

**УДОСКОНАЛЕННЯ БОРТОВИХ НАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ  
АВТОТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНЕРЦІАЛЬНИХ ДАТЧИКІВ  
ТА ІМОВІРНІСНО-ГЕОМЕТРИЧНИХ МЕТОДІВ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ**

*Топольськов Є.О.*, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, [topol@bigmir.net](mailto:topol@bigmir.net), [orcid.org/0000-0001-5587-3069](https://orcid.org/0000-0001-5587-3069)

*Беляєвський Л.С.*, доктор технічних наук, Транспортна академія України, Київ, Україна, [bls0522@meta.ua](mailto:bls0522@meta.ua), [orcid.org/0000-0002-3238-2272](https://orcid.org/0000-0002-3238-2272)

*Сердюк А.А.*, кандидат технічних наук, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», Київ, Україна, [aserdik@gmail.com](mailto:aserdik@gmail.com), [orcid.org/0000-0002-0787-3889](https://orcid.org/0000-0002-0787-3889)

**IMPROVEMENT OF NAVIGATION SYSTEMS OF VEHICLES BY MEANS OF INERTIAL SENSORS  
AND INFORMATION PROCESSING USING PROBABILITY-GEOMETRIC METHODS**

*Topolskov E.A.*, PhD, National Transport University, Kiev, Ukraine, [topol@bigmir.net](mailto:topol@bigmir.net), [orcid.org/0000-0001-5587-3069](https://orcid.org/0000-0001-5587-3069)

*Beljaevskiy L.S.*, Doctor of Technical Science, Transport Academy of Ukraine, Kiev, Ukraine, [bls0522@meta.ua](mailto:bls0522@meta.ua), [orcid.org/0000-0002-3238-2272](https://orcid.org/0000-0002-3238-2272)

*Serdjuka A.A.*, PhD, National technical university of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv polytechnic institute», Kyiv, Ukraine, [aserdik@gmail.com](mailto:aserdik@gmail.com), [orcid.org/0000-0002-0787-3889](https://orcid.org/0000-0002-0787-3889)

**УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ БОРТОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ  
АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ И  
ВЕРОЯТНОСТНО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ**

*Топольсков Е.А.*, кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина, [topol@bigmir.net](mailto:topol@bigmir.net), [orcid.org/0000-0001-5587-3069](https://orcid.org/0000-0001-5587-3069)

*Беляевский Л.С.*, доктор технических наук, Транспортная академия Украины, Киев, Украина, [bls0522@meta.ua](mailto:bls0522@meta.ua), [orcid.org/0000-0002-3238-2272](https://orcid.org/0000-0002-3238-2272)

*Сердюк А.А.*, кандидат технических наук, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского», Киев, Украина, [aserdik@gmail.com](mailto:aserdik@gmail.com), [orcid.org/0000-0002-0787-3889](https://orcid.org/0000-0002-0787-3889)

*Актуальність напрямку досліджень та постановка проблеми*

Останніми роками спостерігається зростання зацікавленості в широкому застосуванні навігаційних систем автомобільного транспорту, що використовують глобальні навігаційні супутникові системи (ГНСС). Велике різноманіття приймачів сигналів ГНСС активно встановлюється на автотранспортні засоби (АТЗ) для особистих потреб і відпочинку, а також для вирішення комерційно-логістичних задач та при управлінні громадським транспортом. На сьогоднішній день переважна більшість АТЗ використовують лише технологію супутникової навігації, яка має певні обмеження та проблеми при експлуатації супутникових приймачів у несприятливих для радіонавігації умовах. Особливо це проявляється під час проведення моніторингу руху автотранспортних засобів у міських умовах, при русі автомобілів у тунелях, районах з висотною забудовою, або просто у щільному транспортному потоці. Періодична втрата сигналів навігаційних супутників або багатопромежне їх поширення, що викликані впливом внутрішніх (в самій навігаційній системі) та зовнішніх факторів (природних перешкод або навмисно створюваних завад) призводить до неточного визначення навігаційних параметрів автотранспортних засобів або взагалі неможливості їх визначення. У зв'язку з цим виникає необхідність удосконалення навігаційних систем автотранспортних засобів шляхом створення бортових навігаційних комплексів, що використовують окрім приймачів сигналів ГНСС додаткові апаратні засоби, зокрема механічні, акустичні та оптичні датчики, а також інерціальні навігаційні системи (ІНС). Останні роки багато ІТ компаній разом з конструкторськими бюро автовиробників, почали розробку та випробовування

складних бортових навігаційних комплексів, які забезпечують не тільки високоточне та безперебійне місцевизначення АТЗ, а ще й можливість автоматичного керування їх рухом у складних експлуатаційних умовах. Проте вартість практичної реалізації та надійність функціонування таких систем у найближчій перспективі не дозволять розпочати їх серійне виробництво та встановлення на АТЗ загального призначення. Тому на сьогоднішній день важливою практичною задачею є пошук економічно вигідних шляхів удосконалення бортових навігаційних систем АТЗ, що використовуються населенням у повсякденних задачах.

#### *Шляхи вирішення проблеми*

Першим напрямком забезпечення високоточної навігації для АТЗ, що не потребує значних економічних витрат, є застосування удосконаленого варіанту диференціального режиму, який був раніше запропонований авторами [1,2]. Це гарантовано дозволяє зменшити похибки визначення координат автотранспортних засобів до 3-4 м. при оптимальній геометрії розташування супутників (робоче сузір'я з 5-6 супутників та HDOP < 2) порівняно з похибками 10-20 м. у номінальному режимі. Єдиною додатковою вимогою по відношенню до звичайного варіанту навігаційної системи АТЗ, що працює у номінальному режимі, є наявність двостороннього online каналу з опорною станцією диференціального режиму. Враховуючи достатнє покриття та високу пропускну здатність сучасних 3G/4G мереж стільникового зв'язку, ця умова є абсолютно прийнятною і може бути легко реалізована для великої кількості АТЗ.

Другим напрямком є використання удосконалених методів та алгоритмів комплексної обробки надлишкової навігаційної інформації, що отримується від додаткових робочих сузір'їв навігаційних супутників ГНСС та додаткових навігаційних пристроїв АТЗ, наприклад, ІНС. Враховуючи можливості сучасних інтегрованих приймачів сигналів ГНСС працювати одночасно з декількома сузір'ями супутників різних систем, цей напрямок є дуже важливим та актуальним. Авторами публікації розроблено удосконалений імовірісно-геометричний метод та відповідні алгоритми обробки навігаційної інформації [4-6], що забезпечують суттєве зниження слабкорельованих складових похибок навігаційних вимірювань координат АТЗ. Даний метод дозволяє отримати результати на рівні калмановської фільтрації, але із значно меншими обчислювальними витратами та вищою стабільністю роботи [7]. Застосування розробленого методу стане особливо актуальним, коли будуть повністю введені в експлуатацію перспективні ГНСС Galileo та Compass. Це дасть можливість використовувати для навігаційних визначень одночасно 4-8 сузір'їв навігаційних супутників з декількох ГНСС.

