УДК 539.3 DOI: 10.33744/2308-6645-2020-1-46-211-217
UDC 539.3

ПОСТАНОВКА ТА ПОБУДОВА ЧИСЕЛЬНОГО АЛГОРИТМУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ДИНАМІКИ ТЕОРІЇ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК В НЕОРТОГОНАЛЬНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

Мейш Ю.А., доктор технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, juliameish@gmail.com, orcid.org/000-0001-7492-700X

Мейш В.Ф., доктор фізико-математичних наук, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна, vfmeish@gmail.com, orcid.org/0000-0003-4141-7008

POSTULATION AND BUILDING OF A NUMERICAL ALGORITHM FOR SOLVING THE PROBLEMS OF THE DYNAMICS OF THE THEORY OF CONICAL SHELLS IN NONORTHOGONAL COORDINATE SYSTEM

Meish Yu.A., Doctor of Science (Technology), National Transport University, Kyiv, Ukraine, juliameish@gmail.com, orcid.org/0000-0001-7492-700X

Meish V.F., Doctor of Science (Physics and Mathematics), S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine, vfmeish@gmail.com, orcid.org/0000-0003-4141-7008

ПОСТАНОВКА И ПОСТРОЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ ТЕОРИИ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК В НЕОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Мейш Ю.А., доктор технических наук, доцент, Национальный транспортный университет, Киев, Украина, juliameish@gmail.com, orcid.org/0000-0001-7492-700X

Мейш В.Ф., доктор фізико-математических наук, Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина, vfmeish@gmail.com, orcid.org/0000-0003-4141-7008

Постановка проблеми.

Оболонкові конструкції мають широке застосування в сучасній техніці. При цьому, в основному розглядаються статичні та динамічні задачі визначення напружено – деформованого стану елементів конструкцій (циліндричні, сферичні, конічні оболонки) в ортогональній системі координат [1]. Практично немає робіт по вивченню динамічної поведінки оболонок в неортогональній системі координат, зокрема конічних оболонок. Цей фактор обумовлює актуальність теми даного дослідження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Як показує літературний огляд по темі дослідження, в цьому напрямку слід відмітити роботи по динамічній поведінці оболонок канонічної форми (циліндричні, конічні, сферичні оболонки) [1]. Розв'язок даних задач базується, в основному, на застосуванні чисельних методів (метод скінчених різниць, метод скінчених елементів і т.д.) [1, 2]. Практично відсутні дослідження для випадку динамічних задач теорії оболонок неканонічної форми, зокрема, конічних оболонок некругового перерізу (випадок застосування неортогональної системи координат).

Нижче приведено постановку задачі динаміки зрізаних конічних оболонок в неортогональній системі координат.

Метою роботи є постановка та побудова чисельного алгоритму розв'язування задач динаміки теорії конічних оболонок в неортогональній системі координат.

Виклад основного матеріалу.

1. Постановка задачі. Розглядається задача про нестаціонарне деформування зрізаної конічної оболонки еліптичного перерізу при розподіленому внутрішньому імпульсному навантаженні. Рівняння серединної поверхні оболонки в параметричному вигляді задаються згідно співвідношень:

$$X = k_1 x^1 \cos x^2, \qquad Y = x^1 \sin x^2, \qquad Z = k_2 x^1, \tag{1}$$

де X, Y, Z – декартова система координат; x^1, x^2 – координати на серединній поверхні оболонки; $k_1 = a/b$; $k_2 = c/b$. Схематично об'єкт представлено на рис. 1.

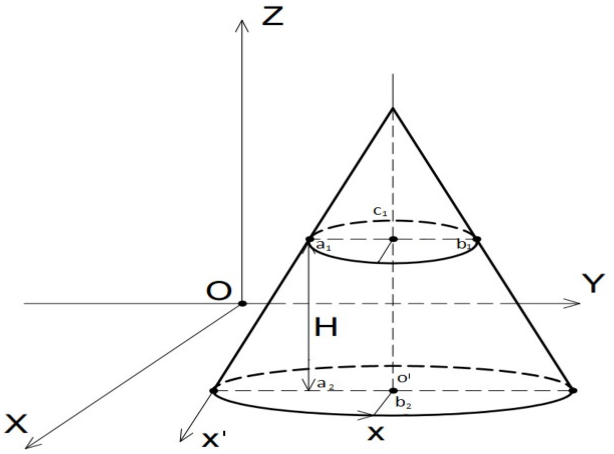

Рисунок 1
Figure 1

Співвідношення (1) визначають коефіцієнти першої та другої квадратичної форми серединної поверхні оболонки, що розглядається, згідно формул [3, 4]

