2009. No 67. – P. 140 – 148.

3 Горбунович И.В. Стійкість бурильних колонн в похило-скерованих нафтових та газових свердловинах / И.В. Горбунович, Л.С. Межейнікова // Вісник Національного транспортного університету. – 2007. – №15. – С. 380 – 383.

4 Горбунович И.В. Изучение проблемы выявления критических режимов функционирования бурильных колонн в вертикальных и криволинейных скважинах / И.В. Горбунович, Л.В. Левковская // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – №1(40).– 2018. – С.90 –97.

5 Гуляєв В.І. Мінімізація сил опору при осьовому русі бурильної колони у криволінійній свердловині / В.І. Гуляєв, О.М. Андрусенко, Л.В. Левківська // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. Вип. 1 (31). – 2015. – С. 145 – 152.

6 Гайдайчук В.В. Математичне моделювання пружного згинання бурильної колони у каналі криволінійної нафто-газової свердловини / В.В. Гайдайчук, Л.В. Левківська, Я.І. Ковальчик // Опір матеріалів і теорія споруд: Науково-технічний збірник. – Вип. 97. – К: КНУБА, 2016. – С. 43 –58.

7 Горбунович І.В. Біфуркаційні випинання обертових гіпердовгих стрижнів з внутрішнім потоком рідини / І.В. Горбунович // Вісник Національного транспортного університету. – 2010. – №21. – С.310 –314.

8 Горбунович І.В. Виникнення біфуркаційних станів обертових гіпердовгих стрижнів / І.В. Горбунович // Матеріали Міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми механіки та математики» Інститут прикладних проблем механіки і математики НАН України, Львівський національний університет. Матеріали конференції. – Львів, 2018 С.86-88.

## REFERENCES

1 Gulyayev V.I., Gorbunovich I.V. (2008). Ustoychivost burilnykh kolonn v naklonno napravlennykh skvazhinah [Drill string stability in inclined bore-holes]. Problemy prochnosti - Strength of Materials, 6, 71–81 [in Russian].

2 Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. (2009). The buckling of elongated rotating drill strings. J. Petr. Sci. Eng. No 67. – P. 140 – 148.

3 Gorbunovich I.V., Mezheynikova L.S. [2007]. Stikist burylnykh kolon v pokhylo-skerovanykh naftovykh ta hazovykh sverdlvynakh [Drill columns stability in inclined oil and gas bore-holes]. Visnyk Natsionalnoho Transportnoho Universytetu – Visnyk of National Transport University, 15, 380-383 [in Ukrainian].

4 Gorbunovich I.V., Levkovskaia L.V. [2018]. Izuchenie problemy vyiyavleniya kriticheskikh rezhimov funktsionirovaniya burilnykh kolonn v vertikalnykh i krivolineynykh skvazhinah [Investigation of the problem of detection of critical drill string operating modes in vertical and curved bore-holes]. Visnyk Natsionalnoho Transportnoho Universytetu. Seria «Tekhnichni nauky». Naukovo-tekhnichnyi zbirnyk – Visnyk of National Transport University. «Technical sciences» series. Scientific and Technical collection, 1(40), 90–97 [in Russian].

5 Gulyayev V.I., Andrusenko O.M., Levkivska L.V. (2015). Minimizatsia syl oporu pry osovomu rusi burylnoi kolony u kryvoliniinii sverdlvyni [Minimization of resistance forces in axial motion of a drill string in a curve bore-hole]. Visnyk Natsionalnoho Transportnoho Universytetu. Seria «Tehnichni nauky». Naukovo – tekhnichni zbirnyk – Visnyk of National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. Issue 1 (31), 145 - 152 [in Ukrainian].

6 Gaidaichuk V.V., Levkivska L.V., Kovalchuk Y. I. (2016). Matematyчне modeliuвання пружного згynання бурильної колони у каналі криволінійної нафто-газової свердловини [Mathematical modeling of the drill string elastic bending in channel curvilinear oil and gas bore-holes] Opір materialiv i teорія sporud - Strength of Materials and Theory of Structures. Issue 97, 43–58 [in Ukrainian].

