

СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КОНСТРУКЦІЙ ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ ПІД ДІЄЮ ТРАНСПОРТНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Білобрицька О.І., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, o.bilobrytska@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6751-6592

Куцман О.М., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, kutsmans@ukr.net, orcid.org/0000-0002-4510-4570

FINITE ELEMENT MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF PAVE STRUCTURES UNDER THE ACTION OF TRANSPORT LOADS

Bilobrytska O.I., Ph. D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, o.bilobrytska@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6751-6592

Kutsman A.M., Ph. D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, kutsmans@ukr.net, orcid.org/0000-0002-4510-4570

Постановка проблеми.

Підвищення довговічності конструкцій дорожнього одягу є одним з пріоритетних напрямів дорожньої галузі. В практиці проектування і будівництва автомобільних доріг та мостів останнім часом широко використовуються нові матеріали з більш досконалішими міцнісними, зносостійкими і термостійкими властивостями, створюються нові конструкції дорожніх одягів, які включають різноманітні підкріплюючі і армуючі елементи. Це пов'язано як з глобальною зміною клімату, так і світовою тенденцією росту параметрів транспортного навантаження. Тому в останні роки все ширше використовують конструкції дорожнього одягу, в яких застосовують армуючі стрижні із різноманітних матеріалів: металевих, склопластикових, базальтових, полімерних та ін. Однак найбільш поширені дефекти у вигляді температурних концентраторів, які суттєво впливають на напружено-деформований стан конструкцій дорожнього одягу, при проектуванні покриттів доріг та виконанні ремонтних робіт не враховуються і на сьогоднішній день. Тому є актуальним і доцільним здійснити математичне моделювання термонапруженого стану неоднорідних конструкцій покриттів доріг і мостів протягом всього життєвого циклу з метою підвищення їх міцності та довговічності.

Розтріскування асфальтобетонного покриття автомобільних доріг, викликане низькими температурами і дією транспортних навантажень, є однією з основних причин їх передчасного руйнування. У процесі експлуатації дороги наявність тріщини призводить до зниження несної здатності монолітних шарів, а також і до проникнення через неї вологи в конструкцію дорожнього одягу і ґрунтового полотна. Моделювання напружено-деформованого стану дозволить оцінити вірогідність утворення тріщин, сприяти їх прогнозуванню та зниженню рівня негативного впливу на міцність і довговічність системи.

Метод скінченних елементів в механіці твердого деформівного тіла.

Класичний підхід до розгляду напружено-деформованого стану певної ділянки споруди потребує аналізу нескінченно малого елемента цієї системи. В цьому випадку задача зводиться до диференціального рівняння в частинних похідних. У замкненому вигляді розв'язання диференціального рівняння не завжди можливе, тому застосовують різні наближені методи. Одним із таких методів є метод скінченних різниць. Існує інший підхід до розв'язування задачі дискретизацією суцільного середовища об'єкта через розрахунок деякої кількості елементів скінченних розмірів та дослідження напружено-деформованого стану таких елементів, названих скінченними елементами (СЕ). Такий підхід розв'язування задач будівельної механіки називають методом скінченних елементів (МСЕ). Цей метод поширений завдяки застосуванню комп'ютерів.

Розглядаючи об'єкт як сукупність елементів скінченних розмірів, ми переходимо від системи з нескінченною кількістю параметрів напружено-деформованого стану до системи зі скінченною кількістю параметрів.

В методі скінченних елементів суцільна область W , яку займає конструкція, що має нескінченне число ступенів вільності, апроксимується дискретною моделлю, яка складається з сукупності підобластей (скінченних елементів), що мають скінченне число ступенів вільності та взаємодіють між собою тільки в вузлових точках.

Однією з найважливіших характеристик скінченно-елементної моделі є максимальний діаметр елементів

$$h = \max_e \left(\sup_{x, y \in \Omega_e} |x - y| \right)$$

з яким часто пов'язують оцінки похибки методу. Інакше кажучи, h – це мінімальний діаметр кулі, в яку можна вкласти будь-який скінченний елемент розрахункової схеми. Крім того, зазвичай припускається, що при нескінченному зменшенні діаметру, тобто при $h \rightarrow 0$, дотримуються наступні умови регулярності – в кожний скінченний елемент можна вкласти кулю радіусу $r \leq Ch$, де константа C не залежить від h . Це оберігає від використання так званих голчастих елементів (дуже витягнутих прямокутників, трикутників з дуже маленькими кутами і т.п.).