Однак використання ефективних методів та алгоритмів обробки великої кількості навігаційних вимірювань від множини сузір'їв навігаційних орієнтирів також може бути недостатньо ефективним в експлуатаційних умовах з регулярним екрануванням (затінненням) радіосигналів. Тому важливою задачею є створення економічно вигідного бортового навігаційного комплексу АТЗ, що включає сучасний приймач ГНСС та ІНС. У такій системі навігація здійснюється на основі сигналів, що отримуються від датчиків транспортного засобу (одометрів, колісних датчиків АБС, гіроскопів і акселерометрів), а також даних ГНСС про місце розташування, швидкість і час, які в умовах стійкого радіозв'язку з навігаційними супутниками використовуються для уточнення параметрів ІНС.

Хоча бортовий навігаційний комплекс ГНСС+ІНС і вирішує основну проблему звичайної навігаційної системи АТЗ, яка використовує тільки приймач ГНСС, але при цьому постає питання забезпечення надійності функціонування ІНС та її економічної доцільності. Вартість високоточних та надійних інерційних датчиків (прецизійних гіроскопів), які використовуються, наприклад, в авіації, неприйнятна для їх широкого застосування на АТЗ загального призначення, а точність та надійність роботи дешевих датчиків є недостатньо високою. Тому у більшості випадків обробка сигналів від колісних датчиків (одометрів) і акселерометрів АТЗ, що входять до складу системи АБС сучасних АТЗ, є єдиним економічно вигідним і достатньо точним способом визначення навігаційних параметрів наряду із застосуванням приймача ГНСС.

Питання зниження вартості ІНС вирішується шляхом відмови від дорогих прецизійних гіроскопів та застосування методики визначення спрямовуючого кута АТЗ за даними бортового приймача ГНСС, а також приросту цього кута за даними двох акселерометрів та колісних датчиків АТЗ. Функціональна схема такого навігаційного комплексу зображена на рис.1.

Функціонування такого бортового навігаційного комплексу можна описати наступним чином.

Після запуску апаратури навігаційної системи в ній починають визначатись координати поточного положення АТЗ за допомогою приймача ГНСС (блок 7) та наближені прирости координат у квазіодометричному каналі (КОК) (блок 17), які потім уточнюються за результатами порівняння

модулів радіус-векторів ( $R$ ) і спрямовуючих кутів ( $\alpha$ ) радіус-векторів від КОК і приймача ГНСС (блоки 10 і 11).

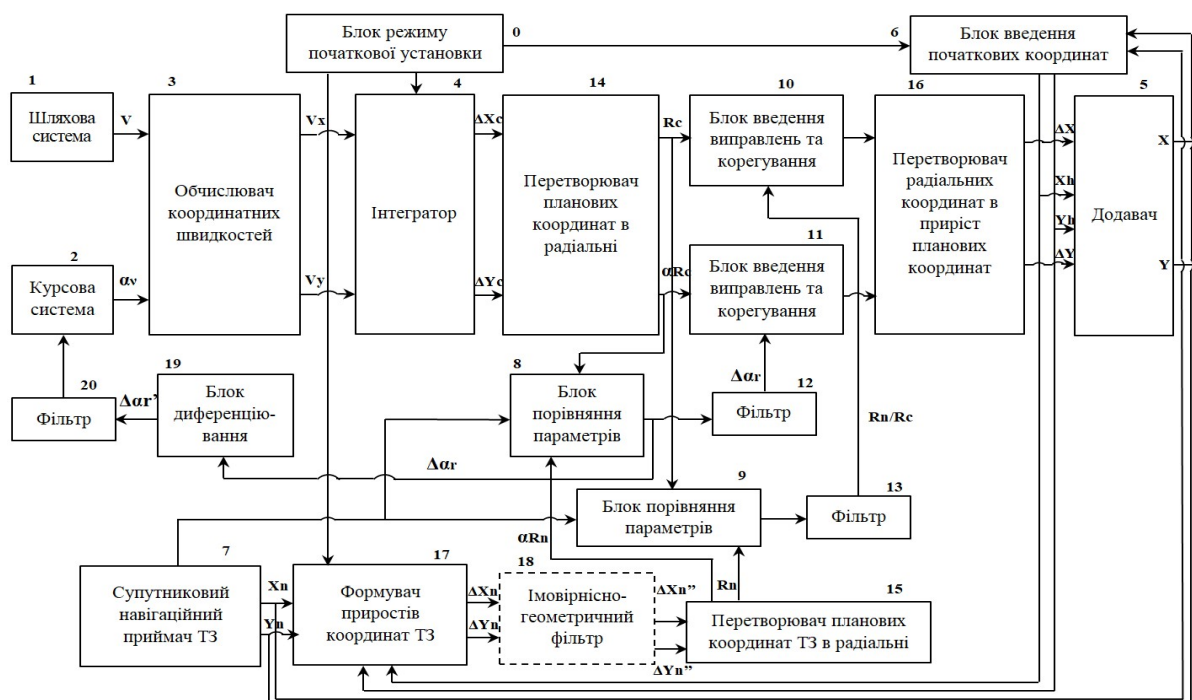


Рисунок 1 – Схема комплексної навігаційної системи, що використовує приймач ГНСС і спрощену ІНС

Figure 1 – Scheme of an integrated navigation system using GNSS receiver and simplified INS

Вихідні сигнали перетворювача радіальних координат у прирости планових координат (блок 16) мають вигляд:

$$\Delta X = R \cos \alpha_R, \quad \Delta Y = R \sin \alpha_R$$

Вихідні сигнали блоків введення виправлень і корегування 10 та 11 мають вигляд:

$$R = R_{\text{КОК}} k, \quad \alpha = \alpha_{\text{РКОК}} + \Delta \alpha$$

Вихідні сигнали блоків порівняння параметрів 8 та 9 мають вигляд:

$$k = \frac{R_{\text{ГНСС}}}{R_{\text{КОК}}}, \quad \Delta \alpha = \alpha_{\text{РГНСС}} - \alpha_{\text{РКОК}}.$$