$$a_{ij} = \frac{\partial X}{\partial x^i}\frac{\partial X}{\partial x^j} + \frac{\partial Y}{\partial x^i}\frac{\partial Y}{\partial x^j} + \frac{\partial Z}{\partial x^i}\frac{\partial Z}{\partial x^j}, (i,\ j = 1,2); \tag{2}$$

$$b_{ij} = \frac{1}{\sqrt{g}}\left[\left(\frac{\partial Y}{\partial x^i}\frac{\partial Z}{\partial x^j} - \frac{\partial Z}{\partial x^i}\frac{\partial Y}{\partial x^j}\right)\frac{\partial^2 X}{\partial x^i \partial x^j} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial Z}{\partial x^i}\frac{\partial X}{\partial x^j} - \frac{\partial X}{\partial x^i}\frac{\partial Z}{\partial x^j}\right)\frac{\partial^2 Y}{\partial x^i \partial x^j} + \left(\frac{\partial X}{\partial x^i}\frac{\partial Y}{\partial x^j} - \frac{\partial Y}{\partial x^i}\frac{\partial X}{\partial x^j}\right)\frac{\partial^2 Z}{\partial x^i \partial x^j}\right].$$

При цьому, згідно (1), (2) маємо

$$a_{11} = k_1^2 \cos^2 x^2 + \sin^2 x^2 + k_2^2; \qquad a_{22} = (x^1)^2 (k_1^2 \sin^2 x^2 + \cos^2 x^2);$$

$$a_{12} = 0{,}5 x^1 (1 - k_1^2) \sin 2x^2; \qquad b_{11} = 0,\ \ b_{12} = 0,\ \ b_{22} = k_1 k_2 (x^1)^2 / \sqrt{g},$$

де g – фундаментальний визначник метричного тензора, що визначається за формулою $g = a_{11} a_{22} - a_{11}^2$.

Для опису динамічної поведінки конічних оболонок приймається лінійний варіант уточненої теорії тонких оболонок типу Тимошенка [1, 5]. Закон розподілення переміщень по товщині оболонки приймається у вигляді

$$u_1^z = u_1(x^1, x^2, t) + z\varphi_1(x^1, x^2, t), \tag{3}$$

$$u_2^z = u_2(x^1, x^2, t) + z\varphi_2(x^1, x^2, t),$$

$$u_3^z = u_3(x^1, x^2, t);$$

$$u^{1z} = u^1(x^1, x^2, t) + z\varphi^1(x^1, x^2, t), \tag{4}$$

$$u^{2z} = u^2(x^1, x^2, t) + z\varphi^2(x^1, x^2, t).$$

У співвідношеннях (3), (4) величини з нижніми індексами відповідають коваріантним компонентам узагальненого вектора переміщень серединної поверхні оболонки $\overline{U}_1 = (u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2)$, а величини з верхніми індексами – контрваріантним компонентам узагальненого вектора переміщень $\overline{U}^1 = (u^1, u^2, u^3, \varphi^1, \varphi^2)$ [5].

Для виведення рівнянь коливань конічних оболонок застосовується варіаційний принцип Гамільтона – Остроградського

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta \Pi + \delta A)\, dt = 0, \tag{5}$$

де Π – потенціальна, K – кінетична енергії оболонки відповідно, A – робота зовнішніх сил.

Після стандартних перетворень в функціоналі (5) отримаємо наступні рівняння коливань вихідної конічної оболонки в загальному вигляді:

$$\rho h \frac{\partial^2 u^i}{\partial t^2} = \nabla_i T^{ij} - b_i^j T^{i3} + P^i; \tag{6}$$

$$\rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \nabla_i T^{i3} + b_{ij} T^{ij} + P_3; \quad \rho I \frac{\partial^2 \varphi^i}{\partial t^2} = \nabla_i M^{ij} - T^{i3} + m^i; \qquad (i,\ j = 1, 2).$$

В формулах (3) – (6) індексами 1, 2 позначені змінні по координатам x^1, x^2: $u^1, u^2, u_3, \varphi^1, \varphi^2$ – контрваріантні компоненти узагальненого вектора переміщень серединної поверхні оболонки; T^{ij}, T^{i3}, M^{ij} – контрваріантні компоненти тензорів зусиль та моментів; P^i, P_3, m^i – компоненти зусиль на поверхні оболонки; ∇_i – контрваріантна похідна; ρ – густина матеріалу оболонки; h – товщина оболонки; $I = h^3/12$.