Якщо зафіксувати всі параметри скінченно-елементної розрахункової моделі, за виключенням розміру скінченних елементів h , то можна уявити, що, змінюючи цей розмір, ми отримаємо послідовність наближених розв'язків задачі u_h . Коли кажуть про збіжність МСЕ, то мають на увазі, що послідовність прямує до точного розв'язку задачі u^* , коли $h \rightarrow 0$.

Скінченні елементи з'єднуються між собою в окремих точках – вузлах. В одному вузлі можуть з'єднуватися кілька скінченних елементів. Вузлам скінченного елемента надають додаткових в'язей, кількість яких визначається особливостями певної задачі. Найпростішим скінченним елементом є стержень для стержневих систем (балки, рами, ферми). Для площин скінченні елементи можуть бути у вигляді трикутника, прямокутника та інших фігур.

Умовами об'єднання скінченних елементів у загальну систему є рівняння рівноваги у вузлах реакцій в'язей та зовнішніх вузлових навантажень, а також умови суцільності переміщень у вузлах. Останні задовольняються автоматично. Кількість рівнянь рівноваги визначається спільною кількістю ступенів вільності цієї системи чи кількістю шуканих переміщень у вузлах.

Отже, замість диференціального рівняння задача зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв'язавши систему рівнянь, визначають вузлові переміщення, а через них – усі компоненти напружено-деформованого стану.

Загальноприйняте формулювання методу скінченних елементів припускає відшукування поля переміщень і тим самим пов'язане з мінімізацією потенціальної енергії системи при пошуку вузлових значень вектора переміщень. Після того як переміщення будуть визначені, можна обчислити компоненти тензорів деформацій і напружень.

Просторові (об'ємні) скінченні елементи.

Повна потенціальна енергія пружної системи може бути розділена на дві частини, одна з яких відповідає енергії деформацій в тілі, а друга визначається потенціальною енергією масових сил і прикладених поверхневих сил. У відповідності з цим запишемо повну потенціальну енергію у вигляді

$$\Pi = E + W_p, \quad (1)$$

де E – енергія деформацій, а W_p – потенціальна енергія прикладених сил.

Робота зовнішніх сил протилежна за знаком їх потенціальній енергії:

$$W = -W_p, \quad (2)$$

Із формул (1) і (2) отримуємо

$$\Pi = E - W. \quad (3)$$

Після розбиття області на елементи рівність (3) записується у вигляді суми

$$\Pi = \sum_{e=1}^E (E^{(e)} + W^{(e)}) = \sum_{e=1}^E \pi^{(e)}. \quad (4)$$

Енергія деформації нескінченно малого об'єму dV визначається формулою

$$dE = \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} - \frac{1}{2} \{\varepsilon_0\}^T \{\sigma\}, \quad (5)$$

де $\{\varepsilon\}$ – повна деформація, а $\{\varepsilon_0\}$ – початкова деформація. Величина dE визначається густиною енергії деформації, а повна енергія деформації отримується інтегруванням цієї величини по об'єму тіла:

$$E = \int_V \frac{1}{2} (\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} - \{\varepsilon_0\}^T \{\sigma\}) dV. \quad (6)$$

Вигляд векторних стовпців $\{\varepsilon\}$ і $\{\sigma\}$ залежить від того, яка задача розв'язується. Наприклад для двовимірного випадку плоскої деформації ці вектор-стовпці мають вигляд

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\}^T &= [\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \gamma_{xy}], \\ \{\sigma\}^T &= [\sigma_{xx} \sigma_{yy} \tau_{xy}]. \end{aligned}$$

В основі теорії пружності лежать два важливих співвідношення: закон Гука, який пов'язує компоненти тензорів напружень та деформацій, і співвідношення зв'язку між деформаціями і переміщеннями. Закон Гука в загальній формі має вигляд