7 Gorbunovich I.V. (2010). Bifurkatsiini vypynannia obertovykh hiperdovhykh stryzhniv z vnutrishnim potokom ridyny [Bifurcation protrusion of rotating super long strings with internal fluid flow]. Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu – Visnyk of National Transport University, 21, 310 – 314 [in Ukrainian].

8 Gorbunovich I.V. (2018). Vynyknennia bifurkatsiinykh staniv obertovykh hiperdovhykh stryzhniv [Appearance of bifurcation states of rotating super long strings]. Mizhnarodna naukova konferentsiia

«Suchasni problemy mekhaniky ta matematyky – 2018». Instytut prykladnykh problem mekhaniky i matematyky NAN Ukrainy, Lvivskyi natsionalnyi universytet. Materialy konferentsii – International scientific conference «Modern Problems of Mechanics and Mathematics». Institute of Applied Problems of Mechanics and Mathematics of NAS of Ukraine. Lviv National University. Conference theses. (pp.86-88). Lviv. [in Ukrainian].



## РЕФЕРАТ

Горбунович І.В. Дослідження обертового й поздовжнього рухів наддовгого стрижня в похилих порожнинах / І.В. Горбунович, Л.В. Левківська // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К.: НТУ, 2020. – Вип. 1 (46).

У статті розглянуто наддовгий пружний трубчастий стрижень з внутрішнім потоком рідини. Вивчено обертовий і поздовжній рухи прямолінійного й криволінійного стрижнів в похилих порожнинах. Досліджено біфуркаційні стани стрижня під час цих рухів.

Мета дослідження – виявити зародження біфуркаційних станів прямолінійного й криволінійного стрижнів з урахуванням їхньої фрикційної взаємодії з внутрішньою поверхнею порожнини.

Зазначено причини, які сприяють виникненню біфуркаційного випинання стрижня. Поміж цих причин, як основні, виділяються й описуються внутрішня поздовжня сила й крутний момент.

Методи дослідження полягають у побудові крайових задач, які визначають напружено-деформований стан і стійкість наддовгих прямолінійного й криволінійного стрижнів в похилій порожнині. Розв'язуючи їх, можна виявити зародження біфуркаційних станів стрижня.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** НАДДОВГИЙ СТРИЖЕНЬ, ПРЯМОЛІНІЙНА Й КРИВОЛІНІЙНА ПОРОЖНИНА, ОБЕРТОВИЙ І ПОЗДОВЖНІЙ РУХИ, БІФУРКАЦІЙНІ СТАНИ, ПОЗДОВЖНЯ СИЛА, КРУТНИЙ МОМЕНТ.

## ABSTRACT

Gorbunovich I.V., Levkivska L.V. Investigation of rotational and longitudinal motions of a super long string in inclined bore-holes. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2020. – Issue 1 (46).

The article deals with a super long elastic tubular rod with an internal fluid flow. The rotational and longitudinal motions of straight and curved rods in inclined bore-holes are studied. The bifurcation states of the rod at these motions are investigated.

The purpose of the study is to detect at the beginning of bifurcation states of straight and curved rods taking into account their friction interaction with the inner surface of a bore-holes.

The reasons of appearance of bifurcation protrusion of the rod are stated. Among these reasons, an internal longitudinal force and torque are identified and described as main ones.

Research methods are based on the construction of boundary-value problems determining the stress-strain state and stability of super long straight and curved rods in an inclined bore-hole. Solving the problems allows detecting the beginning of bifurcation states of rods.

**KEY WORDS:** SUPER LONG ROD, STRIGHT AND INCLINED BORE-HOLE, ROTATIONAL AND LONGITUDINAL MOTIONS, BIFURCATION STATES, LONGITUDINAL FORCE, TORQUE.

## РЕФЕРАТ

Горбунович И.В. Исследование вращательного и продольного движений сверхдлинного стержня в наклонных полостях / И.В. Горбунович, Л.В. Левковская // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К.: НТУ, 2020. – Вып. 1 (46).

