УДК 539.3 DOI: 10.33744/2308-6645-2021-1-48-109-116
UDC 539.3

ПРОЕКТУВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ТРАЄКТОРІЙ СВЕРДЛОВИН

Гуляєв В.І., доктор технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, valery@gulyayev.com.ua, orcid.org/0000-0002-5388-006X

Шлюнь Н.В., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

OPTIMAL DESIGN OF BOREHOLES TRAJECTORIES

Gulyayev V.I., Dr. Sci., National Transport University, Kyiv, Ukraine, valery@gulyayev.com.ua, orcid.org/0000-0002-5388-006X

Shlyun N.V., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ СКВАЖИН

Гуляев В.И., доктор технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина, valery@gulyayev.com.ua, orcid.org/0000-0002-5388-006X.

Шлюнь Н.В., кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина, nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870.

Вступ.

Найбільше поширення проблеми побудови оптимальних траєкторій отримали на транспорті та в механіці космічного польоту. З ними пов'язані питання оптимізації прокладки автомобільних доріг, залізничних шляхів, морських та авіаційних трас, а також траєкторій польоту космічних кораблів. Найбільше поширення для їх трасування отримали методи теорії оптимального управління, що базуються на принципах Р. Белмана та Л. Понтрягіна [1,9], розроблених в середині минулого століття. Пізніше ці методи були розвинені з достатньою повнотою та стали застовуватись в різних наукових та прикладних областях. Математичні моделі, що використовувались в даних задачах, описуються нелінійними звичайними диференціальними рівняннями, а в якості цільових функцій витрати енергії, довжини траєкторій та часу завершення процесів. При цьому розв'язок задач оптимізації досягається в результаті спеціальних комп'ютерних обробок матриць функціональних розв'язків [1].

З використанням такого підходу в роботах [5] сформульована нова задача про оптимізацію траєкторій глибоких криволінійних нафтових та газових свердловин, в якій мінімізуються загальна кривина свердловини, її довжина, вартість її прокладання та інше.

Необхідно зазначити, однак, що практична реалізація такого підходу в задачах оптимізації трасування траєкторій свердловин пов'язана зі значними труднощами, які суттєво підвищуються при врахуванні спеціальних обмежень, що викликані наявністю заборонених зон, анізотропією тектонічних середовищ та необхідністю попадання в задану зону. Зазначені труднощі можуть бути значно спрощені, якщо при формулюванні математичних моделей вдається перейти від диференціальних рівнянь до систем алгебраїчних співвідношень. Це дозволяє звести задачу нелінійного оптимального управління до задачі нелінійного програмування, що володіє більшою простотою та наочністю. В даній роботі цей перехід досягається шляхом апроксимації траєкторій свердловини системою кубічних сплайнів, аналітичного інтегрування диференціальних рівнянь на окремих ділянках траєкторії та подальшого застосування методів теорії нелінійного програмування. Такий підхід є більш алгоритмічним і дозволяє розв'язувати задачі оптимізації траєкторій свердловин при більш складних обмеженнях.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Методи визначення точок екстремумів (оптимумів) багаторозмірних функцій були запропоновані ще Л. Ейлером та Ж. Лагранжем. Пізніше були розроблені методи варіаційного числення, пов'язані зі знаходженням. Починаючи з середини минулого століття, після опублікування принципів Р. Белмана [10,12] та Л. Понтрягіна [1,9], почали інтенсивно розвиватися методи теорії оптимального управління [5,11]. Спільне використання їх з алгоритмами теорії нелінійного програмування [2-4,8] дало змогу сформулювати та розв'язати більше число прикладних задач в механіці, фізиці, теорії космічного польоту, на транспорті та в інших наукових напрямах. Однак, у зв'язку з відсутністю математичних моделей, що придатні для розв'язку задач оптимізації траєкторій глибоких нафтових та газових свердловин, задачі їх оптимального трасування не формулювались та не розв'язувались. В даній статті вперше запропонована дискретно-континуальна модель геометрії свердловини, на базі методу проекції градієнта на обмеження розроблена методика мінімізації відповідних цільових функціоналів, що дозволяють знижувати ризики виникнення позаштатних ситуацій буріння [5,11].