Вихідні сигнали перетворювачів планових координат у радіальні 14 і 15 мають вигляд:

$$R_{\text{КОК}} = \sqrt{\Delta X_{\text{КОК}}^2 + \Delta Y_{\text{КОК}}^2}, \quad \alpha_{\text{РКОК}} = \arctg \frac{\Delta X_{\text{КОК}}}{\Delta Y_{\text{КОК}}},$$

$$R_{\text{ГНСС}} = \sqrt{\Delta X_{\text{ГНСС}}^2 + \Delta Y_{\text{ГНСС}}^2}, \quad \alpha_{\text{РГНСС}} = \arctg \frac{\Delta X_{\text{ГНСС}}}{\Delta Y_{\text{ГНСС}}}.$$

За нормальних умов поширення радіосигналу навігаційних супутників для позиціонування АТЗ використовується приймач сигналів ГНСС. При втраті сигналів навігаційних супутників або зниженні точності місцевизначення АТЗ блоки порівняння параметрів 8 та 9 блокуються і в блоках введення виправлень і корегування 10 та 11 залишаються останні значення  $k$  і  $\Delta \alpha$ . З цього моменту вихідні координати АТЗ вимірюються КОК. Оскільки у КОК використовуються неточне значення початкового спрямовуючого кута, що апріорно закладається у пам'ять блоку 0, то виправлення до нього зменшує його похибку.

Для вимірювання приросту спрямовуючого кута використовується той факт, що під час руху по криволінійній траєкторії кожна точка АТЗ рухається по траєкторії, зберігаючи певну кутову швидкість поворотання АТЗ:

$$\omega_{\text{АТЗ}} \approx \frac{V}{R_{\text{тр}}} = \frac{V}{\sqrt{(R_{\text{ц0}} + \Delta R_{\text{дш}})^2 + I_{\text{дш}}^2}}$$

де  $R_{\text{ц0}}$  - радіус кривизни траси для центру поворотання АТЗ,

$\Delta R_{\text{дш}}$ ,  $I_{\text{дш}}$  - віддаль датчиків швидкості від центру поворотання уздовж і поперек  $R_{\text{ц0}}$ ,

$R_{\text{тр}}$  - радіус кривизни траєкторії АТЗ.

Різниця показів двох датчиків швидкості 16 і 17, встановлених у різних точках АТЗ дорівнює:

$$\begin{aligned} V_1 - V_2 &\approx \omega_{\text{АТЗ}} \left[ \sqrt{(R_{\text{ц0}} + \Delta R_1)^2 + I_1^2} - \sqrt{(R_{\text{ц0}} + \Delta R_2)^2 + I_2^2} \right] = \\ &= \omega_{\text{АТЗ}} \left[ R_{\text{ц0}} \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta R_1}{R_{\text{ц0}}} + \frac{\Delta R_1^2 + I_1^2}{R_{\text{ц0}}^2}} - R_{\text{ц0}} \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta R_2}{R_{\text{ц0}}} + \frac{\Delta R_2^2 + I_2^2}{R_{\text{ц0}}^2}} \right] = \\ &= \omega_{\text{АТЗ}} \left[ R_{\text{ц0}} + \Delta R_1 + \frac{\Delta R_1^2 + I_1^2}{2R_{\text{ц0}}} - R_{\text{ц0}} - \Delta R_2 - \frac{\Delta R_2^2 + I_2^2}{2R_{\text{ц0}}} \right] = \omega_{\text{АТЗ}} (\Delta R_1 - \Delta R_2), \text{ а} \\ S_1 - S_2 &= \int_0^T (V_1 - V_2) dt = (\Delta R_1 - \Delta R_2) \Delta \alpha \end{aligned}$$

Звідси отримуємо вираз для визначення приросту спрямовуючого кута:

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta S}{\Delta R_1 - \Delta R_2}$$

В якості датчиків швидкості можна використовувати одометри лівих та правих коліс, доплерівські датчики повздовжньої швидкості на лівій та правій стороні АТЗ або акселерометри з інтегровально-обчислювальним блоком 4.

Для підвищення точності оцінки приростів координат АТЗ (блок 17) авторами також пропонується застосування імовірно-геометричної фільтрації (блок 18), що працює за алгоритмами рекурентної обробки інформації, одержаної від множини сузір'їв навігаційних супутників різних ГНСС (GPS, Glonass, Galileo та Compass) та інерціальних датчиків АТЗ.

Кожна навігаційна підсистема (сузір'я навігаційних супутників чи група бортових навігаційних датчиків) забезпечує стандартизовану фігуру (формат) похибок у вигляді опуклих множин – еліпса, кола, прямокутника, квадрата, а в трьохвимірному евклідовому просторі – у вигляді об'ємних геометричних фігур: еліпсоїда, кулі, паралелепіпеда, куба та ін.), розміри яких визначаються заданою імовірністю оцінки місцезнаходження споживача (МС) (рис.2).

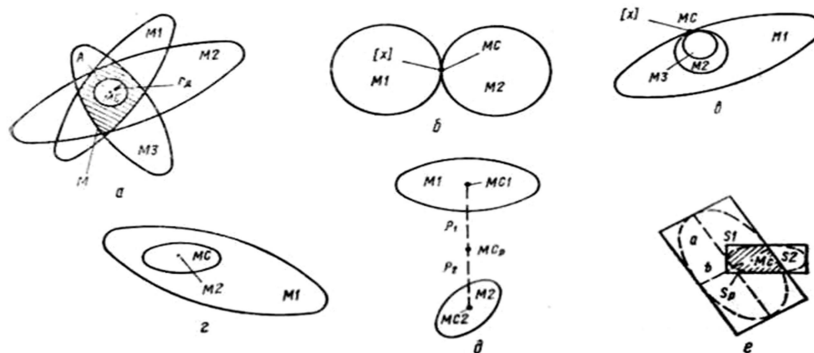


Рисунок 2 – Варіанти взаємного розташування форматів похибок позиціонування об'єктів  
Figure 2 – Variants of relative layout of error formats in objects positioning

Кожний формат похибок являє собою геометричну фігуру, конфігурація якої визначається перетинами  $m$ -мірного тіла, що відображає заданий закон розподілу щільності ймовірностей похибок навігаційних визначень в цьому просторі. Для кожного формату існують свої найбільш імовірні координати МС, що визначаються з певним рівнем достовірності відповідно закону розподілу щільності конкретного формату похибок.