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} - [D]\{\varepsilon_0\}, \quad (7)$$

де $[D]$ містить пружні константи матеріалу. Співвідношення зв'язку між деформаціями і переміщеннями записується у вигляді

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial \varpi}{\partial z}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \varpi}{\partial y}, & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \varpi}{\partial x}, \end{aligned} \quad (8)$$

де u , v та ϖ – компоненти переміщень у напрямку координатних осей x , y і z відповідно. Ці компоненти переміщень виражаються через вузлові значення наступним чином:

$$\{u\} = [N]\{U\}. \quad (9)$$

Тут $[N]$ – матриця функцій форми

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \varpi \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k & 0 \\ 0 & 0 & N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{3i-2} \\ U_{3i-1} \\ U_{3i} \\ U_{3j-2} \\ U_{3j-1} \\ U_{3j} \\ U_{3k-2} \\ U_{3k-1} \\ U_{3k} \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

За допомогою формул (8) виражається вектор деформації $\{\varepsilon\}$ через вузлові переміщення $\{U\}$. Загальна форма цих співвідношень така:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\}. \quad (11)$$

Тут $[B]$ – матриця, яка отримується диференціюванням належним чином матриці $[N]$. Фактичні значення коефіцієнтів матриці $[B]$ залежать від вигляду елементів, що використовується, і від типу розглядуваної задачі. Тому точне визначення $[B]$ буде відкладено до розгляду конкретних прикладів.

Енергія деформації $E^{(e)}$ окремого елемента за допомогою формул (7) і (11) може бути записана в наступному вигляді

$$E^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} \left(\{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{U\} - 2 \{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] \{\varepsilon_0^{(e)}\} + \{\varepsilon_0^{(e)}\}^T [D^{(e)}] \{\varepsilon_0^{(e)}\} \right) dV. \quad (12)$$

Останній доданок в (12) не залежить від вузлових значень $\{U\}$, тому він не впливає на процес мінімізації і в подальших посиланнях на (12) не прийматиметься до уваги.

Робота, яка здійснюється зовнішніми силами, може бути розділена на три різні частини: робота W_c , що здійснюється зосередженими силами, робота W_p , яка отримується в результаті дії компонент напружень на зовнішній стороні поверхні, робота W_b , яка здійснюється масовими силами.

Роботу зосереджених сил легко визначити, якщо в кожній точці прикладання зосередженої сили розмістити вузол. Робота зосередженої сили дорівнює добутку величини цієї сили на довжину шляху, на якому ця сила діє. Таким чином, робота окремої сили дорівнює $P \cdot U$. Позначаючи вузлові точки через $\{P\}$, а вузлові переміщення через $\{U\}$, здійснену роботу можна записати у вигляді добутку матриць:

$$W_c = \{U\}^T \{P\} = \{P\}^T \{U\}. \quad (13)$$

Це означення передбачає, що сили розкладені на компоненти, паралельні компонентам переміщень. Ця частина повної роботи не входить в суму (4), так як розглянуті сили зосереджені у вузлах.

Робота об'ємних сил X , Y , Z подається формулою

$$W_b^{(e)} = \int_{V^{(e)}} (uX + vY + wZ) dV, \quad (14)$$

де u , v та w – компоненти вектора переміщень всередині елемента по осям x , y і z відповідно. Інтеграл тут необхідний, так як u , v та w разом з X , Y , Z можуть змінюватися всередині елемента. Використовуючи рівність (9), формулу (14) можна переписати у вигляді

$$W_b^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \\ Z^{(e)} \end{Bmatrix} dV, \quad (15)$$

Робота поверхневих сил визначається наступним чином:

$$W_p^{(e)} = \int_{S^{(e)}} (up_x^{(e)} + vp_y^{(e)} + wp_z^{(e)}) dS, \quad (16)$$

де u , v та w – компоненти вектора переміщень, а p_x , p_y і p_z – компоненти вектора напружень, паралельні координатним осям x , y і z .

