

ПРУЖНЕ ЗГИНАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В ЕЛІПТИЧНІЙ СВЕРДЛОВИНІ З ГЕОМЕТРИЧНИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ

Андрусенко О.М., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, a.andrusenko@gmail.com, orcid.org/0000-0001-9986-5888

ELASTIC BENDING OF A DRILL STRING IN AN ELLIPTICAL WELL WITH GEOMETRIC IMPERFECTIONS

Andrusenko E.N., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, a.andrusenko@gmail.com, orcid.org/0000-0001-9986-5888

УПРУГОЕ ИЗГИБАНИЕ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ В ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ СКВАЖИНЕ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ НЕСОВЕРШЕНСТВАМИ

Андрусенко Е.Н., кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина, a.andrusenko@gmail.com, orcid.org/0000-0001-9986-5888

Постановка проблеми.

Сучасні методи фізичного і математичного моделювання механіки бурильних колон (БК) в криволінійних свердловинах, базуються, як правило, на представленні колони абсолютно гнучкою нерозтяжною ниткою [1, 2]. Така модель може бути виправдана при виконанні оціночних розрахунків на етапі попереднього проектування, коли траєкторія свердловини задається у вигляді гладкої кривої найпростішого обрису з великими радіусами кривини [3]. Однак в процесі проходки свердловини (особливо протяжної) не вдається досягти її проектної ідеалізованої геометрії і в результаті збурень технологічного або тектонічного характерів на її осьовій кривій виникають локальні геометричні недосконалості. Вони можуть мати форму дрібномасштабних тривимірних спіралей змінного діаметру і кроку, плоских гармонік або закруглених зламів. Так як кривини осьової лінії свердловини на таких ділянках різко зростають, БК піддається на них пружному згинанню, в результаті чого різко зростають сили контактної взаємодії колони зі стінкою свердловини і сили опору руху колони. Ці сили нелінійно залежать від значень геометричних параметрів недосконалостей і зі збільшенням останніх можуть спрямовуватися до нескінченності. Тоді виникає явище прихоплення колони, і її подальше функціонування стає неможливим [4]. Для опису подібних явищ непридатні моделі гнучких ниток і повинна використовуватися теорія пружних криволінійних стрижнів [6].

Однак розробка стрижневий моделі пружного згинання БК в криволінійній свердловині пов'язана з теоретичними і обчислювальними труднощами, зумовленими високим порядком розв'язувальних рівнянь, їх нелінійністю, змінністю коефіцієнтів, великими інтервалами інтегрування і необхідністю постановки прямих і обернених задач для сформульованих рівнянь. Ці труднощі посилюються у випадках наявності в траєкторії свердловини додаткових дрібномасштабних геометричних недосконалостей, що наближаються до геометричних сингулярного. Для їх подолання необхідно робити спеціальні геометричні побудови і домагатися збіжності обчислень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Відповідно до вимог економіки, геологічними умовами залягання вуглеводневих палив і технологічними можливостями компаній, що добувають нафту і газ, в даний час бурять вертикальні, похило-скеровані і горизонтальні свердловини різної глибини. Оскільки, як свідчить досвід останніх десятиліть, вибором обрису траєкторії осьової лінії свердловини можна істотно підвищити її дебет і повноту відбору палива, все частіше перевага віддається розробці похилих і горизонтальних свердловин. Однак найбільші переваги вони набувають при видобутку нафти і газу в морських і шельфових зонах, завдяки можливості більш раціонального розміщення платформи для установки бурильної установки.

Практичне впровадження технологій буріння глибоких свердловин зі складною просторовою орієнтацією їх траєкторій пов'язано з необхідністю теоретичного моделювання механічних явищ, що супроводжують їх функціонування, з метою прогнозування можливих критичних станів [7, 8]. При

цьому одним з найважливіших аспектів даного напрямку є теоретичне моделювання поведінки колон глибокого буріння в криволінійних свердловинах на етапах їх спуску і підйому.