У практичних задачах навігації важливо оцінити імовірність правильного вибору, елементарного формату з припустимими розмірами, у межах якого розташовується об'єкт. При цьому доцільно використовувати геометричний підхід до обчислення імовірностей подій [7,8].

Пропонується один з варіантів побудови алгоритму рекурентної імовірнісно-геометричної обробки навігаційної інформації. Вихідними даними для роботи алгоритму є: координати місця розташування об'єкта на площині  $x_{0i}, y_{0i}$  (отримані, наприклад, з використанням МНК, МНМ, або за апіорними даними); формат похибок місцевизначення у виді прямокутника (рис. 2е) зі сторонами  $a, b$ , що апроксимує при нормальному законі розподілу похибок відповідний еліпс похибок, рівновеликий по площі, або описаний, та кут орієнтації великої сторони прямокутника  $\alpha_i$  (великої осі еліпса) відносно осі ОХ (рис. 3).

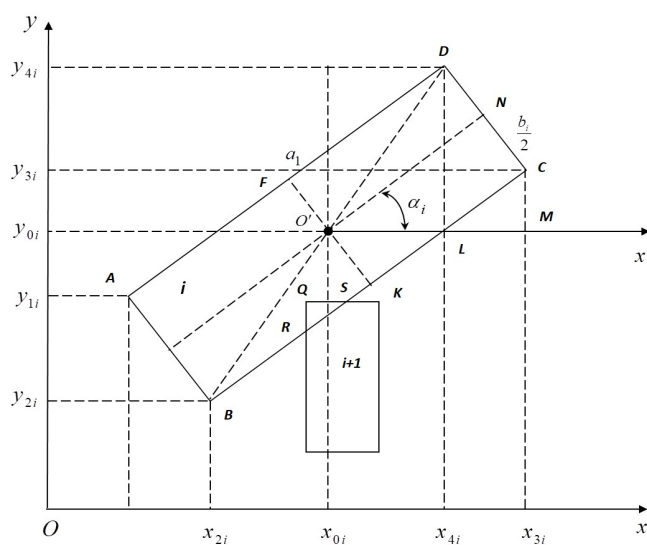


Рисунок 3 – Проектування форматів похибок позиціювання об'єктів  
Figure 3 – Projection of error formats in objects positioning

Якщо площу формату елементарної комірки, що характеризує точність і дозвільну здатність РНС при визначенні координат об'єкта, позначити як  $S_H$  і виразити через площі більшого  $S_1$ , меншого  $S_2$  форматів, то імовірності перебування РО в межах кожного з них будуть відповідно дорівнювати  $P_H, P'_H, P''_H$  (при рівноімовірному влучанні об'єкта в будь-яку  $i$ -ю комірку), тобто:

$$P_{Hi} = S_i / S_1; \quad P'_{Hi} = S_i / S_2 = P_{Hi} (S_1 / S_2);$$

$$P''_{Hi} = S_i / S_p = P_{Hi} (S_1 / S_p).$$

Визначимо з рис. 3 координати вершин формату похибок через координати місця розташування (центра)  $x_{0i}, y_{0i}$  і кут орієнтації  $\alpha_i$ . З трикутника  $KO'L$  знайдемо

$$KL = 0,5b_i \operatorname{ctg} \alpha_i \quad (1)$$

З трикутника  $LCM$ , у якому  $LC = a_i/2 - (b_i \operatorname{ctg} \alpha_i)/2$ , визначимо:

$$CM = (a_i \sin \alpha_i)/2 - (b_i \cos \alpha_i)/2. \quad (2)$$

Тоді координата  $y_{3i}$  вершини  $C$  запишеться з урахуванням (2):

$$y_{3i} = y_{0i} + (a_i \sin \alpha_i)/2 - (b_i \cos \alpha_i)/2. \quad (3)$$

Аналогічно, з трикутників  $KO'L$  і  $LCM$ , визначаючи  $O'L$  і  $LM$ , знайдемо координату  $x_{3i}$  вершини  $C$ :

$$x_{3i} = x_{0i} + (a_i \cos \alpha_i)/2 + (b_i \sin \alpha_i)/2. \quad (4)$$

Таким чином, використовуючи (1)-(4), можна визначити координати усіх вершин формату похибок місцевизначення об'єкта:

$$\left. \begin{aligned} y_{ni} &= y_{0i} + \prod_{j=1}^n (-1)^j (a_i \sin \alpha_i)/2 + \prod_{i=1}^{n+3} (-1)^j (b_i \cos \alpha_i)/2; \\ x_{ni} &= x_{0i} + \prod_{j=1}^n (-1)^j (a_i \cos \alpha_i)/2 + \prod_{j=1}^{n+1} (-1)^j (b_i \sin \alpha_i)/2, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де  $i = \overline{1, m}$ ;  $n = \overline{1, 4}$  - відповідно номер формату похибок і його вершини.

Далі, по відомих вершинах  $i$ -го формату похибок  $\{x_{ni}, y_{ni}\}$ ;  $i = \overline{1, m}$ ;  $n = \overline{1, 4}$  визначимо рівняння сторін  $i$ -го формату. Як відомо [7,10], рівняння прямої, що проходить через дві точки з координатами  $x_i, y_i$  і  $x_{i+1}, y_{i+1}$  записується у такому виді

$$(x - x_i)(y - y_i) - (x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i) = 0 \quad (6)$$

Відповідно до (6) визначаємо рівняння сторін  $i$ -го формату:

$$\left. \begin{aligned} y &= y_{0i} - \operatorname{ctg} \alpha_i x + \operatorname{ctg} \alpha_i x_{0i} + (-1)^{\frac{k+1}{2}} (a_i / 2 \sin \alpha_i), & k &= 1, 3; \\ y &= y_{0i} + \operatorname{tg} \alpha_i x - \operatorname{tg} \alpha_i x_{0i} + (-1)^{\frac{j}{2}} (b_i / 2 \sin \alpha_i), & j &= 2, 4, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

де  $k = 1, 3$  відноситься до менших сторін  $i$ -го формату ( $a_i$ ) (рис. 3), а  $j = 2, 4$  - до більших ( $b_i$ ).