Порівняння формул (16) і (14) показує, що вони ідентичні по формі. Тому

$$W_p^{(e)} = \int_{S^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \\ p_z^{(e)} \end{Bmatrix} dS. \quad (17)$$

Використовуючи формули (4), (12), (13), (15) і (17) отримуємо вираз для повної потенціальної енергії:

$$\begin{aligned} \Pi = \sum_{e=1}^E \left[\int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} \{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{U\} dV - \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] \{\varepsilon_0^{(e)}\} dV - \right. \\ \left. - \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \\ Z^{(e)} \end{Bmatrix} dV - \int_{S^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \\ p_z^{(e)} \end{Bmatrix} dS \right] - \{U\}^T \{P\}. \quad (18) \end{aligned}$$

Щоб мінімізувати величину Π , продиференціюємо вираз (18) по $\{U\}$ і прирівняємо результат до нуля.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} = \sum_{e=1}^E \left[\int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV \{U\} - \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] \{\varepsilon_0\} dV - \right. \\ \left. - \int_{V^{(e)}} [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \\ Z^{(e)} \end{Bmatrix} dV - \int_{S^{(e)}} [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \\ p_z^{(e)} \end{Bmatrix} dS - \{P\} \right] = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Інтеграли у формулі (19) визначають для кожного елемента вектор навантажень $\{f^{(e)}\}$ і матрицю жорсткості $[k^{(e)}]$, які можна об'єднати наступним чином:

$$\frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \{U\}} = [k^{(e)}] \{U\} + \{f^{(e)}\}. \quad (20)$$

Тут $[k^{(e)}]$ – об'ємні інтеграли виду

$$[k^{(e)}] = \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV, \quad (21)$$

а $\{f^{(e)}\}$ – сума декількох інтегралів:

$$\begin{aligned} [f^{(e)}] = - \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] \{\Delta T^{(e)}\} dV - \\ - \int_{V^{(e)}} [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \\ Z^{(e)} \end{Bmatrix} dV - \int_{S^{(e)}} [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \\ p_z^{(e)} \end{Bmatrix} dS - \{P\} = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Матриця жорсткості елемента (21) не містить поверхневого інтегралу, який зустрічається в задачах теорії поля.

Глобальна матриця жорсткості $[K]$ і глобальний вектор-стовпець $\{F\}$ в матричному рівнянні

$$[K] \{U\} = \{F\} \quad (23)$$

подаються співвідношеннями

$$[K] = \sum_{e=1}^E [k^{(e)}], \quad (24)$$

$$\{F\} = - \sum_{e=1}^E [f^{(e)}]. \quad (25)$$

Аналіз впливу ефекту розшарування на напружено-деформований стан покриття під дією транспортного навантаження.

Дослідимо характер розподілу зон розтягуючих і зсувних напружень під колесами великовантажного автомобіля з метою аналізу впливу накладення полів напружень в залежності від міжосьових відстаней « a » і « b » і відстаней між колесами « c » і « d », а також наявності тріщин. Будемо вважати, що відповідно до загальноприйнятої методики [1] і результатів натурних спостережень пляма від контакту колеса з поверхнею дорожнього покриття (Рис. 1) являє собою прямокутник (Рис. 2), ширина « e » якого визначається конструкцією колеса і не змінюється зі зміною навантаження на колесо, а висота « f » залежить від цього навантаження так, що рівнодіюча P контактного тиску « p » дорівнює силі, що діє на колесо, тобто

$$P = p \cdot e \cdot f.$$

Тут p – тиск в пневматиці.

Прийемо, що P і p відомі, тоді висота « f » плями визначається рівністю

$$f = P / (p \cdot e).$$

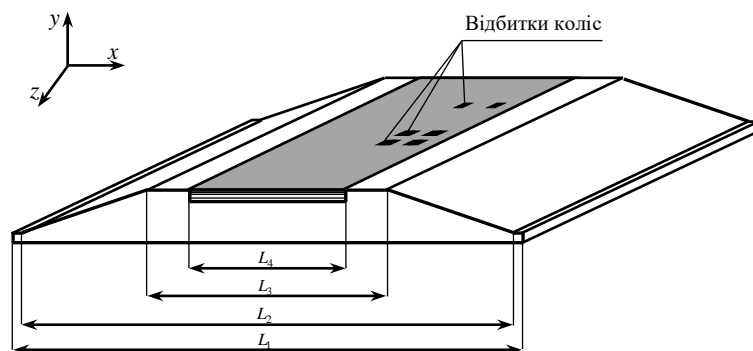


Рисунок 1 – Конструктивна схема дорожнього масиву
Figure 1 – Structural scheme of the road array

