

КОНЦЕНТРАЦІЯ НАПРУЖЕНЬ В ОКОЛІ ТРІЩИНИ В ДОРОЖНЬОМУ ПОКРИТТІ ПРИ ДІЇ ТРАНСПОРТНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Шевчук Л.В., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, ludmilashevchuk25@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527

STRESS CONCENTRATION IN THE VICINITY OF A CRACK IN THE ROAD COATING UNDER TRANSPORT LOADS

Shevchuk L. V., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, ludmilashevchuk25@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527

КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ ТРЕЩИНЫ В ДОРОЖНОМ ПОКРЫТИИ ПРИ ДЕЙСТВИИ ТРАНСПОРТНЫХ НАГРУЗОК

Шевчук Л. В., кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина, ludmilashevchuk25@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527

Постановка проблеми.

Особливу специфіку в роботу дорожньої конструкції вносять матеріали шарів покриття, що включають асфальтобетон, цемент, щебінь, пісок, ґрунт та ін. [2, 10]. Всі вони по-різному опираються розтягу, стисненню та зсуву, а асфальтобетон, крім того у загальному випадку, є нелінійним в'язко-пружно-пластичним матеріалом, властивості якого в значній мірі залежать від температури [6-9]. В практиці розрахунку напружено-деформованого стану таких систем ці властивості зазвичай використовуються лише для встановлення тенденції загальної механічної поведінки систем, а аналіз конкретної системи відбувається в пружній (термопружній) постановці з використанням так званих приведених модулів, що відповідають даному стану системи при заданому рівні навантаження [2].

Аналіз результатів дослідження.

В роботах [1-5] наведені результати скінченно-елементного моделювання напружено-деформованого стану конструкції дороги для випадків напруження суцільності в результаті наявності в ній розвантажуючого розрізу, підкріпленого жорсткою плитою, і при наявності розшарування. Показано, що ці недосконалості конструкції пов'язані з появою ефектів концентрації напружень. Оскільки розглянуті явища широко зустрічаються на практиці, проаналізуємо додатково вплив внутрішніх вертикальних тріщин на зміну полів напружень в шаруватій конструкції дороги з чотирма шарами покриття, який складається з дрібнозернистого асфальтобетона ($h_1 = 0,08$ м, $E_1 = 3200$ МПа), крупнозернистого асфальтобетона ($h_2 = 0,1$ м, $E_2 = 3200$ МПа), щебенево-піщаної суміші ($h_3 = 0,18$ м, $E_3 = 700$ МПа) та піска ($h_4 = 0,2$ м, $E_4 = 100$ МПа). Шаруватий одяг покриває ґрунтовий масив з модулем пружності $E_5 = 88,5$ МПа. Вибрані розрахункові схеми, коли вертикальна тріщина пронизує два верхніх шари (рис. 1 б) і третій шар (рис. 1 в).

Вважалось, що вертикальне навантаження інтенсивністю $P = 900$ кПа рівномірно розподілене на плямі поверхні, що відповідає площадці контакту шини автомобільного колеса з поверхнею дороги. Зона її розподілу на відбиток колеса з дорогою показана на кожному наведеному рисунку.

На вільних площинах шару 1 і ґрунтовому масиві задані умови рівності нулю нормальних і дотичних напружень

$$\sigma_y = 0, \tau_{yx} = \tau_{yz} = 0. \quad (1)$$

У межах контактної взаємодії напруження σ_y дорівнює тиску p , тому

$$\sigma_y = -p. \quad (2)$$

Для розв'язання задачі був використаний метод скінченних елементів. При цьому виділений для розрахунків шаруватий масив розбивався на тривимірні скінченні елементи і система диференціальних рівнянь замінювалася системою алгебраїчних скінченно-елементних рівнянь [1 – 4]

$$[K_u] \{u\} = \{q\}, \quad (3)$$

сформованих з урахуванням граничних рівнянь (1) – (2). Тут $[K_u]$ – матриця жорсткості для скінченно-елементної моделі всього пружного масиву, $\{u\}$ – вектор вузлових переміщень, $\{q\}$ – вектор навантаження.

Спочатку розглянемо випадок, коли покриття не має тріщини (рис. 1 а). Результати розрахунків представлені на рис 2-3. Як для прикладів, наведених вище, тут на кольоровому зображенні поля напружень кожному відтінку кольорової палітри відповідає значення напружень, які наведені справа на стовпчику кольорової шкали. Аналіз поля напружень σ_{xx} , представлених на рис. 2 а, свідчить про те, що найбільші стискаючі навантаження мають місце в центральній зоні розподілення навантаження. Їх локалізація і значення позначені зафарбованим кружком. Розтягуючі напруження σ_{xx} переважають в більш широкій зоні третього шару. Вони збільшуються по мірі наближення до площини контакту третього і четвертого шарів (см. незафарбований кружок), потім зазнають розрив і зменшуються майже до нуля. Характер розподілу цих напружень у вертикальному перерізі, який проходить через середину площадки розподілу зовнішнього навантаження P , показаний на рис. 2 в.