Математична модель траєкторії свердловини

Щоб сформулювати задачу трасування траєкторії свердловини на площині Oxy, необхідно розробити її геометричну модель. Нехай вихідна траєкторія має вигляд кривої, зображеної на рис.1. В параметричній формі вона описується рівняннями

$$x = x(l), \quad y = y(l) \tag{1}$$

Тут l - натуральний параметр.

Нехай довжина траєкторії дорівнює L. Розділимо її на N однакових сегментів довжинами

$$h = L/N \tag{2}$$

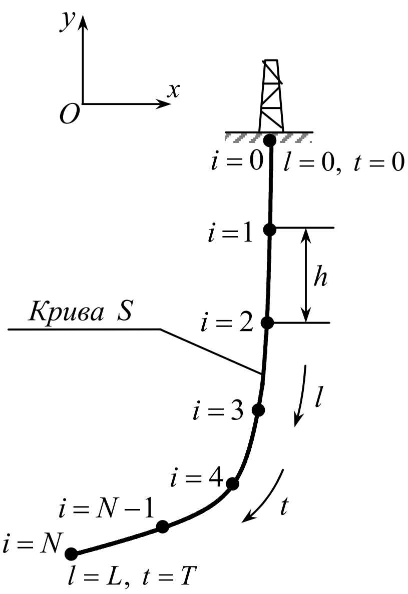

Рисунок 1 – Геометрична схема траєкторії плоскої свердловини
Figure 1 – Geometric scheme of the borehole trajectory

Пронумеруємо вузлові точки l_i на траєкторії від $i=0$ до $i=N$ (рис.1). Виділимо також цілочисельний параметр t $(0 \le t \le T)$, який використовується тільки для побудови кривої S, до того ж T/N - ціле число. Виділимо на S точки l_t. Покладемо, що координати x_i, y_i і похідні $\frac{dx_i}{dl} = x_i'$, $\frac{dy_i}{dl} = y_i'$ у вузлових точках l_i відомі, крім того, функції $x(l)$, $y(l)$, $x'(l)$, $y'(l)$ неперервні на всьому проміжку $0 \le l \le L$. Тоді в середині кожного виділеного відрізку $ih \le l \le h(i+1)$ $\left(i = \overline{0,N}\right)$ крива (1) наближено може бути замінена кубічними сплайнами [7].

$$x(l)=\frac{(l_{i+1}-l)^2\left[2(l-l_i)+h\right]}{2h^3}x_i+\frac{(l-l_i)^2\left[2(l_{i+1}-l)+h\right]}{h^3}x_{i+1}+\frac{(l_{i+1}-l)^2(l-l_i)}{h^2}x_i'+\frac{(l-l_i)^2(l-l_{i+1})}{h^2}x_{i+1}',$$

$$y(l)=\frac{(l_{i+1}-l)^2\left[2(l-l_i)+h\right]}{2h^3}y_i+\frac{(l-l_i)^2\left[2(l_{i+1}-l)+h\right]}{h^3}y_{i+1}+\frac{(l_{i+1}-l)^2(l-l_i)}{h^2}y_i'+\frac{(l-l_i)^2(l-l_{i+1})}{h^2}y_{i+1}' \quad (3)$$

$$\left(i=\overline{0,N-1}\right)$$

Простими підстановками можна переконатися, що рівності (3) забезпечують неперервність змінних $x(l)$, $y(l)$, $x'(l)$, $y'(l)$ на всій довжині ($0\le l\le L$) та неперервність похідних $x''(l)$, $y''(l)$ в середині кожного виділеного інтервалу ($ih\le l\le h(i+1)$), але при цьому похідні $x''(l)$, $y''(l)$ можуть бути розривними в вузлових точках $l_i=ih$ $\left(i=\overline{1,N-1}\right)$. Оскільки їх розривність призводить також і до розривності функції кривини траєкторії

$$k(l)=\sqrt{(x'')^2+(y'')^2} \quad (4)$$

то на величини $x(l)$, $y(l)$, $x'(l)$, $y'(l)$ у співвідношеннях (3) необхідно додати додаткові обмеження, що забезпечують і неперервність похідних $x''(l_i)$, $y''(l_i)$ у вузлових точках. Ці умови мають вигляд [7]

$$\begin{aligned}&hx_{i-1}'+4hx_i'+hx_{i+1}'+3x_{i-1}-3x_{i+1}=0,\\&hy_{i-1}'+4hy_i'+hy_{i+1}'+3y_{i-1}-3y_{i+1}=0,\quad \left(i=\overline{1,N-1}\right)\end{aligned} \quad (5)$$