Представлена задача є тривимірною. Для її розв'язання необхідно площинами $x = const$, $y = const$, $z = const$ виділити із загального неоднорідного шаруватого масиву прямокутний паралелепіпед і, задавши відповідні граничні умови на відповідних граничних площинах, розв'язати відповідні рівняння теорії пружності чисельним методом.

При побудові цих рівнянь врахуємо, що швидкості поширення хвиль пружних деформацій в масиві, що розглядається, набагато перевищують швидкості руху автомобілів. Тому навантаження від сил тяжіння рухомого транспортного засобу можна вважати квазістатичним і задачу формулювати в статичній постановці [2, 3].

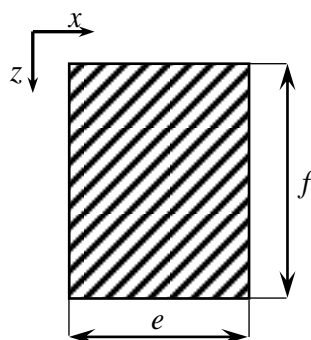


Рисунок 2 – Схема плями контакту між колісним пневматиком і поверхнею покриття
Figure 2 – Diagram of the contact patch between the wheel tire and the pavement surface

Вважаємо, що конструкція дороги складається з чотирьох шарів, що лежать на ґрунтовій основі (Рис. 1). Надамо їм номери 1-4 в порядку слідування зверху вниз, номер 5 присвоїмо ґрунтовій основі. Тоді в межах кожного фрагменту 1-5 дороги задовольняються рівняння пружної рівноваги [4, 5, 6].

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Тут σ_x , σ_y , σ_z – відповідні нормальні напруження, τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} – дотичні напруження. Вони обчислюються за допомогою рівностей

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \lambda \Delta + 2G \varepsilon_i, \\ \tau_{ij} &= \tau_{ji} = G \gamma_{ij} = G \gamma_{ji}, \end{aligned} \quad (27)$$

де λ і G – сталі Ламе, які виражаються через модуль пружності E і коефіцієнт Пуассона ν формулами

$$\lambda = \frac{\mu E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)},$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$
(28)

Використані в рівностях (27) символи визначаються:

$$\Delta = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial u_j}{\partial i} + \frac{\partial u_i}{\partial j},$$

$$\varepsilon_i = \frac{\partial u_j}{\partial i}.$$
(29)

де $i, j = x, y, z$.

На вільних площинах шару 1 і ґрунтовому масиві задані умови рівності нулю нормальних і дотичних напружень

$$\sigma_y = 0, \quad \tau_{yx} = \tau_{yz} = 0.$$
(30)

У межах плями контактної взаємодії напруження σ_y дорівнює тиску p в пневматиці, тому

$$\sigma_y = -p.$$
(31)

На площинах зчленування суміжних шарів, а також четвертого шару з ґрунтовою основою задавалися умови неперервності переміщень

$$u_{i-1} = u_i, \quad v_{i-1} = v_i, \quad w_{i-1} = w_i \quad (i = 2, 3, \dots, 5).$$
(32)

Розглянуті випадки, коли між усіма шарами конструкції здійснюються умови неперервного контакту і виконуються умови (32), а також коли на частини площини контакту між першим і другим шарами під вертикальним навантаженням відбулося розшарування конструкції і замість умов (32) мають місце умови контакту

$$v_1 = v_2, \quad \tau_{xy,1} = \tau_{xy,2} = 0, \quad \tau_{yz,1} = \tau_{yz,2} = 0.$$
(33)

Для розв'язання задачі був використаний метод скінченних елементів [7]. При цьому виділений для розрахунків шаруватий масив розбивався на тривимірні скінченні елементи (Рис. 3) і система диференціальних рівнянь замінювалася системою алгебраїчних скінченно-елементних рівнянь [8, 9]

$$[K_u]\{u\} = \{q\},$$
(34)

сформованих з урахуванням граничних рівнянь (30) – (32). Тут $[K_u]$ – матриця жорсткості для скінченно-елементної моделі всього пружного масиву, $\{u\}$ – вектор вузлових переміщень, $\{q\}$ – вектор навантаження.