В статье рассматривается сверхдлинный упругий трубчатый стержень с внутренним потоком жидкости. Изучены вращательное и продольное движения прямолинейного и криволинейного стержней в наклонных полостях. Исследованы бифуркационные состояния стержня при этих движениях.

Цель исследования – выявить зарождение бифуркационных состояний прямолинейного и криволинейного стержней с учетом их фрикционного взаимодействия с внутренней поверхностью полости.

Указаны причины, которые способствуют возникновению бифуркационного выпучивания стержня.

Среди этих причин, как основные, выделяются и описываются внутренняя продольная сила и крутящий момент.

Методы исследования состоят в построении краевых задач, которые определяют напряженно-деформированное состояние и устойчивость сверхдлинных прямолинейного и криволинейного

стержней в наклонной полости. Решая их, можно выявить зарождение бифуркационных состояний стержня.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** СВЕРХДЛИННЫЙ СТЕРЖЕНЬ, ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ И КРИВОЛИНЕЙНАЯ ПОЛОСТИ, ВРАЩАТЕЛЬНОЕ И ПРОДОЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЯ, БИФУРКАЦИОННЫЕ СОСТОЯНИЯ, ПРОДОЛЬНАЯ СИЛА, КРУТЯЩИЙ МОМЕНТ.

**АВТОРИ:**

Горбунович Ирина Валентинівна, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: [irina.gorbunovich@gmail.com](mailto:irina.gorbunovich@gmail.com), тел. +380676001177, Україна, 01103, м. Київ, вул Бойчука, буд. 42, к.514, [orcid.org/0000-0002-6859-0663](https://orcid.org/0000-0002-6859-0663).

Левківська Людмила Володимирівна, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: [l\\_v\\_g@ukr.net](mailto:l_v_g@ukr.net), тел. +380975475724, Україна, 01103, м. Київ, вул Бойчука, буд. 42, к.514, [orcid.org/0000-0002-5589-5257](https://orcid.org/0000-0002-5589-5257).

**AUTHORS:**

Gorbunovich Iryna Valentynivna, Ph.D., National Transport University, associate professor department of high mathematics, e-mail: [irina.gorbunovich@gmail.com](mailto:irina.gorbunovich@gmail.com), tel. +380676001177, Ukraine, 01103, Kyiv, Boychuka str.,42, of. 514, [orcid.org/0000-0002-6859-0663](https://orcid.org/0000-0002-6859-0663).

Levkivska Liydmyla Volodymyrivna, Ph.D., National Transport University, associate professor department of high mathematics, e-mail: [l\\_v\\_g@ukr.net](mailto:l_v_g@ukr.net), тел. +380975475724, Ukraine, 01103, Kyiv, Boychuka str.,42, of. 514, [orcid.org/0000-0002-5589-5257](https://orcid.org/0000-0002-5589-5257).

**АВТОРЫ:**

Горбунович Ирина Валентиновна, кандидат технических наук, доцент, Национальный транспортный университет, доцент кафедры высшей математики, e-mail: [irina.gorbunovich@gmail.com](mailto:irina.gorbunovich@gmail.com), тел. +380676001177, Украина, 01103, г. Киев, ул Бойчука, д. 42, к. 514, [orcid.org/0000-0002-6859-0663](https://orcid.org/0000-0002-6859-0663).

Левковская Людмила Владимировна, кандидат технических наук, доцент, Национальный транспортный университет, доцент кафедры высшей математики, e-mail: [l\\_v\\_g@ukr.net](mailto:l_v_g@ukr.net), тел. +380975475724, Украина, 01103, г. Киев, ул Бойчука, д. 42, к. 514, [orcid.org/0000-0002-5589-5257](https://orcid.org/0000-0002-5589-5257).

**РЕЦЕНЗЕНТИ:**

Мейш В.Ф., доктор фізико-математичних наук, професор, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна.

Мозговий В.В., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри дорожньо-будівельних матеріалів і хімії, Київ, Україна.

**REVIEWER:**

Meish V.F., Physics and Mathematics (Dr.), Professor, S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine.

Mozgovyy V.V., Engineering (Dr.), Professor, National Transport University, Head of Department of road construction materials and chemistry, Kyiv, Ukraine.