Зауважимо ще одну особливість, обумовлену тим, що при вибраному параметричному способі задання кривої (1) похідні x_i', y_i' $\left(i=\overline{1,N-1}\right)$ в (3) не можуть набувати довільних значень, оскільки вони зв'язані першим інтегралом. Дійсно, при застосуванні натурального параметру має місце рівність

$$(dx)^2+(dy)^2=(dl)^2 \quad (6)$$

Звідси випливає

$$\left(\frac{dx}{dl}\right)^2+\left(\frac{dy}{dl}\right)^2=(x')^2+(y')^2=1 \quad (7)$$

В результаті отримаємо додаткові співвідношення в'язей

$$(x_i')^2+(y_i')^2=1 \qquad \left(i=\overline{1,N-1}\right) \quad (8)$$

Таким чином, співвідношення (3), (5), (6) наближено описують криву (1), забезпечуючи неперервність самої кривої, її першої та другої похідних при $0\le l\le L$.

Постановка задачі оптимізації траєкторії свердловини

В попередньому пункті за допомогою кубічної сплайн апроксимації неперервна траєкторія плоскої свердловини представлена в дискретній формі через набір 4(N+1) вузлових значень координат x_i, y_i та їх похідних x_i', y_i' за натуральним параметром l. За їх допомогою задачі про оптимальне трасування траєкторії зводяться до задач нелінійного програмування [2,3,6,8,10]. Як відомо [1,10], найбільш поширеними типами задач оптимального управління є задачі Лагранжа, Больцано та Маєра з функціоналами, відповідно

$$\Phi=\int_{l_0}^{L}F(x,u,l)dl, \quad (9)$$

$$\Phi=\int_{l_0}^{L}F(x,u,l)dl+g\left(l_0,x(l_0),L,x(L)\right), \quad (10)$$

$$\Phi=F\left(x(L),(L)\right). \quad (11)$$

На їх основі можна формулювати та розв'язувати різні задачі, пов'язані з оптимізуванням загальної кривини, довжини, вартості та інших характеристик при різних обмеженнях на загальну форму свердловини та умовах на її кінцях. Звернемось на початку до випадку, коли потрібно мінімізувати загальну звивистість свердловини при збереженні незмінними умови на її кінцях.

$$\Phi = \int_0^L k^2(l)dl = \int_0^L \left[(x'')^2 + (y'')^2 \right] dl \to \min \tag{12}$$

Замінимо інтеграл (12) сумою інтегралів кожного з N виділених відрізків

$$\Phi = \sum_{i=0}^{N-1} \int_{l_i}^{l_{i+1}} \left[(x'')^2 + (y'')^2 \right] dl \to \min \tag{13}$$

Похідні x'', y'' в (13) обчислюються на базі рівностей (3)

$$\begin{aligned} x''(l) &= 2\frac{2(l-l_i)+h-4(l_{i+1}-l)}{h^3}x_i + 2\frac{2(l_{i+1}-l)+h-4(l-l_i)}{h^3}x_{i+1} + \\ &+ \frac{2(l-l_i)-4(l_{i+1}-l)}{h^2}x_i' + \frac{2(l-l_{i+1})+4(l-l_i)}{h^2}x_{i+1}', \\ y(l) &= 2\frac{2(l-l_i)+h-4(l_{i+1}-l)}{h^3}y_i + 2\frac{2(l_{i+1}-l)+h-4(l-l_i)}{h^3}y_{i+1} + \\ & \frac{2(l-l_i)-4(l_{i+1}-l)}{h^2}y_i' + \frac{2(l-l_{i+1})+4(l-l_i)}{h^2}y_{i+1}' \qquad \left(i=\overline{0,N-1},\ ih \le l \le (i+1)h\right) \end{aligned} \tag{14}$$

Тут, $l_i = ih,\ \ L = Nh.$

Підставляючи вираз (14) в праву частину рівності (13) та виконуючи інтегрування, отримуємо

$$\Phi = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{h}{3}\left[\left(A_i^x\right)^2 + A_i^x B_i^x + \left(B_i^x\right)^2 + \left(A_i^y\right)^2 + A_i^y B_i^y + \left(B_i^y\right)^2 \right], \tag{15}$$