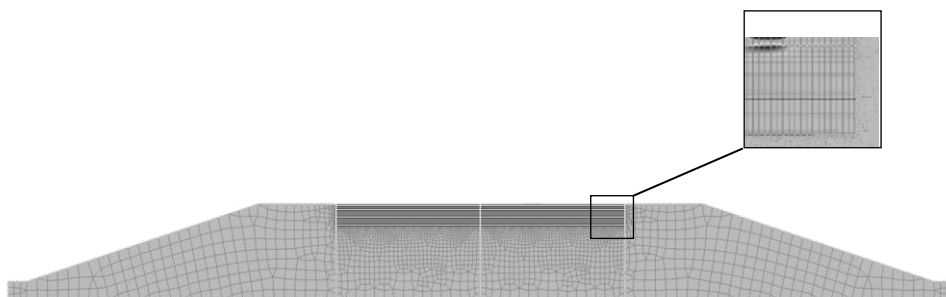


Рисунок 3 – Скінченно-елементна модель перерізу дорожнього масиву
Figure 3 – Finite element model of the section of the road array

В результаті розв'язання цієї системи обчислювалися деформації у всіх вузлах скінченно-елементної моделі і будувалися поля напружень. Обробка результатів обчислень проводилася із застосуванням спеціально розробленого постпроцесора, що дозволяє кожному знайденому значенню шуканої функції ставити у відповідність кольоровий мазок на виділеному полі і за допомогою кольорової шкали ідентифікувати їх величини.

Результати чисельного аналізу.

Для аналізу обрано чотиришарова конструкція дорожнього покриття з габаритними розмірами $L_1 = 24,5$ м, $L_2 = 23,5$ м, $L_3 = 11,5$ м, $L_4 = 7,5$ м. Матеріали шарів, їх товщини і механічні властивості обрані наступними: шар 1 – асфальтобетон дрібнозернистий, $h = 0,05$ м, $E = 5 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0,2$; шар 2 – асфальтобетон пористий крупнозернистий, $h = 0,1$ м, $E = 1,4 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0,25$; шар 3 – щебінь, $h = 0,2$ м, $E = 0,4 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0,3$; шар 4 – пісок, $h = 0,2$ м, $E = 0,1 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0,3$; ґрунт – $h = 2,5$ м, $E = 0,1 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0,35$.

Для розрахунку виділений масив дороги довжиною $l = 1,8$ м. Скінченно-елементна схема перетину конструкції дороги представлена на Рис. 3. Загальна кількість скінченних елементів для неї склало 331104, число вузлів – 236475, число шуканих невідомих – 687633.

З урахуванням того, що розглянута система має симетрію відносно площини $z = 0$, яка проходить через осьову лінію коліс, для розрахунку виділений масив дороги, обмежений площинами $z = 0$ і $z = 1,8$ м. У математичній моделі на цих площинах задавалися граничні умови симетрії.

На Рис. 4 представлено поле напружень σ_x від дії двох коліс, орієнтація яких показана на кубіку в лівому верхньому куті. Обчислення свідчать, що найбільші напруження σ_x мають місце в верхніх волокнах першого шару і вони являються стискаючими (від'ємними). Зони цих напружень виділені прямокутним контуром. В ньому $\sigma_{x,max} = -3649$ кПа. При цьому в нижніх волокнах другого шару досягаються максимальні розтягуючі напруження, які однак, по модулю суттєво менші за стискаючі і дорівнюють $\sigma_{x,max} = 813$ кПа. Розшарування конструкції між першим і другим шарами приводить до суттєвої перебудови полів напружень σ_x . Було прийнято, що ширина зони розшарування складає 2,9 м і знаходиться під плямами контакту коліс з дорогою.