Вирішуючи (7) для пар форматів, тобто для  $i$ -го і  $(i+1)$ -го, з використанням методу Гауса або  $LU$ -розкладання [10], одержуємо чотири групи рівнянь, тобто 16 точок перетинання сторін  $i$ -го і  $(i+1)$ -го форматів виду  $\{x_{lm}, y_{lm}\}$ ;  $l = \overline{1, 4}$ ;  $m = \overline{1, 4}$ , де  $l$  і  $m$  - сторони  $i$ -го і  $(i+1)$ -го форматів відповідно:

$$\left\{ \begin{aligned} x_{1ki} &= \frac{C_{ki} + C_{ji+1}}{\operatorname{ctg} \alpha_i - \operatorname{ctg} \alpha_{i+1}}, & k &= 1, 3; \\ y_{1ki} &= \frac{C_{ji+1} \operatorname{ctg} \alpha_i - C_{ki} \operatorname{ctg} \alpha_{i+1}}{\operatorname{ctg} \alpha_i - \operatorname{ctg} \alpha_{i+1}}, & j &= 1, 3; \end{aligned} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} x_{2ki} &= \frac{C_{ki} - D_{ji+1}}{\operatorname{ctg} \alpha_i + \operatorname{tg} \alpha_{i+1}}, & k &= 1, 3; \\ y_{2ki} &= \frac{C_{ki} \operatorname{tg} \alpha_{i+1} + D_{ji+1} \operatorname{ctg} \alpha_i}{\operatorname{ctg} \alpha_i + \operatorname{tg} \alpha_{i+1}}, & j &= 2, 4; \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{3ki} = \frac{C_{ki} - D_{ji+1}}{\operatorname{tg} \alpha_i + \operatorname{ctg} \alpha_{i+1}}, \quad k = 2, 4; \\ y_{3ki} = \frac{C_{ki} \operatorname{tg} \alpha_i + D_{ji+1} \operatorname{ctg} \alpha_{i+1}}{\operatorname{ctg} \alpha_{i+1} + \operatorname{tg} \alpha_i}, \quad j = 1, 3; \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{4ki} = \frac{D_{ki} - D_{ji+1}}{\operatorname{tg} \alpha_{i+1} - \operatorname{tg} \alpha_i}, \quad k = 2, 4; \\ y_{4ki} = \frac{D_{ki} \operatorname{tg} \alpha_{i+1} - D_{ji+1} \operatorname{tg} \alpha_i}{\operatorname{tg} \alpha_{i+1} - \operatorname{tg} \alpha_i}, \quad j = 2, 4. \end{array} \right. \quad (11)$$

У (8)-(11)  $kj$ -я координата відповідає перетинанню  $k$ -ї сторони  $i$ -го прямокутника і  $j$ -ї сторони  $(i+1)$ -го прямокутника. Значення коефіцієнтів  $C_{ki}, D_{ki}$  визначаються як:

$$C_{ki} = y_{0i} + x_{0i} \operatorname{ctg} \alpha_i + (-1)^{\frac{k+1}{2}} \frac{a_i}{2 \sin \alpha_i}; \quad (12)$$

$$D_{ki} = y_{0i} - x_{0i} \operatorname{tg} \alpha_i + (-1)^{\frac{j}{2}} \frac{b_i}{2 \cos \alpha_i}. \quad (13)$$

За формулами (12) і (13) можна визначити масиви точок перетину сторін  $i$ -го і  $(i+1)$ -го форматів (прямокутників), з яких вибирають точки, що належать завданим інтервалам відповідних сторін прямокутників (точки  $R$  і  $S$ ). Потім шукають вершини  $i$ -го формату похибок, що належать  $(i+1)$ -му формату (точка  $Q$ ), і визначають координати вершин  $\{x_l, y_l\}$ ;  $l = \overline{1, f}$ , результуючого багатокутника похибок ( $f \geq 3$  - кількість вершин багатокутника).

Слід зазначити, що доцільність обробки  $i$ -го і  $(i+1)$ -го форматів при  $f < 3$  залежить від припустимої величини коефіцієнта кореляції між  $i$ -м і  $(i+1)$ -м форматами, який можна розрахувати з урахуванням властивостей метричних відстаней:

$$r_{i,i+1} = \cos \Theta_{i,i+1} = (R_{mi}, R_{mi+1}), \quad (14)$$

де  $r_{i,i+1}$  - коефіцієнт кореляції векторів до центрів  $i$ -го і  $(i+1)$ -го форматів;  $\Theta_{i,i+1}$  - кут між відповідними векторами;  $(R_{mi}, R_{mi+1})$  - скалярний добуток векторів  $R_{mi}$  і  $R_{mi+1}$ .

На підставі виразу (14) з урахуванням  $r_{\min g} \leq r_{i,i+1} \leq r_{\max g}$  можна оцінити доцільність обробки рознесених форматів (рис. 2д).

При  $f \geq 3$  знаходять площу результуючого багатокутника і центр його ваги, тобто найбільш достовірні координати об'єкту:

$$x_0 = \sum_{i=1}^{f-2} x_i S_i / S_{\Sigma}; \quad y_0 = \sum_{i=1}^{f-2} y_i S_i / S_{\Sigma}, \quad (15)$$

де  $x_i, y_i$  - координати центра ваги  $i$ -х трикутників, з яких складається багатокутник (рис. 4);

$S_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{f-2} S_i$  - площа багатокутника;  $S_i$  - площа  $i$ -го трикутника (рис. 5), яку можна виразити через координати вершин:

$$S_i = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_{i+1} - x_i & y_{i+1} - y_i \\ x_{i+2} - x_i & y_{i+2} - y_i \end{vmatrix}. \quad (16)$$