В роботі [4] досліджено стійкість вертикальної колони глибокого буріння, стаття [6] присвячена проблемі самозбудження крутильних автоколивань, в [7, 8] сформульовані і вирішені завдання про виникнення критичних станів колон в похилих свердловинах. У даній роботі поставлена і вирішена задача про пружне згинання бурильної колони в криволінійній свердловині з геометричними недосконалотями.

1. Задача про пружне згинання бурильної колони у каналі свердловини

При моделюванні пружного деформування бурильної колони в похило – спрямованій свердловині з геометричними недосконалотями прийемо, що деформування проектної траєкторії свердловини, що викликається порушенням технології буріння або механічними неоднорідностями тектонічних структур, не може супроводжуватися утворенням зламів її осьової лінії, і вона є диференційовною по всім трьом незалежним просторовим змінним. Однак, якщо ці недосконалоті є дрібномасштабними, то вони можуть наближатися до геометричних сингулярностей. Будемо вважати також, що осьові лінії свердловини і БК збігаються.

Пружне деформування трубчастої БК в криволінійній свердловині в процесі буріння і виконання спуско-підйомних операцій здійснюється під дією розподілених сил тяжіння \vec{f}^{gr} , сил \vec{f}^c контактної взаємодії між БК і стінкою свердловини, сил \vec{f}^{fr} і моментів \vec{m}^{fr} їх фрикційної взаємодії, а також зосереджених крайових сил і моментів, прикладених в точці підвісу БК і в точці її контакту з дном свердловини. Виникаючі при цьому в кожному елементі БК внутрішня сила \vec{F} і момент \vec{M} задовольняють векторних рівнянь рівноваги [5]

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{f}^{gr} - \vec{f}^c - \vec{f}^{fr}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{\tau} \times \vec{F} - \vec{m}^{fr}, \quad (1)$$

які інваріантні по відношенню до будь-якої системи координат (u, v, w) . У загальному випадку найбільш зручно їх записувати в рухомій системі осей, в якій вісь w спрямована вздовж орта $\vec{\tau}$, а осі u, v орієнтовані уздовж головних центральних осей інерції поперечного перерізу БК.

Якщо геометрія осьової лінії свердловини відома, розв'язувальні рівняння дозволяють сформулювати задачу про контактну взаємодію БК з її стінкою в процесі буріння і виконання спуско-підйомних операцій.

Система шести рівнянь містить не шість невідомих функцій внутрішніх сил і моментів, а тільки три функції сил $F_u(\vartheta)$, $F_v(\vartheta)$, $F_w(\vartheta)$, і функцію кута пружного закручування χ , через яку при заданих R і T обчислюються моменти. Тим не менш, вона є недовизначеною, оскільки в неї входять зовнішні розподілені сили контактної взаємодії $f_u^c(\vartheta)$, $f_v^c(\vartheta)$ і сила $f_w^{fr}(\vartheta)$, і момент $m_w^{fr}(\vartheta)$ сил тертя, що також підлягають визначенню. Задачі механіки твердих деформованих тіл, в яких внутрішні сили (або моменти) частково відомі, а деякі зовнішні сили (зазвичай це контактні сили або сили тертя) підлягають визначенню, називаються зворотними.

Для формулювання оберненої задачі в даному випадку зведемо систему розв'язувальних рівнянь до виду

$$\begin{aligned} F_u &= -\frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cosh_1 - \frac{A}{RT} \sinh_1 + \frac{C}{R} \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) \sinh_1, \\ F_v &= \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sinh_1 - \frac{A}{RT} \cosh_1 + \frac{C}{R} \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) \cosh_1, \\ \frac{dh_2}{d\vartheta} &= -\frac{D^2}{C} m_w^{fr} - D \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{1}{D} \frac{dD}{d\vartheta} h_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Продиференціюємо по ϑ обидві частини двох перших рівностей цієї системи, після чого прирівняємо їх праві частини до правих частин двох перших рівностей. З урахуванням останньої рівності системи (2) отримаємо