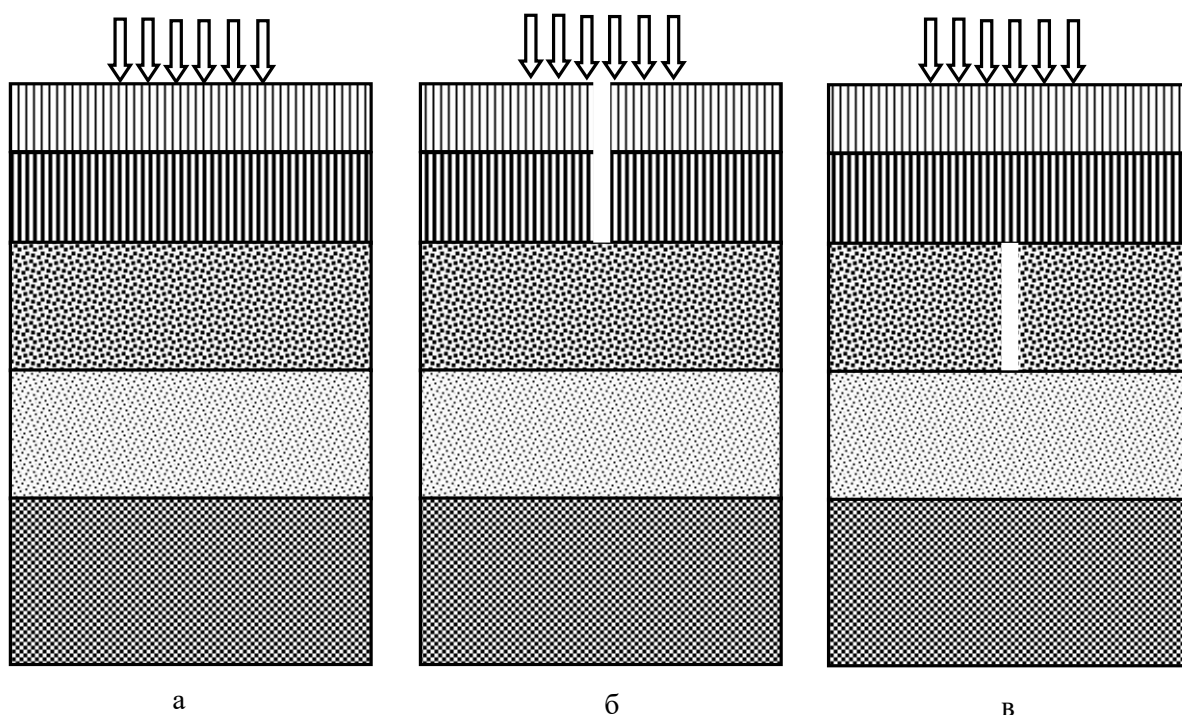


Рисунок 1 – Конструктивні схеми дорожнього одягу: без тріщини (а), з тріщинами в верхніх (б) і внутрішньому (в) шарах

Figure 1 – Road construction schemes: no cracks (a), with cracks in the upper (b) and inner (c) layers

Рис. 3 відображує картину розподілу напружень τ_{xy} . Ця функція майже симетрична відносно вертикалі, яка проходить через середину площадки розподілу навантаження і має більш гладке розподілення з двома зонами найбільших значень різних знаків. Вони відмічені кружочками. Графіки цієї функції в вертикальному перерізі, що проходить через центр найбільших додатних значень, представлений на рис. 3 в. Тут максимальні значення реалізуються на границі другого і третього шарів, являючись потенційною причиною розшарування покриття в цій зоні. Напруження σ_{yy} і σ_{zz} мають порівняно менші значення і тут не показані.

Введення в цю конструкцію вертикальної тріщини привело до суттєвої перебудови полів деформації і напружень та збільшило їхню інтенсивність. Розглянутий випадок, коли тріщина пронизувала два перших верхніх шара (рис. 1 а), проходячи біля краю площадки розподілу верхнього навантаження. При цьому зона концентрації напружень стиску перемістилася до гирла тріщини (рис. 4), де вони досягли значення $\sigma_{xx} = -7308,4$ кПа. Місце локалізації найбільших розтягуючих

напружень практично не змінилося, вони також зосереджені в нижній частині третього шару і досягли значення $\sigma_{xx} = 1314$ кПа.