2. Побудова чисельного алгоритму. В розгорнутому вигляді, згідно [4] рівняння коливань (3) в дивергентній формі записуються

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1}(\sqrt{g} T^{11}) + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^2}(\sqrt{g} T^{12}) + \Gamma_{11}^1 T^{11} + 2\Gamma_{21}^1 T^{12} + \tag{7}$$

$$+ \Gamma_{22}^1 T^{22} - b_1^1 T^{1n} - b_2^1 T^{2n} = \rho h \frac{\partial^2 u^1}{\partial t^2};$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1}(\sqrt{g} T^{12}) + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^2}(\sqrt{g} T^{22}) + \Gamma_{11}^2 T^{11} + 2\Gamma_{12}^2 T^{12} +$$

$$+ \Gamma_{22}^2 T^{22} - b_1^2 T^{13} - b_2^2 T^{22} + q^2 = \rho h \frac{\partial^2 u^2}{\partial t^2};$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^1}(\sqrt{g}T^{13})+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^2}(\sqrt{g}T^{23})+b_{11}T^{11}+b_{12}T^{12}+$$

$$+b_{21}T^{12}+b_{22}T^{22}+q^3=\rho h\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2};$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^1}(\sqrt{g}M^{11})+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^2}(\sqrt{g}M^{12})+\Gamma^1_{11}M^{11}+2\Gamma^1_{21}M^{12}+$$

$$+\Gamma^2_{22}M^{22}-T^{13}=\rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2\varphi^1}{\partial t^2};$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^1}(\sqrt{g}M^{12})+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^2}(\sqrt{g}M^{22})+\Gamma^2_{11}M^{11}+2\Gamma^2_{12}M^{12}+$$

$$+\Gamma^2_{22}M^{22}-T^{23}=\rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2\varphi^2}{\partial t^2}.$$

В співвідношеннях (7) величини Γ^k_{ij} являють собою коефіцієнти символів Крістоффеля другого роду [3, 4].

Для побудови чисельного алгоритму використовується інтегро – інтерполяційний підхід побудови скінечнно – різницевих схем по просторовим координатам $x^1,\ x^2$ та явній різницевій апроксимації по часовій координаті t [1]. Розглядається побудова різницевих рівнянь на прикладі першого рівняння системи (7). Інтегруємо перше рівняння системи (7) по області

$$\Omega_1=\left\{x^1_{l-1/2}\le x^1\le x^1_{l+1/2},x^2_{m-1/2}\le x^2\le x^2_{m+1/2}\right\}\ \text{при}\ t_{n-1/2}\le t\le t_{n+1/2}$$

$$\int_t\iint_{\Omega_1}[\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^1}\left(\sqrt{g}\,T^{11}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^2}\left(\sqrt{g}\,T^{12}\right)+\Gamma^1_{11}T^{11}+ \tag{8}$$

$$+2\Gamma^1_{21}T^{12}+\Gamma^1_{22}T^{22}-b^1_1T^{13}-b^1_2T^{23}+q^1]d\Omega dt=\int_t\iint_{\Omega_1}[\rho h\frac{\partial^2u^1}{\partial t^2}]d\Omega dt.$$

В цьому випадку різницевий аналог (8) має вигляд:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\right)_{l,m}\frac{1}{\Delta x^1}\left[\left(\sqrt{g}\,T^{11}\right)^n_{l+1/2,m}-\left(\sqrt{g}\,T^{11}\right)^n_{l-1/2,m}\right]+ \tag{9}$$

$$\text{д}+\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\right)_{l,m}\frac{1}{\Delta x^2}\left[\left(\sqrt{g}\,T^{12}\right)^n_{l+1/2,m}-\left(\sqrt{g}\,T^{12}\right)^n_{l-1/2,m}\right]+$$

$$+\left(\Gamma^1_{11}T^{11}\right)^n_{l,m}+2\left(\Gamma^1_{21}T^{12}\right)^n_{l,m}+\left(\Gamma^1_{22}T^{22}\right)^n_{l,m}-$$

$$-\left(b_1^1 T^{13}\right)_{l,m}^n - \left(b_2^1 T^{23}\right)_{l,m}^n + q_{l,m}^1 = \rho h \left(u_{l,m}^1\right)_{\bar{t}t}.$$

Аналогічним чином апроксимуються останні рівняння системи (7). При цьому компоненти узагальнених векторів переміщень $\overline{U_1} = (u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2)$, $\overline{U}^1 = (u^1, u^2, u^3, \varphi^1, \varphi^2)$ співвідносимо до цілих вузлів різницевої схеми (l, m), а величини зусиль T^{11} та моментів M^{11} співвідносяться до напівбілих вузлів різницевої сітки $(l \pm 1/2, m), (l, m \pm 1/2)$. При такому підході є можливість виконання закону збереження повної енергії конструкції на різницевому рівні [6].