$$\begin{aligned}
f_u^c = & -\frac{C \cdot h_2}{D^2} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sinh_1 - \frac{1}{R} \cosh_1 \cdot F_w - \frac{A-C}{RT^2} \cosh_1 + \frac{C \cdot h_2}{DRT} \cosh_1 + \\
& + \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{d}{Dd\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \right] \cosh_1 + \frac{A}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sinh_1 + \frac{A}{RD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) \sinh_1 + \\
& + \frac{A-C}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sinh_1 + \frac{\sinh_1}{R} m_w^{fr} - f_u^{gr},
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
f_v^c = & -\frac{C \cdot h_2}{D^2} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cosh_1 + \frac{1}{R} \sinh_1 \cdot F_w + \frac{A-C}{RT^2} \sinh_1 - \frac{C \cdot h_2}{DRT} \sinh_1 - \\
& - \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{d}{Dd\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \right] \sinh_1 + \frac{A}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cosh_1 + \frac{A}{RD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) \cosh_1 + \\
& + \frac{A-C}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cosh_1 + \frac{\cosh_1}{R} m_w^{fr} - f_v^{gr}.
\end{aligned}$$

За допомогою рівностей (3) підрахуємо повну силу контактної взаємодії БК і стінки свердловини

$$f^c = \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_v^c)^2}. \tag{4}$$

Будемо вважати, що при бурінні і виконанні спуско-підйомних операцій БК одночасно здійснює осьовий рух зі швидкістю \dot{w} і обертається з кутовою швидкістю ω . Тоді повну силу тертя $f^{fr} = \mu \cdot f^c$ можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові

$$f_w^{fr} = \pm \mu \cdot f^c \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}}, \quad f_\omega^{fr} = \pm \mu \cdot f^c \frac{\omega d}{2\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}}, \tag{5}$$

які пропорційні відповідним компонентам швидкостей \dot{w} і $\omega d / 2$. Тут μ – коефіцієнт тертя, d – зовнішній діаметр труби БК. Перша з цих сил перешкоджає осьового руху БК, друга спрямована в окружному напрямку і призводить до виникнення розподіленого моменту сил тертя

$$m_w^{fr} = f_\omega^{fr} \cdot \frac{d}{2} = \pm \mu \cdot f^c \frac{\omega d^2}{4\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}}. \tag{6}$$

Знаки « \pm » в формулах (5), (6) вибираються в залежності від напрямків руху та обертання БК. У виразі для f_w^{fr} знак «-» відповідає процедурі підйому БК, знак «+» – її спуску і процесу буріння.

Виведені в цьому підрозділі співвідношення дозволяють сформулювати систему рівнянь пружного згинання БК в свердловині із заданою осьовою лінією. Зведемо її до остаточного вигляду

$$\begin{aligned}
\frac{dh_1}{d\vartheta} &= h_2, \\
\frac{dh_2}{d\vartheta} &= -D \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{1}{D} \frac{dD}{d\vartheta} h_2 - \frac{D^2}{C} m_w^{fr}, \\
\frac{dF_w}{d\vartheta} &= \frac{D}{R} \cosh_1 \cdot F_u - \frac{D}{R} \sinh_1 \cdot F_v - D \cdot f_w^{gr} - D \cdot f_w^{fr}, \\
F_u &= -\frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cosh_1 - \frac{A}{RT} \sinh_1 + \frac{C}{R} \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) \sinh_1, \\
F_v &= \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sinh_1 - \frac{A}{RT} \cosh_1 + \frac{C}{R} \left(\frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right) \cosh_1,
\end{aligned}$$

$$f_w^{fr} = \pm \mu \cdot \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_v^c)^2} \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}}, \quad (7)$$

$$m_w^{fr} = \pm \mu \cdot \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_v^c)^2} \frac{\omega d^2 / 4}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}},$$

$$f_u^c = -\frac{C \cdot h_2}{D^2} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sinh_1 - \frac{1}{R} \cosh_1 \cdot F_w - \frac{A-C}{RT^2} \cosh_1 + \frac{C \cdot h_2}{DRT} \cosh_1 +$$

$$+ \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{d}{Dd\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \right] \cosh_1 + \frac{A}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sinh_1 + \frac{A}{RD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) \sinh_1 +$$