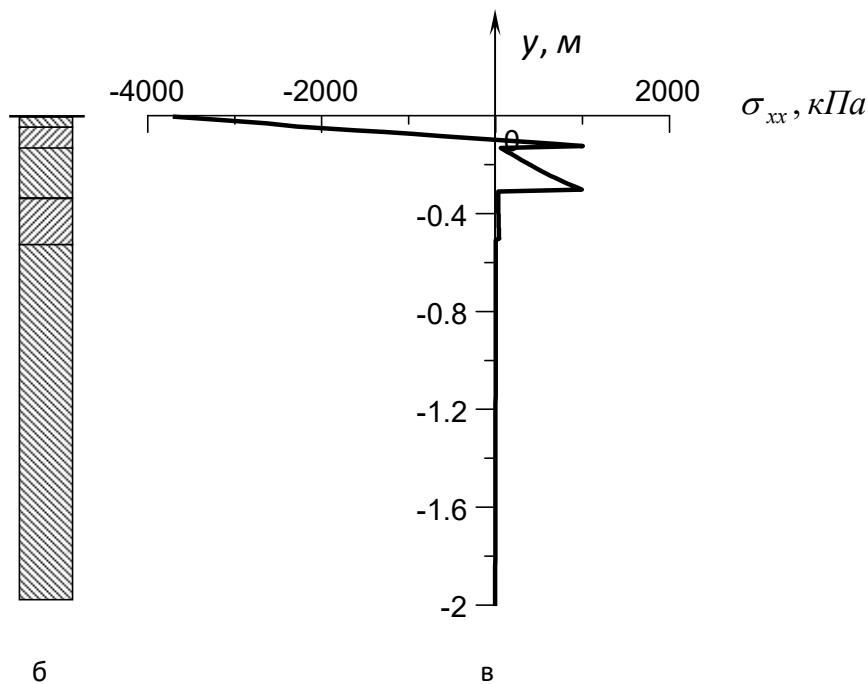
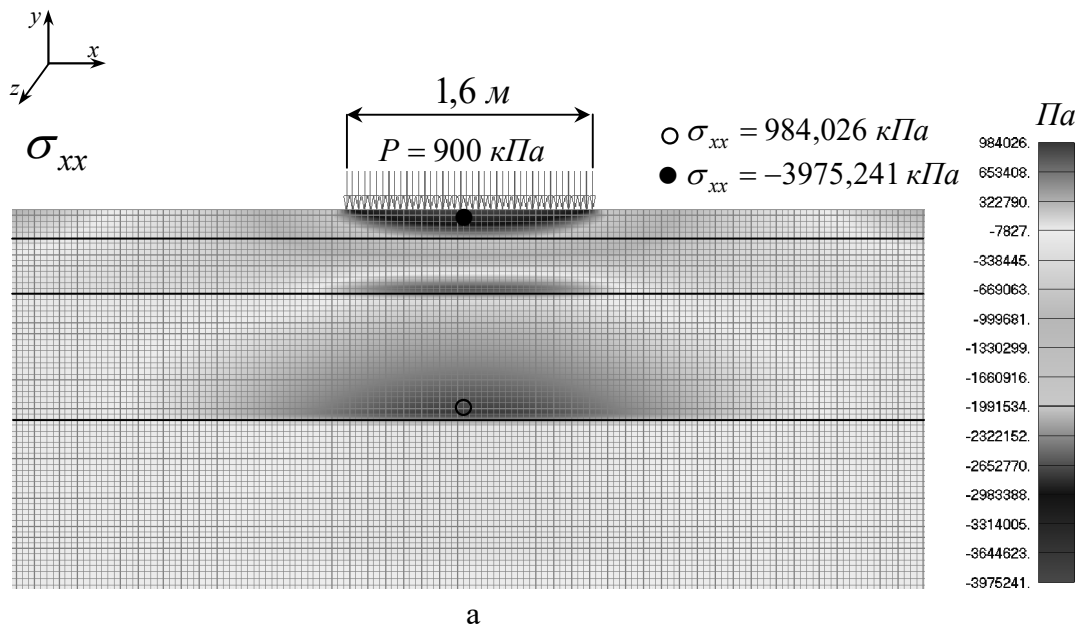
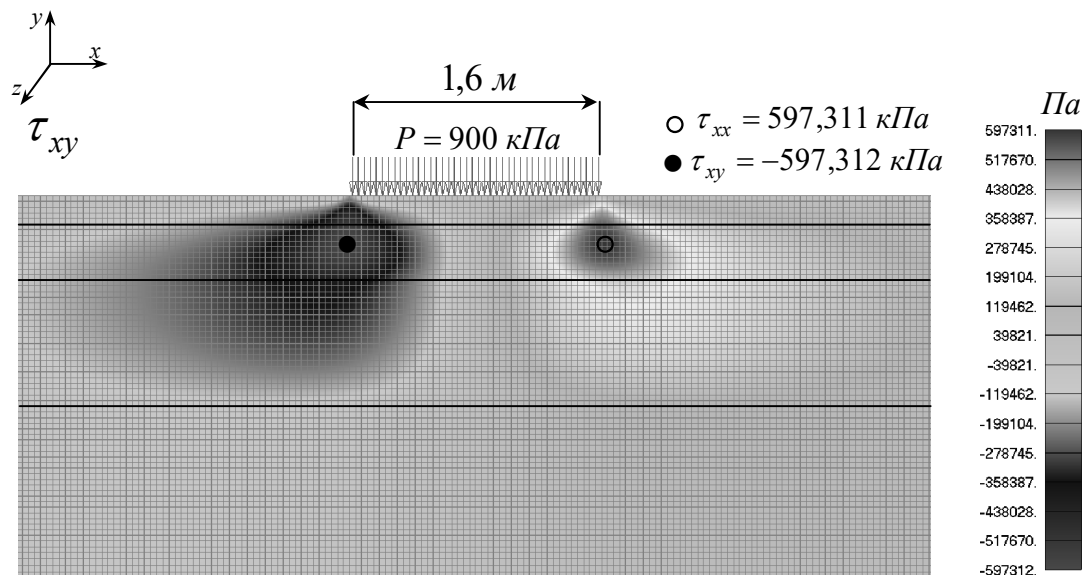
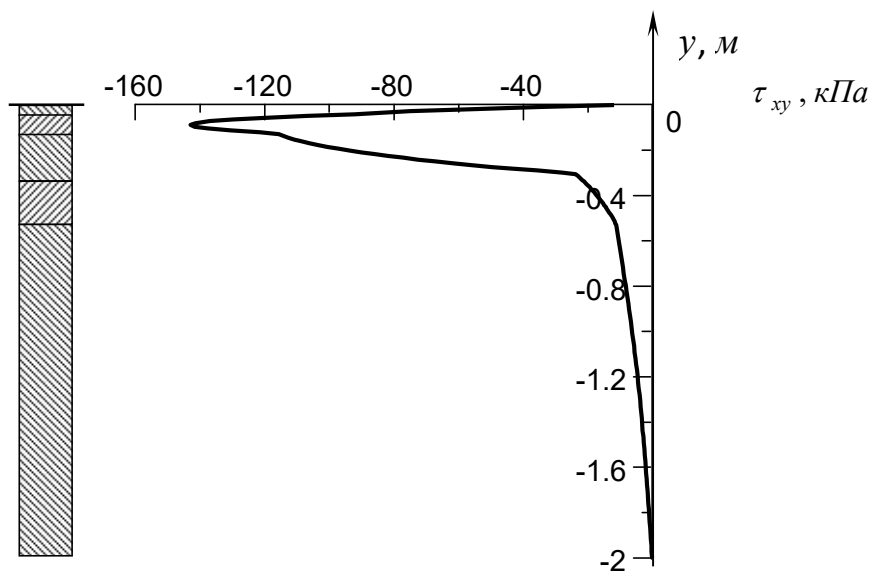