Висновки.

В роботі приведено постановку та побудову чисельного алгоритму розв'язку задач динамічної поведінки конічних оболонок в неортогональній системі координат. При постановці приведених задач використовується варіант теорії оболонок типу Тимошенка. Чисельний алгоритм базується на застосуванні інтегро – інтерполяційного методу побудови різницевих схем по просторовим координатам та явній чисельній апроксимації по часовій координаті.

Перспективи дослідження задач даного класу полягають у розв'язку задач оболонок більш складної геометричної форми, зокрема параболоїдних оболонок некругового перерізу.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Головко К.Г. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках: монография / К.Г. Головко, П.З. Луговой, В.Ф. Мейш; под ред. акад НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. полигр. центр «Киевский ун–т», 2012. – 541 с.
2. Математичні моделі прикладної механіки: навчальний посібник / П.О. Стеблянко, Т.В. Крилова, В.Ф. Мейш, Ю.А. Мейш – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2012. – 413 с.
3. Новожилов В.В. Линейная теория тонких оболочек / В.В. Новожилов, К.Ф. Черных. – Л.: Политехника, 1991. – 656 с.
4. Кильчевский Н.А. Основы тензорного исчисления с приложениями в механике / Н.А. Кильчесвский. – К.: «Наук. думка», 1972. – 148 с.
5. Теория оболочек с учетом поперечного сдвига / под. ред. К.З. Галимова. – Казань: Изд-во Казанского ун- та, 1977. – 212 с.
6. Навал И.К. Нестационарые волны в деформируемых середах / И.К. Навал, В.И. Пацюк, В.К. Римский. – Кишенев: «Штиинца», 1986. – 236 с.

REFERENCES

1. Golovko K.G. (2012) Dinamika neodnorodnyih obolochek pri nestatsionarnyih nagruzkah: monografiya [Dynamics of inhomogeneous shells under nonstationary loads : monograph ed. acad. of NAS of Ukraine A.N. Guz] / K.G. Golovko, P.Z. Lugovoy, V.F. Meysh; pod red. akad NAN Ukrainyi A.N. Guzya. – K.: Izd. poligr. tsentr «Kievskiy un–t», 541 p. [in Russian]
2. MatematichnI modelI prikladnoyi mehaniki: navchalniy posibnik posibnyk (2012) [Mathematical models of applied mechanics: primary school student] / P.O. Steblyanko, T.V. Krilova, V.F. Meish, Yu.A. Meish – Dniprodzerzhinsk: DDTU, 413p. [in Ukrainian]
3. Novozhilov V.V. (1991) Lineynaya teoriya tonkih obolochek [Linear theory of thin shells] / V.V. Novozhilov, K.F. Chernyih. – L.: Politehnika, 656 p. [in Russian]
4. Kilchevskiy N.A. (1972) Osnovyi tenzornogo ischisleniya s prilozheniyami v mehanike [Basics of tensor calculus with applications in mechanics] / N.A. Kilchesvskiy. – K.: «Nauk. dumka», 148 p. [in Russian]
5. Teoriya obolochek s uchetom poperechnogo sdviga (1977) [The theory of shells, taking into account the transverse shear] / pod. red. K.Z. Galimova. – Kazan: Izd-vo Kazanskogo un- ta, 212 p. [in Russian]
6. Naval I.K. (1986) Nestatsionaryie volnyi v deformiruemyih seredah [Unsteady waves in deformable media] / I.K. Naval, V.I. Patsyuk, V.K. Rimskiy. – Kishenev: «Shtiintsa», 236 p. [in Russian]

РЕФЕРАТ

Мейш Ю.А. Постановка та побудова чисельного алгоритму розв’язування задач динаміки теорії конічних оболонок в неортогональній системі координат / Ю.А. Мейш, В.Ф. Мейш // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К.: НТУ, 2020. – Вип. 1 (46).

В роботі приведено постановку та чисельний алгоритм розв’язку задач динаміки теорії конічних оболонок в неортогональній системі координат.

Об’єктом дослідження є конічні оболонки, рівняння яких приведені в неортогональній системі координат.

Мета роботи полягає в постановці та побудові чисельного алгоритму розв’язування задач динаміки конічних оболонок в неотогональній системі координат.

Методи дослідження включають основні положення теорії оболонок типу Тимошенка та чисельні методи.

Розглянуто постановку задач та чисельний алгоритм для дослідження динамічної поведінки конічних оболонок в неортогональній системі координат.