Де

$$\begin{aligned} A_i^x &= \frac{6}{h^2}\left(x_i - x_{i+1}\right) + \frac{2}{h}x_i' + \frac{4}{h}x_{i+1}', \\ B_i^x &= \frac{6}{h^2}\left(-x_i + x_{i+1}\right) - \frac{4}{h}x_i' - \frac{2}{h}x_{i+1}', \\ A_i^y &= \frac{6}{h^2}\left(y_i - y_{i+1}\right) + \frac{2}{h}y_i' + \frac{4}{h}y_{i+1}', \\ B_i^y &= \frac{6}{h^2}\left(-y_i + y_{i+1}\right) - \frac{4}{h}y_i' - \frac{2}{h}y_{i+1}' \end{aligned} \tag{16}$$

Таким чином, задача мінімізації Φ в формі (15) при обмеженнях (5), (8) повністю виражена через значення x_i, y_i, x_i', y_i' $\left(i=\overline{0,N}\right)$ і може бути розв’язана методами нелінійного програмування. У випадку, що розглядається вона розв’язується методом проекції градієнта цільової функції (15) на гіперплощини лінеаризованих обмежень.

Мінімізація цільової функції методом проекції градієнта на гіперплощини лінеаризованих обмежень

Викладемо методику застосування методу проекції градієнта на лінеаризовані обмеження до задачі, що формулюється. На початку, для простоти, покладемо, що при варіюванні кривої S її кінці залишаються фіксованими. Підрахуємо вектор градієнта функції (15) для цього випадку

$$\nabla\Phi = \left[0000\ldots\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\frac{\partial\Phi}{\partial x_i'}\frac{\partial\Phi}{\partial y_i}\frac{\partial\Phi}{\partial y_i'}\ldots 0000 \right]^T \tag{17}$$

Тут верхній індекс T позначає операцію транспонування. Відмітимо також, що вісім нульових компонент цього вектора обумовлені тим, що верхній і нижній кінці траєкторії залишаються нерухомими при її варіюванні.

Частинні похідні в (17) знаходяться наступним чином

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\Phi}{\partial x_i} = \frac{24}{h^3}\left(-x_{i-1} + 2x_i - x_{i+1}\right) + \frac{12}{h^2}\left(-x'_{i-1} + x'_{i+1}\right),\\
&\frac{\partial\Phi}{\partial x'_i} = \frac{12}{h^2}\left(x_{i-1} - x_{i+1}\right) + \frac{4}{h}\left(x'_{i-1} + 4x'_i + x'_{i+1}\right),\\
&\frac{\partial\Phi}{\partial y_i} = \frac{24}{h^3}\left(-y_{i-1} + 2y_i - y_{i+1}\right) + \frac{12}{h^2}\left(-y'_{i-1} + y'_{i+1}\right),\\
&\frac{\partial\Phi}{\partial y'_i} = \frac{12}{h^2}\left(y_{i-1} - y_{i+1}\right) + \frac{4}{h}\left(y'_{i-1} + 4y'_i + y'_{i+1}\right) \qquad \left(i = \overline{1, N-1}\right)
\end{aligned} \tag{18}$$

Для зменшення функції Φ необхідно з даного *k*-го стану системи рухатись у напрямку антиградієнта $-\nabla\Phi$. При цьому, однак, для продовження збереження обмежень (5) і (6) необхідно їх лінеаризувати та антиградієнт проектувати на переріз гіперплощин утворених цими лінеаризованими рівностями. Надамо змінним x_i, y_i, x'_i, y'_i малі прирости Δx_i, Δy_i, $\Delta x'_i$, $\Delta y'_i$. Очевидно, що в силу нерухомості кінців кривої S маємо $\Delta x_0 = \Delta y_0 = \Delta x_N = \Delta y_N = 0,\ \Delta x'_0 = \Delta y'_0 = \Delta x'_N = \Delta y'_N = 0$.