Рисунок 2– Нормальні напруження σ_{xx} в шарах покриття, яке не має тріщини: а – палітра поля напружень σ_{xx} ; б – схема розташування шарів; в – графік розподілу функції σ_{xx} в вертикальному (центральному по відношенню до навантаження) перерізі дороги
Figure 2- Normal stresses σ_{xx} in layers of coating that are not cracked: а – palette of stress field σ_{xx} ; б – scheme of arrangement of layers; в – graph of the distribution of the function σ_{xx} in the vertical (central to the load) section of the road



а



б

в

Рисунок 3 – Дотичні напруження τ_{xy} в шарах покриття, яке не має тріщини: а – палітра поля напружень τ_{xy} ; б – схема розташування шарів; в – графік розподілу функції τ_{xy} в вертикальному (центральному по відношенню до навантаження) перерізі дороги
 Figure 3 – Tangent stresses τ_{xy} in layers of crack-free coating: a – stress field palette τ_{xy} ; b – scheme of arrangement of layers; c – graph of the distribution of the function τ_{xy} in the vertical (central to the load) section of the road

До гирла тріщини змістилися також і найбільші дотичні напруження (рис. 5). Вони досягли значення $\tau_{xy} = 1228,6 \text{ кПа}$ і збільшившись при цьому майже в три рази.

Значний практичний інтерес викликає випадок, коли вертикальна тріщина пронизує внутрішній шар (рис. 1 б). За розробленою методикою було виконано скінченно-елементне дослідження напружено-деформованого стану системи при розташуванні тріщини в третьому шарі під краєм відбитку контакту колеса з дорогою. Як видно з даних, які наведені на рис. 6, 7,