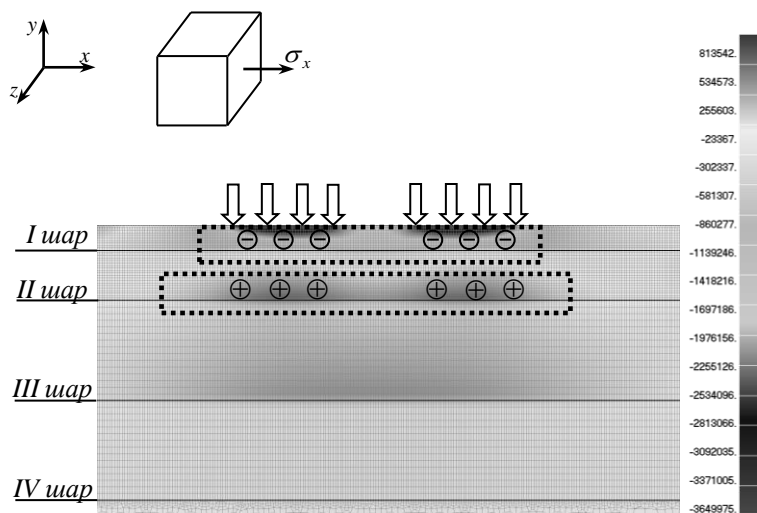


Рисунок 4 – Поле напружень σ_x у перерізі дорожнього покриття

Figure 4 – Stress field σ_x in the section of the pavement

Наприкінці зазначимо, що як впливає з результатів розрахунку, розшарування дорожнього покриття між першим і другим шаром приводить до помітного збільшення як дотичних, так і нормальних розтягуючих напружень, що є найбільш небезпечним для асфальтобетонних матеріалів. Тому при моделюванні полів напружень в реальних конструкціях повинні бути враховані відповідні значення конструктивних параметрів, характеристики механічних властивостей, а також розміри і місця розташування зон розшарування. В результаті розрахунків повинні бути встановлені найбільш несприятливі комбінації цих характеристик.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Litton R.L., Tsai F.L., Lee S.I., Luo R., Hu S., Zhou F. «Models for Predicting Reflection Cracking of Hot-Mix Asphalt Overlays» Research Report 669, Texas Transportation Institute, Texas A&M University, College Station, Texas, 2010. P.61.
2. Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В., Білобрицька О.І., Баран С.А. Концентрація напружень в околі вертикальних тріщин дорожніх покриттів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2021. – Вип. 106. – С. 41-53.
3. Гуляєв В.І., Гайдайчук В.В., Мозговий В.В., Густелєв О.О., Заєць Ю.О., Шевчук Л.В., Шлюнь Н.В., Термопружний стан багат шарових дорожніх покриттів // Монографія – К.: НТУ, 2018. – 252с.
4. Коваленко А.Д. Основы термоупругости/А.Д. Коваленко. – Киев: Наукова Думка, 1970. – 239с.
5. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. – М.: Мир, 1970. – 256 с.
6. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975 – 872 с.
7. Перельмутер А. В., Сливнер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 600 с.
8. Баран С.А., Білобрицька О.І., Бондар В.М., Куцман О.М., Шевчук Л.В. Вплив коливання температури в асфальтобетонних шарах на напружено-деформований стан дорожнього одягу // Науково-технічний збірник «Автомобільні дороги і дорожнє будівництва». — 2021. — Вип. 110. – С. 11 – 18.
9. Шлюнь Н.В., Білобрицька О.І. Сингулярно збурені задачі термомеханіки шаруватих дорожніх покриттів// Вісник Національного транспортного університету. – 2020. – №. 1(46). – С. 455-461.