$$+ \frac{A-C}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \sinh_1 + \frac{\sinh_1}{R} m_w^{fr} - f_u^{gr},$$

$$f_v^c = -\frac{C \cdot h_2}{D^2} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cosh_1 + \frac{1}{R} \sinh_1 \cdot F_w + \frac{A-C}{RT^2} \sinh_1 - \frac{C \cdot h_2}{DRT} \sinh_1 -$$

$$- \frac{A}{D} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{d}{Dd\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \right] \sinh_1 + \frac{A}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cosh_1 + \frac{A}{RD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{T} \right) \cosh_1 +$$

$$+ \frac{A-C}{TD} \frac{d}{d\vartheta} \left(\frac{1}{R} \right) \cosh_1 + \frac{\cosh_1}{R} m_w^{fr} - f_v^{gr}.$$

Вхідні сюди компоненти f_u^{gr} , f_v^{gr} , f_w^{gr} , розподілених сил тяжіння відомі і визначаються так

$$f_u^{gr} = -F(\gamma_{st} - \gamma_l)g(n_z \cosh_1 + b_z \sinh_1),$$

$$f_v^{gr} = F(\gamma_{st} - \gamma_l)g(n_z \sinh_1 - b_z \cosh_1), \quad (8)$$

$$f_w^{gr} = -F(\gamma_{st} - \gamma_l)g\tau_z,$$

де F – площа поперечного перерізу труби БК, γ_{st} – щільність матеріалу труби, γ_l – щільність промивної рідини.

Шукані змінні підраховуються чисельно. Для інтегрування перших трьох рівнянь системи (7) використовується метод Рунге-Кутта. На кожному кроці його реалізації спочатку обчислюються функції $h_1(\vartheta_i)$, $h_2(\vartheta_i)$, $F_w(\vartheta_i)$, потім за їхніми знайденим значенням підраховуються інші невідомі $F_u(\vartheta_i)$, $F_v(\vartheta_i)$, $f_w^{fr}(\vartheta_i)$, $m_w^{fr}(\vartheta_i)$. Після цього здійснюється наступний крок інтегрування.

2. Аналіз згинання БК в свердловині з локальними спіральними геометричними недосконалотями

При бурінні криволінійних свердловин часто виникають ситуації, коли внаслідок різкого порушення однорідності тектонічної структури або технології буріння траєкторія свердловини відхиляється від проектної і на ній виникають локальні геометричні недосконалоті. Зазвичай вони мають вигляд збурення в формі тривимірної спіралі, плоскої гармоніки або локального згладженого зламу. У даній роботі розглянуто випадок спіральної недосконалоті. Прийнято, що в проектному стані осьова лінія свердловини являє собою чверть дуги еліпса з півосями H , L в площині xOz

$$x = L \cos \vartheta, \quad y = 0, \quad z = H \sin \vartheta \quad (3\pi/2 \leq \vartheta \leq 2\pi). \quad (9)$$

Для цієї геометрії розв'язується поставлена вище задача про визначення внутрішніх і зовнішніх силових факторів, що діють на БК при її русі. Потім в геометрію осьової лінії свердловини вводиться викривлення в формі спіралі з кроком h і змінним радіусом $r(\vartheta) = r_c e^{-\alpha^2(\vartheta - \vartheta_c)^2}$ (рис.1), де r_c – найбільше значення радіуса r ; α – коефіцієнт при показнику експоненти (функції Гауса), що визначає швидкість спадання $r(\vartheta)$; ϑ_c – значення параметра ϑ з максимальним $r(\vartheta) = r_c$, і розв'язується задача про визначення внутрішніх і зовнішніх сил. Рівняння (5) в цьому випадку приводяться до виду

$$\begin{aligned}
 x &= L \cos \vartheta - r \cos \left(k \int_{3\pi/2}^{\vartheta} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} d\theta \right) \frac{H \cos \vartheta}{\sqrt{L^2 \sin^2 \vartheta + H^2 \cos^2 \vartheta}}, \\
 y &= r \sin \left(k \int_{3\pi/2}^{\vartheta} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} d\theta \right), \\
 z &= H \sin \vartheta - r \cos \left(k \int_{3\pi/2}^{\vartheta} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} d\theta \right) \frac{L \sin \vartheta}{\sqrt{L^2 \sin^2 \vartheta + H^2 \cos^2 \vartheta}} \\
 & \quad (3\pi/2 \leq \vartheta \leq 2\pi)
 \end{aligned} \tag{10}$$

де k – частота спіралі, що показує скільки її гвинтів укладається на відріжку кривої $0 \leq s \leq 2\pi$.