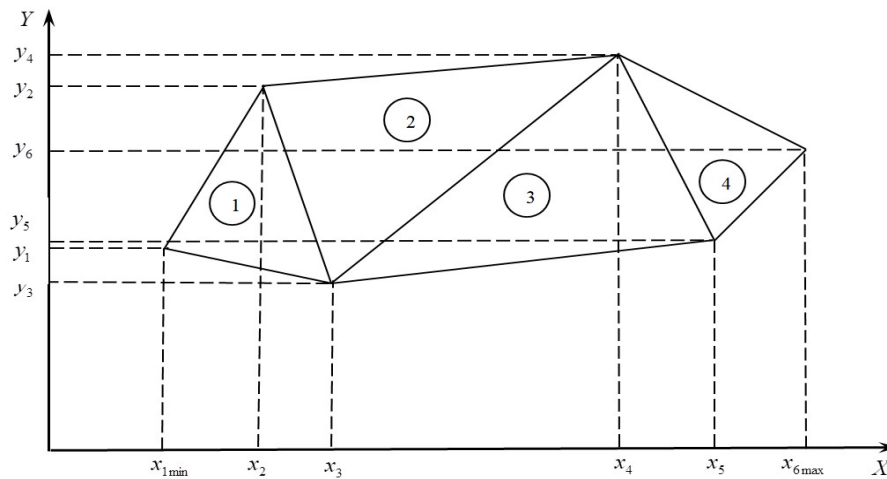


Рисунок 4 – Багатокутник похибок  
Figure 4 – Polygon of errors

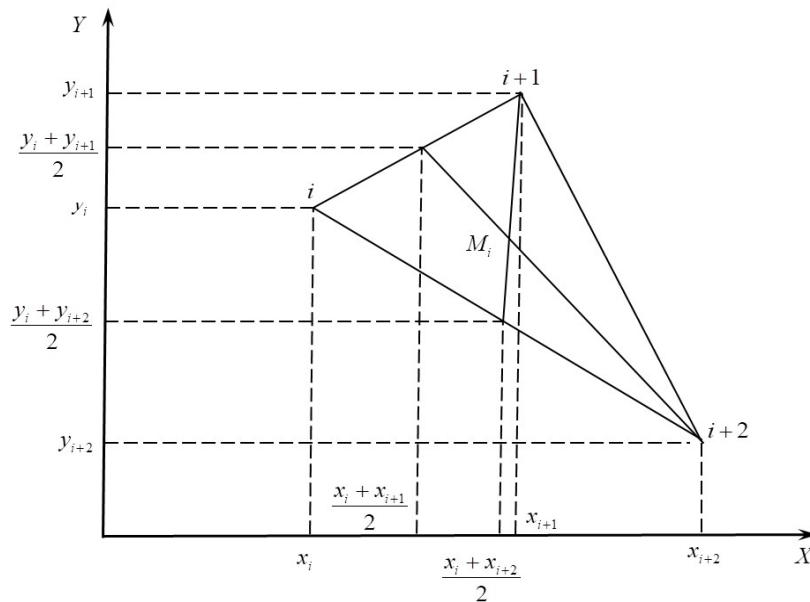


Рисунок 5 – Трикутник похибок  
Figure 5 – Triangle of errors

Визначимо центр ваги  $i$ -го трикутника через координати вершин. Оскільки центр його ваги лежить на перетині медіан, то, вирішуючи систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{y - (y_i + y_{i+1})/2}{y_{i+2} - (y_i + y_{i+1})/2} = \frac{x - (x_i + x_{i+1})/2}{x_{i+2} - (x_i + x_{i+1})/2}, \\ \frac{y - (y_i + y_{i+2})/2}{y_{i+1} - (y_i + y_{i+2})/2} = \frac{x - (x_i + x_{i+2})/2}{x_{i+1} - (x_i + x_{i+2})/2}, \end{cases} \quad (17)$$

визначаємо координати центра ваги  $i$ -го трикутника:



$$\begin{cases} y_{mi} = \frac{C_{i,i+2}DA - C_{i,i+1}EB + d_{i+1,i+2}BA}{2(AD - BE)}; \\ x_{mi} = \frac{C_{i+2,i+1}DE - d_{i,i+2}BE - d_{i,i+1}AD}{2(AD - BE)}. \end{cases} \quad (18)$$

де:

$$\begin{aligned} C_{i,i+1} &= y_i + y_{i+1}; \\ C_{i,i+2} &= y_i + y_{i+2}; & A &= 2y_{i+2} - C_{i,i+1}; \\ d_{i+1,i+2} &= x_{i+1} - x_{i+2}; & B &= 2y_{i+1} - C_{i,i+2}; \\ C_{i+2,i+1} &= y_{i+2} - y_{i+1}; & E &= 2x_{i+2} - d_{i,i+1}; \\ d_{i,i+1} &= x_i + x_{i+1}; & D &= 2x_{i+1} - d_{i,i+2}; \\ d_{i,i+2} &= x_i + x_{i+2}; \end{aligned}$$

Наведені вище залежності дозволяють розробити алгоритм уточнення координат, що може бути реалізований у запропонованому ГНСС+ІНС бортовому навігаційному комплексі АТЗ. Для практичної реалізації удосконаленого навігаційного комплексу достатньо використати штатні інерціальні датчики і одометри АТЗ з сигнальними кабелями і цифровим інтерфейсом, звичайний приймач сигналів ГНСС та портативний комп'ютер (планшет чи комунікатор) для проведення комплексної обробки даних та відображення точного положення АТЗ на електронній карті у режимі реального часу. За наявності у складі комп'ютера телекомунікаційного пристрою з підтримкою стандартів GSM/GPRS або 3G/4G мереж можливо передавати точні координати АТЗ у віддалений центр моніторингу і диспетчерського управління автотранспортом.

#### *Подальші напрямки досліджень*

Наступною важливою задачею на шляху розвитку та удосконалення навігаційного забезпечення АТЗ є комп'ютерне імітаційне моделювання реальних експлуатаційних умов роботи бортових навігаційних комплексів та оцінка ефективності їх функціонування під час впливу внутрішніх та зовнішніх збурюючих факторів. Для вирішення цієї задачі авторами планується провести детальний аналіз збурюючих факторів, розробити імовірнісні моделі динаміки АТЗ і впливу експлуатаційних умов, а також провести випробування удосконаленого навігаційного комплексу АТЗ.

### **ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ**

1. Беляєвський Л.С., Топольськов Є.О. Обґрунтування методик і алгоритмів просторово-часової обробки навігаційної інформації в автоматизованих супутникових системах управління наземним транспортом // Вісник Північного наукового центру ТАУ. – 2004. – Вип.7. – с.51-55.
2. Топольськов Є.О. Перспективи застосування методики відносної корекції координат для підвищення точності місцевизначення транспортних засобів. Управління проектами, системний аналіз і логістика. – К.: НТУ. – 2004. – Вип. 1. – С.53-56.
3. Баранов Г.Л., Беляєвський Л.С., Топольськов Є.О. та інші. Система диспетчерського управління рухомими об'єктами з використанням сигналів глобальної супутникової системи радіонавігації. Патент на винахід МПК(2006), G01S 5/14, UA №75709 (C2).
4. Беляєвський Л.С., Баранов Г.Л., Топольськов Є.О. Удосконалений варіант апаратно-програмного комплексу для автоматизованої системи моніторингу і диспетчерського управління наземним транспортом. Вісник Північного наукового центру ТАУ. – К., 2008. – Вип.11. – С.58-62.
5. Беляєвський Л.С., Топольськов Є.О., Сердюк А.А. Алгоритмізація процесів формування і вибору груп навігаційних параметрів в автоматизованих системах управління транспортом із використанням супутникових технологій. Автошляховик України: Окремий випуск. Вісник центрального наукового центру ТАУ. – К., 2011. – Вип.14, – С.34-36.
6. Беляєвський Л.С., Топольськов Є.О., Сердюк А.А. Імовірно-геометричні методи навігаційних визначень координат і траєкторій рухомих об'єктів / Інформаційні процеси, технології та системи на транспорті. – К.: НТУ, 2015. – Випуск 3. – С.141-148.
7. Беляевский Л.С., Новиков В.С., Олянюк П.В. Обработка и отображение радионавигационной информации. – М.: Радио и связь, 1990. – 232с.

8. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1964. – 576 с.
9. Кондрашихин В.Т. Теория ошибок и ее применение к задачам судовождения. – М.: Транспорт, 1969. – 256 с.
10. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – Изд. 5-е. – М.: Наука, 1981. – 543 с.
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров: Пер. с англ. – М.: Наука, 1984. – 831 с.

## REFERENCES

1. Beljaevskiy L.S., Topolskov E.O. Obgruntuvannya metodik I algoritmiv prostorovo-chasovoyi obrobki navigatsiynoyi informatsiyi v avtomatizovanih suputnikovih sistemah upravlinja nazemnim transportom // Visnik Pivnichnogo naukovoogo tsentru TAU. – 2004. – Vip.7. – s.51-55.
2. Topolskov E.O. Perspektivi zastosuvannya metodiki vidnosnoi korektsii koordinat dlya pidvishchennya tochnosti misceviznachennya transportnih zasobiv. Upravlinnya proektami, sistemnij analiz i logistika. – K.: NTU. – 2004. – Vip. 1. – С.53-56.
3. Baranov G.L., Beljaevskiy L.S., Topolskov E.O. ta inshi. Sistema dispatchers'kogo upravlinnya ruhomimi ob'ektami z vikoristannyam signaliv global'noi suputnikovoi sistemi radionavigacii. Patent na vinahid MPK(2006), G01S 5/14, UA №75709 (C2).
4. Beljaevskiy L.S., Baranov G.L., Topolskov E.O. Udoshkonalenij variant aparatno-programnogo kompleksu dlya avtomatizovanoi sistemi monitoringu i dispatchers'kogo upravlinnya nazemnim transportom. Visnik Pivnichnogo naukovoogo centru TAU. – K., 2008. – Vip.11. – S.58-62.
5. Beljaevskiy L.S., Topolskov E.O., Serdjuk A.A. Algoritmizatsija protsesiv formuvanja i viboru grup navigatsijnih parametriv v avtomatizovanih sistemah upravlinja transportom iz vikoristanjam suputnikovih tehnologiy. Autoshljahovik Ukraini: Okremiy vipusk. Visnik tsentralnogo naukovoogo tsentru TAU. – K., 2011. – Vip.14, 2011. – S.34-36.
6. Beljaevskiy L.S., Topolskov E.O., Serdjuk A.A. Imovirnisno-geometerichni metodi navigacijnih viznachen' koordinat i traektorij ruhomih ob'ektiv / Informacijni procesi, tekhnologii ta sistemi na transporti. – K.: NTU, 2015. – Vipusk 3. – S.141-148.
7. Belyaevskij L.S., Novikov V.S., Olyanyuk P.V. Obrabotka i otobrazhenie radionavigacionnoj informacii. – M.: Radio i svyaz', 1990. – 232s.
8. Ventsel E.S. Teorija verojatnostey. – M.: Nauka, 1964. – 576 s.
9. Kondrashihin V.T. Teorija oshibok i jejo primenenije k zadacham sudovozgdeniya. – M.: Transport, 1969. – 256 s.
10. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Elementi teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza. – Izd. 5-je. – M.: Nauka, 1981. – 543 s.
11. Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike dlja nauchnih rabotnikov i inzhenerov: Per. s angl. – M.: Nauka, 1984. – 831 s.

## РЕФЕРАТ

Топольський Є.О. Удосконалення бортових навігаційних комплексів автотransпортних засобів з використанням інерціальних датчиків та імовірісно-геометричних методів обробки інформації / Є.О. Топольський, Л.С. Беляєвський, А.А. Сердюк // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТ, 2020. – Вип. 1 (46).

Забезпечення високої точності визначення координат і траєкторій руху об'єктів за вимірюваннями, що проводяться у навігаційних системах та комплексах, є актуальним завданням, що сприяє підвищенню безпеки та ефективності перевезень різними видами транспорту. Проте складні умови експлуатації автотransпортних засобів обумовлюють негативний вплив різних факторів на ефективність роботи бортових приймачів сигналів супутникових навігаційних систем, які на сьогоднішній день є основними навігаційними пристроями, що встановлюються на наземному транспорті. Встановлення на автомобілях загального призначення додаткових навігаційних пристроїв, що забезпечують підвищення якості навігаційного забезпечення, у більшості випадків є економічно невиправданим.

В статті розглядається економічно вигідні шляхи удосконалення бортових навігаційних систем автотransпортних засобів загального призначення, наводиться функціональна схема і принципи роботи комплексної навігаційної системи, що використовує приймач супутникових навігаційних систем і спрощений варіант інерціальної навігаційної системи.

Також наводяться обґрунтування методів мінімізації форматів похибок визначення координат і траєкторій рухомих об'єктів на основі обробки інформації у багатопозиційних, зокрема супутниково-інерціальних навігаційних системах та комплексах.

Отримані результати досліджень дають можливість розробити алгоритм уточнення координат, що може бути реалізований в удосконаленому бортовому навігаційному комплексі АТЗ.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** НАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ ТА КОМПЛЕКСИ, ІНЕРЦІАЛЬНІ ДАТЧИКИ, НАВІГАЦІЙНІ ВИЗНАЧЕННЯ, ТОЧНІСТЬ ТА ДОСТОВІРНІСТЬ КООРДИНАТ І ТРАЄКТОРІЙ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ, ЕЛІПС ПОХИБОК, ІМОВІРНІСНО-ГЕОМЕТРИЧНІ МЕТОДИ.

### **ABSTRACT**

Topolskov E.A., Beljaevskiy L.S., Serdjuk A.A. Improvement of navigation systems of vehicles by means of inertial sensors and information processing using probability-geometric methods. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2020. – Issue 1 (46).

Providing high accuracy of the coordinates and trajectories of objects by measurements conducted in navigation systems and complexes is an urgent task, which improves safety and efficiency of different modes of transport. However difficult environmental conditions, where vehicles are commonly used, stipulate influence of different factors on performance of onboard satellite navigation receivers, which are used as basic navigation devices for ground vehicle nowadays. Setting on cars used for common purposes additional navigation devices, which provide better performance, in most cases is economically unreasonable.