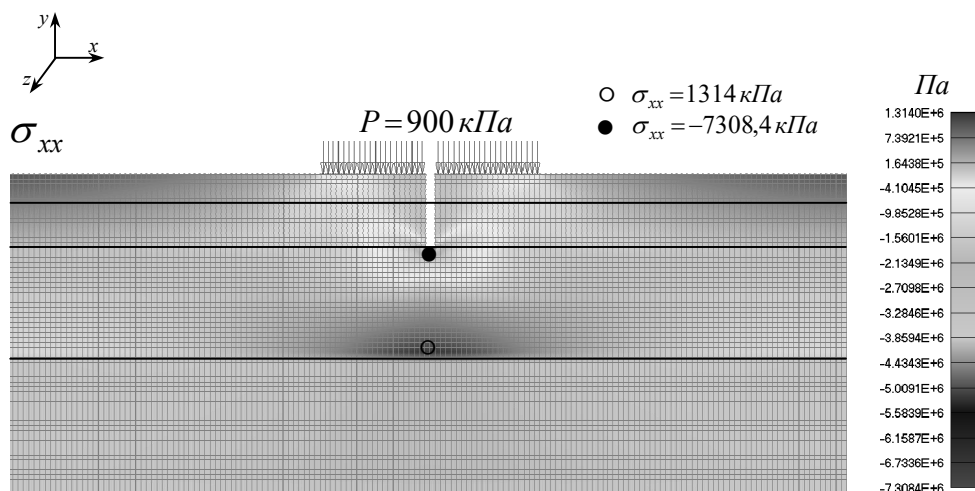


Рисунок 4 – Поле розподілу напружень σ_{xx} в шарах конструкції з тріщиною
Figure 4 – Field of stress distribution σ_{xx} in the layers of the structure with a crack

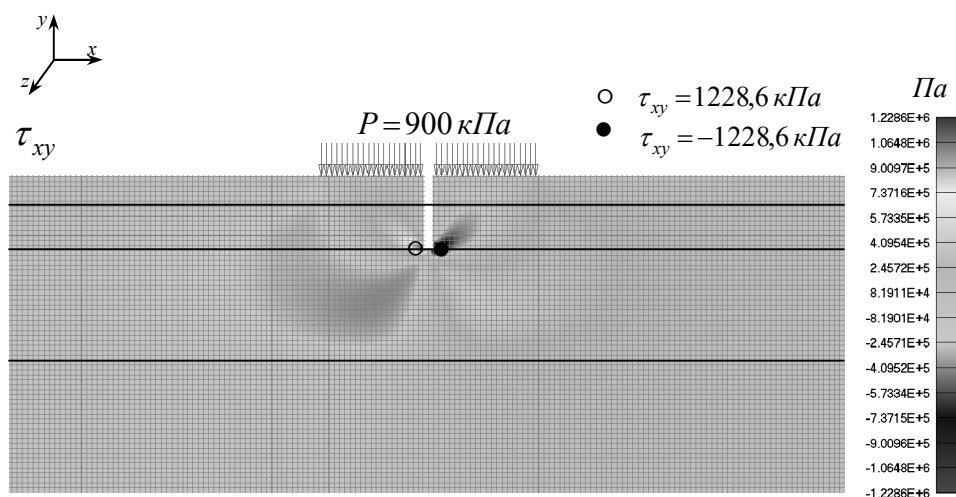


Рисунок 5 – Поле розподілу дотичних напружень τ_{xy}
Figure 5 – The field of distribution of tangent stresses τ_{xy}

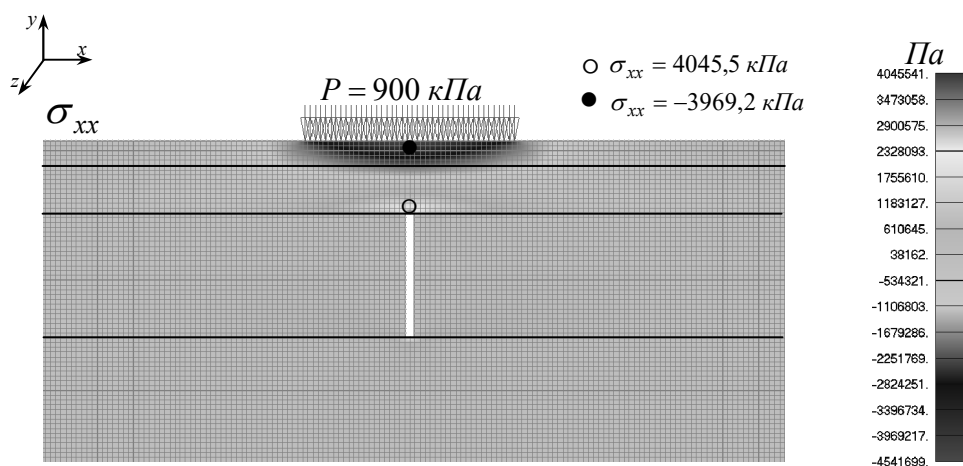


Рисунок 6 – Поле розподілу функції нормальних напружень σ_{xx}
Figure 6 – The field of distribution of the function of normal stresses σ_{xx}