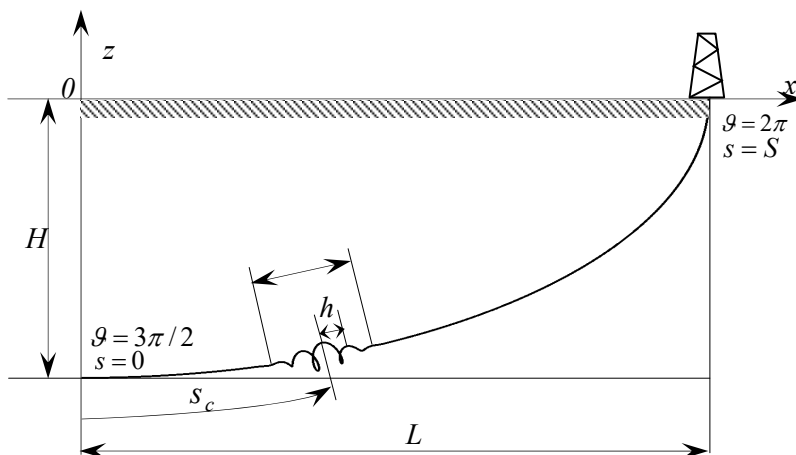


Рисунок 1 – Геометрична схема криволінійної свердловини
Figure 1 – Geometric diagram of a curved well

Користуючись цими рівностями за формулами (6) підраховуються радіуси кривизни і скруту. Потім обчислюється його метричний множник D , що дозволяє перейти до натуральної параметризації кривої (10), підрахувати орти \vec{n} , \vec{b} , $\vec{\tau}$ тригранників Френе і перейти до інтегрування системи (7). Всі ці змінні описуються громіздкими виразами і тут не наводяться.

При виконанні спуско-підйомних операцій з заданим відношенням $\nu = \frac{\dot{w}}{\omega d/2}$ (відношення лінійних швидкостей осевого і обертального рухів елемента зовнішньої поверхні труби БК) шукані функції h_1 , h_2 , F_w при $\vartheta = 3\pi/2$ дорівнюють нулю, але відмінні від нуля сили тяжіння (8). Це дозволяє підрахувати в цій точці змінні f_u^c , f_v^c , f_w^{fr} , m_w^{fr} , F_u , F_v і зробити один крок інтегрування перших трьох рівнянь системи (7), а потім за такою ж схемою продовжувати вирішення системи на наступних кроках до точки $\vartheta = 2\pi$. Крок інтегрування вибирається з умови збіжності обчислень. Якщо розглядається режим буріння, то на краю $\vartheta = 3\pi/2$ змінним h_1 , h_2 , F_w присвоюються відомі, не рівні нулю, значення і загальний алгоритм розв'язання зберігається.

За розробленою методикою виконано комп'ютерне моделювання пружного згинання БК в еліптичній свердловині зі спіральними недосконаlostями при наступних значеннях характерних параметрів: $L = 4000\text{м}$, $H = 2000\text{м}$, $d = 0,1683\text{м}$, $\delta = 0,01\text{м}$ - товщина труби БК, $E = 2,1 \cdot 10^{11}\text{Па}$, $G = 0,8077 \cdot 10^{11}\text{Па}$, $\gamma_{st} = 7850\text{кг/м}^3$, $\gamma_l = 1500\text{кг/м}^3$, $\mu = 0,2$, $\nu = 100$. Прийнято, що центральна точка недосконалості відстоїть від початкової точки $\vartheta = 3\pi/2$ на величину $\Delta\vartheta_c = \pi/8$, що відповідає координаті