Economically reasonable ways to improve onboard navigation complexes of vehicles, which are used for common purposes, are examined in this article. Functional diagram and principles of work of navigational complex, which uses the satellite navigation receiver and simplified variant of inertial navigation system is pointed as well.

Also, the justification of methods for minimizing the error formats of coordinates and trajectories of moving objects based on information processing in multipositional, in particular satellite-inertial navigation systems and complexes, is presented.

The obtained research results give an opportunity to develop an algorithm for coordinate refinement, which can be implemented in the improved on-board navigational complex of vehicle.

**KEY WORDS:** NAVIGATION SYSTEMS AND COMPLEXES, INERTIAL SENSORS, NAVIGATION DEFINITIONS, ACCURACY AND RELIABILITY OF COORDINATES AND TRAJECTORIES OF MOVING OBJECTS, ELLIPS OF ERRORS, PROBABILISTIC-GEOMETRIC METHODS.

### **РЕФЕРАТ**

Топольсков Е.А. Усовершенствование бортовых навигационных комплексов автотранспортных средств с использованием инерциальных датчиков и вероятностно-геометрических методов обработки информации / Е.А. Топольсков, Л.С. Беляевский, А.А. Сердюк, // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К. : НТУ, 2020. – Вып. 1 (46).

Обеспечение высокой точности определения координат и траекторий движения объектов по измерениям, проводимых в навигационных системах и комплексах, является актуальной задачей, что способствует повышению безопасности и эффективности перевозок различными видами транспорта. Однако сложные условия эксплуатации автотранспортных средств обуславливают негативное влияние различных факторов на эффективность работы бортовых приемников сигналов спутниковых навигационных систем, которые на сегодняшний день являются основными навигационными устройствами, устанавливаемыми на наземном транспорте. Установка на автомобилях общего назначения дополнительных навигационных устройств, обеспечивающих повышение качества навигационного обеспечения, в большинстве случаев является экономически неоправданной.

В статье рассматриваются экономически выгодные пути усовершенствования бортовых навигационных систем автотранспортных средств общего назначения, приводится функциональная схема и принципы работы комплексной навигационной системы, использующей приемник спутниковых навигационных систем и упрощенный вариант инерциальной навигационной системы.

Также приводятся обоснования методов минимизации форматив погрешностей определения координат и траекторий подвижных объектов на основе обработки информации в многопозиционных, в частности спутниково-инерциальных навигационных системах и комплексах.

Полученные результаты исследований позволяют разработать алгоритм уточнения координат, который может быть реализован в усовершенствованном бортовом навигационном комплексе автотранспортного средства.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И КОМПЛЕКСЫ, ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ ДАТЧИКИ, НАВИГАЦИОННЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ТОЧНОСТЬ И ДОСТОВЕРНОСТЬ КООРДИНАТ И ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ, ЭЛЛИПС ПОГРЕШНОСТЕЙ, ВЕРОЯТНОСТНО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ.

#### **АВТОРИ:**

Топольсков Євгеній Олександрович, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри інформаційних систем і технологій, e-mail: [topol@bigmir.net](mailto:topol@bigmir.net), тел. (044)280-70-66, Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, к. 347а.

Беляєвський Леонід Степанович, доктор технічних наук, професор, академік ТАУ, Заслужений діяч науки і техніки України, двічі Лауреат Державної премії України, e-mail: [bls0522@meta.ua](mailto:bls0522@meta.ua), тел. (044)414-38-47, Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, к. 429.

Сердюк Анатолій Анатолійович, кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», доцент кафедри систем керування літальними апаратами, e-mail: [aserdik@gmail.com](mailto:aserdik@gmail.com), тел. (044)204-83-14, Україна 03056, Київ, вул. Боткіна, 1, корпус 28, кімн. 308,

#### **AUTHORS:**

Topolskov E.A., Ph.D., associate professor, National transport university, associate professor of the department of information systems and technologies, e-mail: [topol@bigmir.net](mailto:topol@bigmir.net), tel: (044)280-70-66, Ukraine, 01010, Kyiv, M. Omelianovycha-Pavlenka Str., 1, k. 347a.

Beljaevskiy L.S., doctor of technical sciences, professor, academician of the Transport Academy of Ukraine, Honored worker in scitech of Ukraine, twice winner of the State Prize of Ukraine, e-mail: [bls0522@meta.ua](mailto:bls0522@meta.ua), tel: (044)414-38-47, Ukraine, 01010, Kyiv, M. Omelianovycha-Pavlenka Str., 1, k. 429.

Serdjuka A.A., Ph.D., associate professor, National technical university of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, associate professor of the department of aircraft control systems, e-mail: [aserdik@gmail.com](mailto:aserdik@gmail.com), tel. (044)204-83-14, Ukraine 03056, Kyiv, Botkina street, 1, building 28, room. 308.

#### **АВТОРЫ:**

Топольсков Евгений Александрович, кандидат технических наук, доцент, Национальный транспортный университет, доцент кафедры информационных систем и технологий, e-mail: [topol@bigmir.net](mailto:topol@bigmir.net), тел. (044)280-70-66, Украина, 01010, г. Киев, ул. М. Омеляновича-Павленка, 1, к. 347а.

Беляевский Леонид Степанович, доктор технических наук, профессор, академик ТАУ, Заслуженный деятель науки и техники Украины, дважды Лауреат Государственной премии Украины, e-mail: [bls0522@meta.ua](mailto:bls0522@meta.ua), (044)414-38-47, Украина, 01010, г. Киев, ул. М. Омеляновича-Павленка, 1, к. 429.

Сердюк Анатолий Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского», доцент кафедры систем управления летательными аппаратами, e-mail: [aserdik@gmail.com](mailto:aserdik@gmail.com), тел. (044)204-83-14, Украина, 03056, Киев, ул. Боткина, 1, корпус 28, комн. 308.

#### **РЕЦЕНЗЕНТИ:**

Івохін Є.В., доктор фіз.-мат. наук, професор, Київський національний університет ім.Тараса Шевченка, професор кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету комп'ютерних наук та кібернетики, Київ, Україна.

Федін С.С., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, професор кафедри інформаційних систем і технологій, Київ, Україна.

#### **REVIEWERS:**

Ivohin E.V., doctor of physical and mathematical sciences, professor, Taras Shevchenko National university of Kyiv, professor of department of systems analysis and decision theory, faculty of computer science and cybernetics, Kyiv, Ukraine.

Fedin S.S., doctor of technical sciences, professor, national transport university, professor of department of information systems and technologies, Kyiv, Ukraine.