Отримані в роботі результати можуть бути використані при проектуванні елементів оболонкових конструкцій в ракето- , авіо- , суднобудівній промисловості.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: КОНІЧНА ОБОЛОНКА, ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ, НЕОРТОГОНАЛЬНА СИСТЕМА КООРДИНАТ, ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

ABSTRACT

Meish Yu.A., Meish V.F. Postulation and building of a numerical algorithm for solving the problems of the dynamics of the theory of conical shells in nonorthogonal coordinate system. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv. National Transport University, 2020. – Issue 1 (46).

The paper presents the formulation and numerical algorithm for solving problems of the dynamics of the theory of conical shells in a non-orthogonal coordinate system.

The object of the study are conical shells, the equations of which are represented in non-orthogonal coordinate system.

Purpose of the work is to formulate and construct a numerical algorithm for solving the problems of the dynamics of conical shells in a non-orthogonal coordinate system.

The methods of research include the basic principles of the theory of shells to Tymoshenko's type and numerical methods.

The formulation of problems and a numerical algorithm for studying the dynamic behavior of conical shells in a non-orthogonal coordinate system are considered.

The results obtained in the work can be used in the design of elements of shell structures in the rocket, aircraft and shipbuilding industries.

KEYWORDS: CONIC SHELL, DYNAMIC PROCESSES, NON-ORTHOGONAL COORDINATE SYSTEM, NUMERICAL METHODS

РЕФЕРАТ

Мейш Ю.А. Постановка и построение численного алгоритма решения задач динамики теории конических оболочек в неортогональной системе координат / Ю.А. Мейш, В.Ф. Мейш // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К.: НТУ, 2020. – Вып. 1 (46).

В работе приведена постановка и численный алгоритм решения задач динамики теории конических оболочек в неортогональной системе координат.

Объетом исследования являются конические оболочки, уравнения которых представлены в неортогональной системе координат.

Цель работы состоит в постановке и построении численного алгоритма решения задач динамики конических оболочек в неотогональной системе координат.

Методи исследования включают основные положения теории оболочек типу Тимошенко и численные методы.

Рассмотрена постановка задач и численный алгоритм для исследования динамического поведения конических оболочек в неортогональной системе координат.

Полученные в работе результаты могут быть использованы при проектировании элементов оболочечных конструкций в ракето- , авио- , судностроительной промышленности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: КОНИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА, ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, НЕОРТОГОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

АВТОРИ:

Мейш Юлія Анатоліївна, доктор технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, професор кафедри вищої математики, e-mail: juliameish@gmail.com, тел. +380954035196, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе 42, к. 502, orcid.org / 0000-0001-7492-700X.

Мейш Володимир Федорович, доктор фізико-математичних наук, професор, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, головний науковий співробітник, e-mail: vfmeish@gmail.com, tel. +380502519697, Україна, 03057, г. Київ, вул. Нестерова, 3, orcid.org / 0000-0003-4141-7008.

AUTHOR:

Meish Yuliya Anatolievna, D. Eng., associate professor, National Transport University, Higher mathematics department professor, e-mail: juliameish@gmail.com, tel. +380954035196, Ukraine, 01010, Kyiv, Kikvidze str. 42, of. 502, orcid.org / 0000-0001-7492-700X.

Meish Vladimyr Fedorovich, Doctor of Mathematics, professor, Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Main researcher, e-mail: vfmeish@gmail.com, tel. +380502519697, Ukraine, 03057, Kyiv, Nesterov str., 3, orcid.org / 0000-0003-4141-7008.

АВТОРЫ:

Мейш Юлия Анатольевна, доктор технических наук, доцент, Национальный транспортный университет, профессор кафедры высшей математики, e-mail: juliameish@gmail.com, tel. +380954035196, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе 42, к. 502, orcid.org / 0000-0001-7492-700X.

Мейш Владимир Федорович, доктор фізико-математических наук, профессор, Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, главный научный сотрудник, e-mail: vfmeish@gmail.com, tel. +380502519697, Украина, 03057, г. Киев, ул. Нестерова, 3, orcid.org / 0000-0003-4141-7008.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Луговий П.З., доктор технічних наук, професор, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, завідувач відділом будівельної механіки тонкостінних конструкцій, Київ, Україна.

Лоза І.А., доктор фізико-математичних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

REVIEWER:

Lugovoy P.Z., D. Eng., professor, S.P Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Structure mechanics of thin – walled structures department head professor, Kyiv, Ukraine.

Loza I.A., Doctor of Mathematics, professor, National Transport University, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kiev, Ukraine.