$$s_c = \int_{3\pi/2}^{3\pi/2+\pi/8} D d\vartheta = 1541\text{м}.$$

Параметр α , що визначає швидкість спадання $r(\vartheta)$ по змінній ϑ , задавався рівним 10. В цьому випадку представницький інтервал зміни s , в якому $r(\vartheta)$ має помітні значення, склав $l = 1593\text{ м}$. Зауважимо, однак, що хоча поза цим інтервалом радіус $r(\vartheta)$ дуже малий, проте, викликане недосконалістю викривлення осьової лінії свердловини враховувалося на всьому відрізку $3\pi/2 \leq \vartheta \leq 2\pi$.

У табл. 1 представлені результати розрахунків для випадку, коли крок спіралі h склав 48 м, а число витків на представницькому інтервалі дорівнює 32,9.

Розглянуто операцію підйому БК. З наведених результатів випливає, що осьова сила $F_w(S)$ в точці підвісу БК $s = S$ помітно залежить від радіуса r_c , однак зміна крутного моменту $M_w(S)$ зі збільшенням r_c виявляється більш істотною. Так, при $r_c = 2\text{ м}$ (позиція 5) величина $F_w(S)$ більш, ніж на порядок перевищує це значення для випадку $r_c = 0$ (позиція 1), проте для величини $M_w(S)$ це перевищення стало ще більше.

Таблиця 1 – Значення сил, моментів і переміщень в точці підвісу БК у свердловині
Table 1 – Values of force, moments and displacement at the suspension point of the DS in a well

№ п/п	r_c (м)	$F_w(S)$ (Н)	$\frac{F_w(S)}{P_t}$	ΔS (м)	$M_w(S)$ (Нм)	$\varphi(S)$ (рад)
1	0,0	$0,882 \cdot 10^6$	0,59	1,43	$2,21 \cdot 10^2$	0,20
2	0,3	$0,994 \cdot 10^6$	0,66	1,74	$3,17 \cdot 10^2$	0,32
3	0,5	$1,173 \cdot 10^6$	0,78	2,23	$4,69 \cdot 10^2$	0,49
4	1	$2,205 \cdot 10^6$	1,47	4,87	$1,34 \cdot 10^3$	1,94
5	2	$1,129 \cdot 10^7$	7,52	27,14	$8,99 \cdot 10^3$	9,17

Цікаво порівняти цю величину з повною силою тяжіння P_t , що діє на БК і підрахованої з урахуванням дії сили, виштовхуючої промивної рідини. Вона визначається за формулою

$$P_t = 9,81S \cdot F(\gamma_{st} - \gamma_l) = 1500713H,$$

де S – повна довжина

$$S = \int_{3\pi/2}^{2\pi} D d\vartheta = 4844\text{ м}.$$

У табл. 1 наведено відношення $F_w(S)/P_t$ для обраних значень r_c . При $r_c < 1\text{ м}$ воно порівняно мале, проте при $r_c \geq 1\text{ м}$ воно швидко росте і можна вважати, що при $r_c = 2\text{ м}$ (позиція 5) операція підйому БК стає нездійсненною через великі сили тертя.

З наведених результатів випливає, що для позиції 5 в табл. 1 матеріал труби БК може переходити в стадію пластичного деформування і тому ці режими є неприпустимими.

Висновки.

У роботі поставлена задача про визначення сил опору і внутрішніх сил у бурильній колоні в процесі буріння і при виконанні спуско-підйомних операцій в криволінійній свердловині. Запропоновано методику її розв'язання.

Виконано комп'ютерне дослідження впливу геометричних недосконалостей осьової лінії свердловини на сили опору руху в ній бурильної колони (сили тертя). Розглянуто випадок, коли геометричні недосконалості мають вигляд локалізованої спіралі змінного радіуса.