Тоді при незмінних довжинах h виділених сегментів траєкторії обмеження (5) зводяться до вигляду

$$\begin{aligned}
&3\Delta x_{i-1} - 3\Delta x_{i+1} + h\Delta x'_{i-1} + 4h\Delta x'_i + h\Delta x'_{i+1} = 0,\\
&3\Delta y_{i-1} - 3\Delta y_{i+1} + h\Delta y'_{i-1} + 4h\Delta y'_i + h\Delta y'_{i+1} = 0 \quad \left(i = \overline{1, N-1}\right)
\end{aligned} \tag{19}$$

За допомогою лінеаризації рівностей (8), отримуємо ще $N-1$ умову

$$x'_i\Delta x'_i + y'_i\Delta y'_i = 0 \qquad \left(i = \overline{1, N-1}\right) \tag{20}$$

Коефіцієнти рівностей (19), (20) складають елементи матриці обмежень D розміру $m \times n$, де $m = 3\left(N-1\right) + 8$ дорівнює сумі чисел рівностей (19), (20) та восьми нульових величин на кінцях, а $n = 4\left(N+1\right)$ - число всіх геометричних величин x_i, y_i, x'_i, y'_i.

Щоб виконати матричні перетворення по проектуванню антиградієнта $-\nabla\Phi$ на обмеження (19), (20), зведемо змінні x_i, y_i, x'_i, y'_i в два масиви змінних s_i і Δs_i $\left(i = \overline{1, n}\right)$, впорядкованих наступним чином

$$\begin{aligned}
&x_i = s_{4i+1}, && x'_i = s_{4i+2},\\
&y_i = s_{4i+3}, && y'_i = s_{4i+4},\\
&\Delta x_i = s_{4i+1}, && \Delta x'_i = s_{4i+2}, && \left(i = 0, N\right)\\
&\Delta y_i = s_{4i+3}, && \Delta y'_i = s_{4i+4},
\end{aligned} \tag{21}$$

За допомогою матриці D формується матриця проектування

$$P_{n\times n} = I - D^T\left(D \cdot D^T\right)^{-1} D, \tag{22}$$

де I - одинична матриця n-го порядку.

Нехай в *k*-тому стані система визначена змінними $s_j^{(k)}$ $\left(j = \overline{1, n}\right)$. Тоді за допомогою матриці $P^{(k)}$ прирости $\Delta s_j^{(k)}$ визначаються вектором

$$\Delta s^{(k)} = P^{(k)}\nabla\Phi^{(k)} \tag{23}$$

Враховуючи, що функція Φ має бути мінімізована, малий крок $\Delta s^{(k)}$, що її зменшує, повинен бути зроблений на основі антиградієнта $-\nabla\Phi^{(k)}$. Тоді новий *k*-тий стан системи знаходиться так:

$$\Delta s^{(k+1)} = s^{(k)} - \alpha P^{(k)} \nabla \Phi^{(k)}, \tag{24}$$

де α - масштабуючий множник, що забезпечує достатню точність та збіжність процесу розрахунку.

Продовжуючи розв'язок задачі далі зі стану $k+1$, можна зменшувати функцію Φ до тих пір, поки вектор Δs буде набувати достатньо малі значення. Тут необхідно підкреслити, що вибраному способу дискретизації задачі за допомогою сплайнів, отримане число ступенів вільності $4N$ виявляється порівняно невеликим і тому в даному випадку ефекти «прокляття розмірності» не проявляються, до того ж, за вибраною апроксимацією функція кривини $k(l)$ виявляється неперервною, що пов'язано з цілим рядом позитивних факторів.

В задачах покрокової оптимізації в загальному випадку, при наявності нелінійних обмежень можуть виникати та накопичуватись, погрішності лінеаризації (нев'язки). Для їх усунення необхідно на кожному кроці процедури (24) проводити коригуючі операції. В нашому випадку вони обумовлені тільки нелінійними обмеженнями (8) та їх лінеаризацією в рівностях (20).