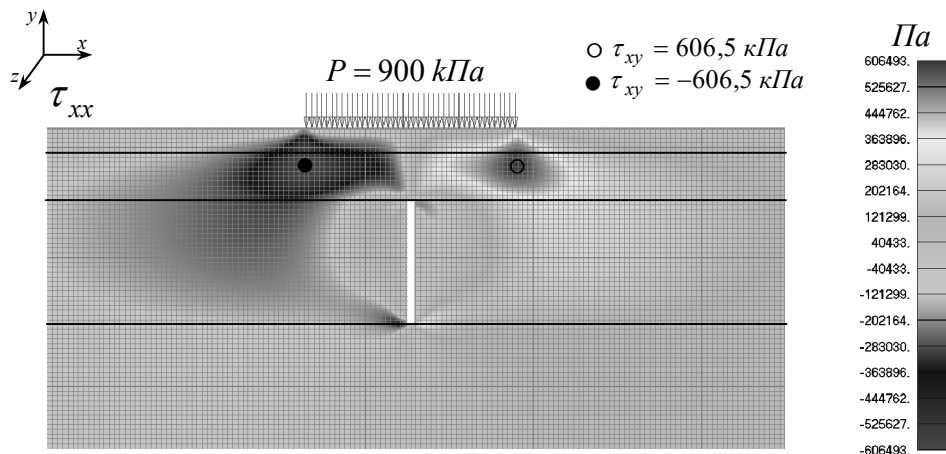


Рисунок 7 – Поле розподілу дотичних напружень τ_{xy}

Figure 7 – The field of distribution of tangent stresses τ_{xy}

значні величини напружень σ_{xx} і τ_{xy} мають місце в центральній та крайовій зонах розподілення навантаження P . Проте найбільша концентрація функції розтягуючих напружень σ_{xx} має місце у верхньому гирлі тріщини (рис. 6). У нижньому гирлі тріщини ця концентрація є відчутно меншою. У той же час необхідно врахувати, що підвищенні значення цієї функції досягли поверхні ґрунтового масиву, що має пониженої міцності на зсув.

При цьому найбільші стискаючі напруження σ_{xx} реалізуються на поверхні верхнього шару. Вони мають значення $\sigma_{xx} = -3969,2$ кПа.

Внутрішня тріщина суттєво вплинула також і на розподіл та концентрацію дотичних напружень τ_{xy} (див. рис. 7). Зона концентрації цих напружень перемістилася до верхнього гирла тріщини.

Висновок.

Відзначимо, що виконаний скінченно-елементний аналіз впливу тріщини на напружено-деформований стан багатошарової системи відіграє, швидше, якісну роль, оскільки концентрація напружень в зонах тріщин у значній мірі залежить від геометрії тріщини та її структури в її гирлі. Зі зменшенням розмірів елементів скінченно-елементної решітки розрахункові напруження можуть як завгодно збільшуватися, тому уточнення цих розрахунків повинно здійснюватися в пружно-пластичній постановці. Проте навіть пружне формулювання задачі виявляється досить корисною для якісної (і кількісної) оцінки напружено-деформованого стану шаруватої конструкції, не тільки у всій розрахунковій області але і в деякому околі тріщини.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Гайдайчук В.В. Моделювання напружено-деформованого стану конструкції дорожнього одягу під дією транспортних навантажень / В.В. Гайдайчук, В.В. Мозговий, Ю.О. Заєць, Л.В. Шевчук // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2017. – Вип. 99 – С.45 – 57.
2. Гуляєв В.І. Термопружний стан багатошарових дорожніх покриттів. / [В.І. Гуляєв, В.В. Гайдайчук, В.В. Мозговий та ін.] – НТУ, Київ, 2018. 252с.
3. Гуляєв В.І. Дослідження напружено-деформованого стану дорожнього одягу з укріпленою основою під поперечними тріщинами і швами. / В.І. Гуляєв, В.В. Мозговий, О.О. Густелєв, Н.В. Шлюнь, О.М. Куцман, С.А. Баран // Вісник Національного транспортного університету. — 2019. — Вип. 43. – С. 26 – 38.
4. Гуляєв В.І. Дослідження термонапруженого стану конструкцій дорожнього одягу / В.І. Гуляєв, В.В.Гайдайчук, В.В. Мозговий, Ю.О.Заєць, Л.В. Шевчук // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2017. – №1. – С. 6 – 12.
5. Гуляєв В.І.Сезонний перерозподіл полів напружень в конструкціях шаруватих покриттів доріг під дією транспортних навантажень / В.І.Гуляєв, Л.В. Шевчук, О.М. Куцман // Вісник Національного транспортного університету. — 2018. — Вип. 40. – С. 98 – 105.

6. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. / А.Д. Коваленко – Киев: Наукова Думка, 1970. – 239 с.
7. Мозговий В.В. Механічні ефекти і парадокси явищ термопружного напруження в конструкціях дорожніх одягів / В.В. Мозговий, В.В.Гайдайчук, Ю.О.Заєць, Л.В. Шевчук, О.О. Густєлев // Дороги і мости. – 2018. – Вип. 18 – С.128 – 146.
8. Перельмутер А. В., Сливнер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 600 с.
9. Шевчук Л.В. Скінченно-елементний моніторинг напружено-деформованого стану дорожнього покриття з розшаруванням / Л.В. Шевчук, О.В. Ващільна, І.В. Лебедева, С.А. Баран // Вісник КНУ ім. Т.Г. Шевченка. – 2018. – Вип. 2. – С. 57 – 63.
10. Radovskiy B., Teltayev B. Viscoelastic Properties of Asphalts Based on Penetration and Softening Point. Monograph. – Springer Nature, Switzerland, 2017. – 107 p.