Аналіз результатів розрахунків дозволив зробити висновок, що при відсутності геометричних недосконалостей функції внутрішньої осьової сили, крутного моменту і зовнішніх розподілених сил і моментів опору руху, що виникають при підйомі бурильної колони, мають вигляд гладких монотонно зростаючих кривих з відносно невеликими значеннями. З додаванням недосконалостей на розглянутих кривих в зонах викривлення геометрії осьової лінії виникає ділянку швидкого збільшення сил тертя і сили опору збільшуються на один – два порядки.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Bertsekas, Dimitri P. (2016). *Nonlinear Programming (Third ed.)*. Cambridge, Massachusetts.: Athena Scientific.
2. Betts, J.T. (2016). *Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming (2nd ed.)*. Philadelphia, Pennsylvania: SIAM Press.
3. David M. Himmelblau (1972). *Applied Nonlinear Programming*. The University of Texas, Austin, Texas. Mc Graw-Hill Book Company.
4. Gulyayev, V.I., Bazhenov, V.A., Koshkin, V.L. (1988) *Optimal Control of Mechanical Systems Motion*. UMK VO, Kyiv (in Russian).
5. Gulyayev, V., Glazunov, S., Glushakova, O., Vashchilina, E., Shevchuk, L., Shlyun, N., Andrusenko, E. (2019) *Modelling Emergency Situations in the Drilling of Deep Boreholes*. Cambridge Scholars Publishing.
6. Jan Brinkhuis and Vladimir Tikhomirov (2005) *Optimization: Insights and Applications*, Princeton University Press.
7. Luenberger, David G.; Ye, Yinyu (2008). *Linear and Nonlinear Programming*. International Series in Operations Research & Management Science. 116 (Third ed.) New York: Springer.
8. Mokhtar S.Bazaraa (2013). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. (3 ed). Wiley Publishing.
9. Richard E. Bellman. (2010) *Dynamic Programming*. Princeton Landmarks in Mathematics, Princeton.

REFERENCES

1. Bertsekas, Dimitri P. (2016). *Nonlinear Programming (Third ed.)*. Cambridge, Massachusetts.: Athena Scientific.
2. Betts, J.T. (2016). *Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming (2nd ed.)*. Philadelphia, Pennsylvania: SIAM Press.
3. David M. Himmelblau (1972). *Applied Nonlinear Programming*. The University of Texas, Austin, Texas. Mc Graw-Hill Book Company.
4. Gulyayev, V.I., Bazhenov, V.A., Koshkin, V.L. (1988) *Optimal Control of Mechanical Systems Motion*. UMK VO, Kyiv (in Russian).
5. Gulyayev, V., Glazunov, S., Glushakova, O., Vashchilina, E., Shevchuk, L., Shlyun, N., Andrusenko, E. (2019) *Modelling Emergency Situations in the Drilling of Deep Boreholes*. Cambridge Scholars Publishing.
6. Jan Brinkhuis and Vladimir Tikhomirov (2005) *Optimization: Insights and Applications*, Princeton University Press.
7. Luenberger, David G.; Ye, Yinyu (2008). *Linear and Nonlinear Programming*. International Series in Operations Research & Management Science. 116 (Third ed.) New York: Springer.
8. Mokhtar S.Bazaraa (2013). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. (3 ed). Wiley Publishing.
9. Richard E. Bellman. (2010) *Dynamic Programming*. Princeton Landmarks in Mathematics, Princeton.

РЕФЕРАТ

Андрусенко О.М. Пружне згинання бурильної колони в еліптичній свердловині з геометричними недосконалостями / О.М. Андрусенко // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2021. – Вип. 1 (48).

Поставлено задачу про визначення сил опору і внутрішніх сил в бурильній колоні в процесі буріння і при виконанні спуско-підйомних операцій в криволінійній свердловині.

Об'єкт дослідження – геометрія осьової лінії глибоких похило-скерованих траєкторій нафтових і газових свердловин.

Мета роботи полягає в постановці і розв'язанні нових задач будівельної механіки про нелінійне деформування бурильних колон у похило-скерованих свердловинах.