Ще одна перевага дискретизації, що використовується, полягає в тому, що значення всіх варійованих змінних x_i, y_i, x_i', y_i' (при формулюванні задачі в кілометрах) мають однакові порядки. Це веде до виключення «ярів» та «хребтів» на цільовій функції Φ та покращення збіжності розрахунків.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Гуляев В.И. Оптимальное управление движением механических систем Control of Mechanical Systems Motion. /В.И. Гуляев, В.А. Баженов, В.Л. Кошкин. – Киев : УМК ВО.– 1988 (in Russian).– 234с.
2. Bazaraa Mokhtar S. Nonlinear Programming: Theory and Algorithms. (3 ed) / Mokhtar S. Bazaraa. Wiley Publishing, 2013.– 872 p.
3. Bertsekas Dimitri P. Nonlinear Programming (Third ed.). / Dimitri P. Bertsekas. – Cambridge, Massachussets. Athena Scientific, 2016. – 861 p.
4. Betts J.T. Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming (2nd ed.). / J.T. Betts. – Philadelphia, Pennsylvania: SIAM Press, 2016.– 448 p.
5. Gulyayev V. Modelling Emergency Situations in the Drilling of Deep Boreholes. / Gulyayev, V., Glazunov, S., Shlyun, N., et. al. – Cambridge Scholars Publishing, 2019.– 500 p.
6. Himmelblau David M. Applied Nonlinear Programming. / David M. Himmelblau. – The University of Texas, Austin, Texas: Mc Graw-Hill Book Company, 1972.– 498 p.
7. Korn G.A. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulars for Reference and Reviews. / G.A. Korn, T.M. Korn. – General Publishing Company, 2000. – 1151 p.
8. Mordecai Avriel. Nonlinear Programming: Analysis and Methods. / Avriel Mordecai. – Dover Publishing, 2003.– 1183 p.
9. Ross I.M. A Primer on Pontryagin's Principle in Optimal Control. / Ross I.M. – Collegiate Publisher, 2009.– 102 p.
10. Ruszczynski A. Nonlinear Optimization. / A. Ruszczynski. – Princeton, NJ: Princeton University Press, 2006.– 448 p.
11. Shlyun N.V., Gulyayev, V.I. (2020).Buckling of a drill-string in two-sectional bore-holes. / N.V. Shlyun, V.I. Gulyayev // International Journal of Mechanical Sciences, – 172. – 105427.
12. Stengel, R.F. Optimal Control and Estimation. New York: Dover (Courier), 1994.– 639 p.

REFERENCES

1.Gulyayev, V.I., Bazhenov, V.A., Koshkin, V.L., (1988). *Optimal`noe upravlenie dvizheniem mekhanicheskikh sistem* [Optimal Control of Mechanical Systems Motion]. Kyiv : UMK VO [in Russian].

2.Bazaraa, Mokhtar S. (2013). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. (3 ed): Wiley Publishing.

3.Bertsekas, Dimitri P. (2016). *Nonlinear Programming* (Third ed.). Cambridge, Massachussets. Athena Scientific.

4.Betts, J.T. (2016). *Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming* (2nd ed.). Philadelphia, Pennsylvania: SIAM Press.

5.Gulyayev, V., Glazunov, S., Shlyun, N., et. al. (2019). *Modelling Emergency Situations in the Drilling of Deep Boreholes*. Cambridge Scholars Publishing.

6.Himmelblau, David M. (1972). *Applied Nonlinear Programming*. The University of Texas, Austin, Texas: Mc Graw-Hill Book Company.

7.Korn, G.A., Korn, T.M. (2000). *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulars for Reference and Reviews*. General Publishing Company.

8.Mordecai, A. (2003). *Nonlinear Programming: Analysis and Methods*. Dover Publishing.

9.Ross, I.M. (2009). *A Primer on Pontryagin's Principle in Optimal Control*. Collegiate Publisher.

10.Ruszczynski Andrze (2006). *Nonlinear Optimization. Princeton*, NJ: Princeton University Press.

11.Shlyun, N.V., Gulyayev, V.I. (2020). Buckling of a drill-string in two-sectional bore-holes. International. *Journal of Mechanical Sciences*, 172, 105427.

12.Stengel, R.F. (1994). *Optimal Control and Estimation*. New York: Dover (Courier) ISBN 0-486-68200-5.

РЕФЕРАТ

Гуляєв В.І. Проектування оптимальних траєкторій свердловин / В.І. Гуляєв, Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2021. – Вип. 1 (48).

Обговорюється задача про оптимізацію траєкторій глибоких криволінійних нафтових та газових свердловин, в якій мінімізуються загальна кривина свердловини та її довжина. Вперше запропонована дискретно-континуальна модель геометрії свердловини, на базі методу проекції градієнта на гіперплощини лінеаризованих обмежень, розроблена методика мінімізації відповідних цільових функціоналів, що дозволяють знижувати ризики виникнення позаштатних ситуацій буріння.