REFERENCES

1. Gaydaychuk, V.V., Mozgoviy, V.V., Zaets, Yu. A., Shevchuk, L.V. (2017) Modeliuvannya napruzhenno-deformovanoho stanu konstrukttsii dorozhnoho odiahu pid diieiu transportnykh navantazhen [Simulation of stress-strain states of road structures under action of transport loads]. Opir materialiv i teoriia sporud – [Strength of Materials and Theory of structures], 99, 45-57 [in Ukrainian].
2. Gulyayev, V. I., Gaydaychuk, V.V., Mozgoviy, V.V. (2018) Termopruzhnii stan bahatosharovykh dorozhnykh pokryttiv [Thermoelastic state of multilayer pavements]. Kyiv. [in Ukrainian].
3. Gulyayev, V. I., Mozgoviy, V.V., Gustelev, O.O., Shlyun, N.V., Kutsman, O.M., Baran, S.A. (2019) Doslidzhennia napruzhenno-deformovanoho stanu dorozhn'oho odiahu z ukriplenoiu osnovoiu pid poperechnymy trischynamy i shvamy [Investigation of the stress-strain state of road clothing with reinforced base under transverse cracks and joints]. Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu – [Herald of National Transport University], 43, 26-38.
4. Gulyayev, V. I., Gaydaychuk, V.V., Mozgoviy, V.V., Zaets, Yu. A., Shevchuk, L.V. (2017) Doslidzhennia termonapruzhenoho stanu konstrukttsii dorozhnoho odiahu [Analysis of thermo-stressed state of the road coating structures]. Promyslove budivnytstvo ta inzhenerni sporudy – [Industrial building and engineering structures], 1, 6-12 [in Ukrainian].
5. Gulyayev, V. I., Shevchuk, L.V., Kutsman O. M. (2018) Sezonnyi pererozpodil poliv napruzhen v konstrukttsiiakh sharuvatykh pokryttiv dorih pid diieiu transportnykh navantazhen [Seasonal redistribution of stress fields in layered road structures under transport load action]. Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu – [Herald of National Transport University], 40, 98-105. [in Ukrainian].
6. Kovalenko, A.D. (1970). Osnovy termopruzhnosti [Thermoelasticity fundamentals]. Kyiv: Naukova Dumka [in Russian].
7. Mozgoviy, V.V., Gaydaychuk, V.V., Zaets, Yu. A., Shevchuk, L.V., Gustelev, O.O., Kutsman, O.M. (2018) Mekhanichni efekty i paradoksy yavysch termopruzhnoho napruzhenia v konstrukttsiiakh dorozhnykh odiahiv [Mechanical effects and paradoxes of phenomena of thermoelastic stress in roadwear designs]. Dorohy i mosty – [Roads and bridges], 18, 128 – 146 [in Ukrainian].
8. Perelmuter, A.V., Slyvner, V.Y (2007) Raschetnye medely sooruzheniy y vozmozhnost ykh analiza [Design models of structures and the possibility of their analysis]. Moskva: DMK Press [in Russian].
9. Shevchuk, L.V., Vaschilina, O.V., Lebedieva, I.V., Baran, S.A. (2018) Skinchenno-elementnyi monitorynh napruzhenno-deformovanoho stanu dorozhnoho pokryttia z rozsharuvanniam [Finite element monitoring of stress-strain state of pavement with stratification]. Visnyk KNU im. T.H. Shevchenka – [Visnyk of KNU them. T.G. Shevchenko], 2., 57 – 63. [in Ukrainian].
10. Radovskiy B., Teltayev B. Viscoelastic Properties of Asphalts Based on Penetration and Softening Point. Monograph. – Springer Nature, Switzerland, 2017. – 107 p.

РЕФЕРАТ

Шевчук Л.В. Концентрація напружень в околі тріщини в дорожньому покритті при дії транспортних навантажень / Л.В. Шевчук // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2020. – Вип. 1 (46).

Поставлена задача про концентрацію напружень в околі тріщини в конструкції багат шарового дорожнього покриття при дії транспортних навантажень. Її аналіз відбувається в пружній постановці з використанням приведених модулів пружності, що відповідають даному стану системи при заданому рівні навантаження. Розглянуто випадки, коли покриття не має тріщини та має їх в верхніх і внутрішньому шарах.

Проаналізовано вплив поперечних тріщин на перерозподіл полів напружень при дії транспортних навантажень. У випадку, коли покриття не має тріщин, найбільші стискаючі напруження мають місце на верхній площині покриття. Розтягуючі напруження переважають в зоні третього шару. Вони збільшуються по мірі наближення до площини контакту третього і четвертого шару. Максимальні значення дотичних напружень реалізуються на границі другого і третього шарів, являючись при цьому потенційною причиною розшарування покриття в цій зоні. Якщо тріщина пронизує два перших верхніх шари, то найбільше напруження стиску перемістилися до гирла тріщини, а напруження розтягу залишилися практично незмінним. У випадку, коли вертикальна тріщина пронизує внутрішній шар, максимальні значення нормальних і дотичних напружень мають місце в центральній та крайовій зонах розподілення навантаження.