Для дослідження механіки пружного згинання бурильних колон у похило-скерованих свердловинах використовувались методи будівельної механіки гнучких криволінійних стержнів; методи диференціальної геометрії та теорії поверхонь; числовий метод Рунге-Кутти. Виконано дослідження впливу геометричних недосконалостей осьової лінії свердловини на сили контактної взаємодії між бурильною колоною та стінкою свердловини. Розглянуто випадок, коли геометричні недосконалості мають вигляд локалізованої спіралі змінного радіуса.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: НАФТОВА І ГАЗОВА СВЕРДЛОВИНИ, КРИВОЛІНІЙНА ТРАЄКТОРІЯ, БУРИЛЬНА КОЛОНА, СИЛИ ОПОРУ.

ABSTRACT

Andrusenko E.N. Elastic bending of a drill string in an elliptical well with geometric imperfections. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2021. – Issue 1 (48).

The problem is posed of determining the resistance forces and internal forces in the drill string during drilling and when performing tripping operations in a curved well.

The object of the study is the geometry of the centerline of deep inclined well trajectories.

The aim of the work is to formulate and solve new problems of structural mechanics about nonlinear deformation of drill strings in directional wells.

To study the mechanics of elastic bending of drill strings in directional wells, the methods of structural mechanics of flexible curved rods were used; methods of differential geometry and theory of surfaces; numerical Runge-Kutta method.

The study of the influence of geometric imperfections of the borehole centerline on the forces of contact interaction between the drill string and the borehole wall has been carried out. The case is considered when geometric imperfections have the form of a localized spiral of variable radius.

KEY WORDS: OIL AND GAS WELLS, CURVED TRAJECTORY, DRILLING COLUMN, RESISTANCE FORCES.

РЕФЕРАТ

Андрусенко Е.Н. Упругое изгибание бурильной колонны в эллиптической скважине с геометрическими несовершенствами / Е.Н. Андрусенко // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К.: НТУ, 2021. – Вып. 1 (48).

Поставлена задача об определении сил сопротивления и внутренних сил в бурильной колонне в процессе бурения и при выполнении спуско-подъемных операций в криволинейной скважине.

Объект исследования – геометрия осевой линии глубоких наклонно-направленных траекторий скважин.

Цель работы заключается в постановке и решении новых задач строительной механики о нелинейном деформировании бурильных колонн в наклонно-направленных скважинах.

Для исследования механики упругого изгибания бурильных колонн в наклонно-направленных скважинах использовались методы строительной механики гибких криволинейных стержней; методы дифференциальной геометрии и теории поверхностей; численный метод Рунге-Кутты.

Выполнено исследование влияния геометрических несовершенств осевой линии скважины на силы контактного взаимодействия между бурильной колонной и стенкой скважины. Рассмотрен случай, когда геометрические несовершенства имеют вид локализованной спирали переменного радиуса.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: НЕФТЯНАЯ И ГАЗОВАЯ СКВАЖИНЫ, КРИВОЛИНЕЙНАЯ ТРАЕКТОРИЯ, БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ.

АВТОР:

Андрусенко Олена Миколаївна, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: a.andrusenko@gmail.com, тел. +380672981387, Україна, 01010, м. Київ, вул. Бойчука 42, к. 511, orcid.org/0000-0001-9986-5888.

AUTHOR:

Andrusenko Elena Nikolaevna, Ph.D., associate professor, National Transport University, associate professor department of high mathematics, e-mail: a.andrusenko@gmail.com, tel. +380672981387, Ukraine, 01010, Kiev, Boichuka str. 42, of. 511, orcid.org/0000-0001-9986-5888.

АВТОР:

Андрусенко Елена Николаевна, кандидат технических наук, доцент, Национальный транспортный университет, доцент кафедры высшей математики, e-mail: a.andrusenko@gmail.com, тел. +380672981387, Украина, 01010, г. Киев, ул. Бойчука 42, к. 511, orcid.org/0000-0001-9986-5888.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Лоза І.А., доктор фізико-математичних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної та прикладної механіки, Київ, Україна.

REVIEWER:

Gaidaichuk V.V., Ph.D., Engineering (Dr.), professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Loza I.A., Ph.D., Doctor of Physical and Mathematical Sciences (Dr), professor, National Transport University, Head of Department of Theoretical and Applied Mechanics, Kyiv, Ukraine.