Показаний алгоритм зведення задачі нелінійного оптимального управління до задачі нелінійного програмування. Такий перехід досягається шляхом апроксимації траєкторій свердловини системою кубічних сплайнів, аналітичного інтегрування диференціальних рівнянь на окремих ділянках траєкторії та подальшого застосування методів теорії нелінійного програмування. Розглянутий підхід є більш алгоритмічним і дозволяє розв'язувати задачі оптимізації траєкторій свердловин при більш складних обмеженнях.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ТРАСУВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ СВЕРДЛОВИН, ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ, ЦІЛЬОВІ ФУНКЦІЇ, НЕЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ.

ABSTRACT

Gulyayev V.I., Shlyun N.V. Optimal design of boreholes trajectories. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2021. – Issue 1 (48).

The problem of optimizing the trajectories of deep curved oil and gas wells, in which the total curvature of the well and its length is minimized, is discussed. For the first time, a discrete-continuum model of the well geometry was proposed, based on the method of projection of a gradient on the hyperplane of linearized constraints, a method was developed for minimizing the corresponding target functionals, which would reduce the risks of emergency drilling situations.

An algorithm for reducing the problem of nonlinear optimal control to the problem of nonlinear programming is shown. Such a transition is achieved by approximating the well trajectories with a system of cubic splines, analytically integrating differential equations in separate sections of the trajectory, and further applying the methods of nonlinear programming theory. The considered approach is more algorithmic and allows solving problems of well trajectory optimization under more complex constraints.

KEYWORDS: WELL TRACKING, OPTIMAL CONTROL PROBLEM, OBJECTIVE FUNCTIONS, NONLINEAR PROGRAMMING.

РЕФЕРАТ

Гуляев В.И. Проектирование оптимальных траекторий скважин / В.И. Гуляев, Н.В. Шлюнь // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К.: НТУ, 2021. – Вып. 1 (48).

Обсуждается задача об оптимизации траекторий глубоких криволинейных нефтяных и газовых скважин, в которой минимизируются общая кривизна скважины и ее длины. Впервые предложена дискретно-континуальная модель геометрии скважины, на базе метода проекции градиента на гиперплоскости линеаризированных ограничений, разработана методика минимизации соответствующих целевых функционалов, позволяющих снижать риски возникновения нештатных ситуаций бурения.

Показан алгоритм сведения задачи нелинейного оптимального управления к задаче нелинейного программирования. Такой переход достигается путем аппроксимации траекторий скважины системой кубических сплайнов, аналитического интегрирования дифференциальных уравнений на отдельных участках траектории и дальнейшего применения методов теории нелинейного программирования. Рассмотренный подход является более алгоритмичным и позволяет решать задачи оптимизации траекторий скважин при более сложных ограничениях.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ТРАССИРОВКА ТРАЕКТОРИЙ СКВАЖИН, ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ, ЦЕЛЕВЫЕ ФУНКЦИИ, НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.

АВТОРИ:

Гуляєв Валерій Іванович, доктор технічних наук, Національний транспортний університет, професор, e-mail: valery@gulyayev.com.ua, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-5388-006X.

Шлюнь Наталія Володимирівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, доцент, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0003-1040-8870.

AUTHORS:

Gulyayev V.I., Dr. Sci., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: valery@gulyayev.com.ua, orcid.org/0000-0002-5388-006X

Shlyun N.V., Ph.D., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

АВТОРЫ:

Гуляев Валерий Иванович, доктор технических наук, Национальный транспортный университет, профессор, e-mail: valery@gulyayev.com.ua, тел. +38(044) 280-71-09, Украина, 01103, г. Киев, ул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-5388-006X.

Шлюнь Наталия Владимировна, кандидат технических наук, Национальный транспортный университет, доцент, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +38(044) 280-71-09, Украина, 01103, г. Киев, ул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0003-1040-8870.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Мозговий В. В., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри дорожньо-будівельних матеріалів і хімії, Київ, Україна.

REVIEWERS:

Gaidaichuk V.V., Dr. Sc. (Engineering), Professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Mozgovyy V.V., Dr. Sci., (Engineering), Professor, National Transport University, Head of Department of Road Construction Materials and Chemistry, Kyiv, Ukraine.