Виконано скінченно-елементний аналіз впливу тріщини на напружено-деформований стан багатшарової системи. Концентрація напружень в зонах тріщин у значній мірі залежить від геометрії тріщини та її структури в її гирлі.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: АВТОМОБІЛЬНА ДОРОГА, ДОРОЖНЕ ПОКРИТТЯ, ТРАНСПОРТНІ НАВАНТАЖЕННЯ, НОРМАЛЬНЕ НАПРУЖЕННЯ, ДОТИЧНЕ НАПРУЖЕННЯ, НАПРУЖЕННО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН.

ABSTRACT

Shevchuk L.V. Stress concentration in the vicinity of a crack in the road coating under transport loads. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2020. – Issue 1 (46).

The problem of stress concentration in the vicinity of a crack under the action of transport loads is posed. Its analysis takes place in an elastic (thermoelastic) formulation using the given modules that correspond to a given state of the system at a given load level. Cases where the coating has no cracks and has them in the upper and inner layers are considered.

The effect of transverse cracks on the redistribution of stress fields under the action of transport loads is analyzed. In the case where the coating has no cracks, the greatest compressive stresses occur on the top plane of the coating. Tensile stresses predominate in the zone of the third layer. They increase as they approach the contact plane of the third and fourth layers. The maximum values of the tangent stresses are realized at the boundary of the second and third layers, thus being a potential cause of the coating delamination in this zone. If the crack penetrates the first two upper layers, then the greatest compression stress has moved to the fracture mouth, and the tensile stress remains almost unchanged. In the case where a vertical crack penetrates the inner layer, the maximum values of the normal and tangent values occur in the central and edge zones of the load distribution.

A finite element analysis of the effect of the crack on the stress-strain state of the multilayer system is performed. The stress concentration in the crack zones depends largely on the geometry of the crack and its structure at its mouth.

KEYWORDS: AUTOMOBILE ROAD, ROAD COATING STRUCTURE, TRANSPORT LOADS, NORMAL VOLTAGE, TENSION VOLTAGE, TENSION-DEFORMED CONDITION.

РЕФЕРАТ

Шевчук Л.В. Концентрация напряжений в окрестности трещины дорожном покрытии при воздействии транспортных нагрузок / Л.В. Шевчук // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К.: НТУ, 2020. – Вып. 1 (46).

Поставлена задача о концентрации напряжений в окрестности трещины при воздействии транспортных нагрузок. Ее анализ выполнен в упругой постановке с использованием приведенных модулей упругости, соответствующих данному состоянию системы при заданном уровне нагрузки. Рассмотрены случаи, когда покрытие не имеет трещины и имеет их в верхних и внутреннем слоях.

Проанализировано влияние поперечных трещин на перераспределение полей напряжений при воздействии транспортных нагрузок. В случае если покрытие не имеет трещин, то наибольшие сжимающие напряжения имеют место на верхней плоскости покрытия. Растягивающие напряжения преобладают в зоне третьего слоя. Они увеличиваются по мере приближения к плоскости контакта третьего и четвертого слоя. Максимальные значения касательных напряжений реализуются на границе второго и третьего слоев, являясь при этом потенциальной причиной расслоения покрытия в этой зоне. Если трещина пронизывает два первых верхних слоя, то наибольшее напряжение сжатия переместились к устью трещины, а напряжение растяжения осталось практически неизменным. В

случае если вертикальная трещина пронизывает внутренний слой максимальные значения нормальных и касательных напряжений имеют место в центральной и краевой зонах распределения нагрузки.

Выполнен конечно-элементный анализ влияния трещины на напряженно-деформированное состояние многослойной системы. Концентрация напряжений в зонах трещин в значительной степени зависит от геометрии трещины и ее структуры в ее устье.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: АВТОМОБИЛЬНАЯ ДОРОГА, ДОРОЖНОЕ ПОКРЫТИЕ, ТРАНСПОРТНЫЕ НАГРУЗКИ, НОРМАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ, КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ, НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ.

АВТОР:

Шевчук Людмила Володимирівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, асистент кафедри вищої математики, e-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com, тел. +380667153633, Україна, 01010, м. Київ, вул. Бойчука 42, к. 511, orcid.org/0000-0002-5748-9527.

AUTHOR:

Shevchuk L. V., Ph.D., National Transport University, assistant department of mathematics, e-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com, tel. +380667153633, Ukraine, 01010, Kyiv, Boychuka str.42, of.511, orcid.org/0000-0002-5748-9527

АВТОР:

Шевчук Людмила Владимировна, кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, ассистент кафедры высшей математики, e-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com, тел. +380667153633, Украина, 01010, г. Киев, ул. Бойчука 42, к. 511, orcid.org/0000-0002-5748-9527.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Лоза І.А., доктор фізико-математичних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

REVIEWERS:

Gaidaichuk V.V., Ph.D., Engineering (Dr.), professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Loza I.A., Ph.D., Physics and Mathematics (Dr), professor, National Transport University, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.