REFERENCES

1. Litton R.L., Tsai F.L., Lee S.I., Luo R., Hu S., Zhou F. «Models for Predicting Reflection Cracking of Hot-Mix Asphalt Overlays» Research Report 669, Texas Transportation Institute, Texas A&M University, College Station, Texas, 2010. P.61.
2. Haidaichuk V.V., Shevchuk L.V., Bilobrytska O.I., Baran S.A. (2021). *Kontsentratsiia napruzhen v okoli vertykalnykh trishchyn dorozhnykh pokryttiv – Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. Zbirn, 106, 41-53 [in Ukrainian].*
3. Huliaiev V.I., et. al. (2018). *Termoprzhnyi stan bahatosharovykh dorozhnykh pokryttiv – Monohrafiia, 252 [in Ukrainian].*
4. Kovalenko A.D. (1970) *Osnovy termoupruhosty, 239 [in Russian].*
5. Novatskyi V. (1970) *Dynamycheskye zadachy termoupruhosty, 256 [in Russian].*
6. Novatskyi V. (1975) *Teoriya upruhosty, 872 [in Russian].*
7. Perelmutter A. V., Slyvner V.Y. (2007) *Raschetnye medely sooruzheniy y vozmozhnost ykh analiza, 600 [in Russian].*
8. Baran S.A., Bilobrytska O.I. et. al. (2021) *Vplyv kolyvannia temperatury v asfaltobetonnykh sharakh na napruzhenno-deformovanyi stan dorozhnoho odiahu – Naukovo-tekhnichnyi zbirnyk «Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstva», 110, 11 – 18 [in Ukrainian].*
9. Shliun N.V., Bilobrytska O.I. (2020) *Synhuliarno zbureni zadachi termomekhaniky sharuvatykh dorozhnykh pokryttiv – Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu, 1(46), 455-461 [in Ukrainian].*

РЕФЕРАТ

Білобрицька О.І. Скінченно-елементне моделювання напружено-деформованого стану конструкцій дорожнього одягу під дією транспортних навантажень / О.І. Білобрицька, О.М. Куцман // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий журнал. – К. : НТУ, 2022. – Вип. 1 (51).

Розглядається задача про математичне моделювання напружено-деформованого стану неоднорідних конструкцій покриттів доріг і мостів протягом всього життєвого циклу з метою підвищення міцності їх довговічності.

Описано класичний підхід до розгляду напружено-деформованого стану певної ділянки споруди за допомогою аналізу нескінченно малого елемента цієї системи. Задача зводиться до диференціального рівняння в частинних похідних, яке розв'язується із застосуванням наближених методів. До розв'язування задачі застосовується підхід дискретизації суцільного середовища об'єкта через розрахунок деякої кількості елементів скінченних розмірів та дослідження напружено-деформованого стану таких елементів, названих скінченними елементами (СЕ). Такий підхід розв'язування задач будівельної механіки називають методом скінченних елементів (МСЕ).

Досліджується характер розподілу зон розтягуючих і зсувних напружень під колесами великовантажного автомобіля з метою аналізу впливу накладення полів напружень в залежності від міжосьових відстаней і відстаней між колесами, а також наявності тріщин.

Зазначимо, що розшарування дорожнього покриття між першим і другим шаром приводить до помітного збільшення як дотичних, так і нормальних розтягуючих напружень, що є найбільш небезпечним для асфальтобетонних матеріалів. Тому при моделюванні полів напружень в реальних конструкціях повинні бути враховані відповідні значення конструктивних параметрів, характеристики механічних властивостей, а також розміри і місця розташування зон розшарування. В результаті розрахунків повинні визначатися найбільш несприятливі комбінації цих характеристик.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ, НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН, ДОРОЖНЯ КОНСТРУКЦІЯ, ПОЛЕ НАПРУЖЕНЬ.

ABSTRACT

Bilobrytska O.I., Kutsman A.M. Finite element modeling of the stress-strain state of pave structures under the action of transport loads. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific journal. – Kyiv: National Transport University, 2022. – Issue 1 (51).

The problem of mathematical modeling of the stress-strain state of inhomogeneous structures of pavements of roads and bridges throughout the entire life cycle is considered in order to increase their strength and durability.

A classical approach to the consideration of the stress-strain state of a certain section of a structure by analyzing an infinitesimal element of this system is described. The problem is reduced to a partial differential equation, which is solved using approximate methods. To solve the problem, an approach is used to discretize the continuous medium of an object through the calculation of a certain number of elements of finite sizes and the study of the stress-strain state of such elements, called finite elements (FE). This approach to solving structural mechanics problems is called the finite element method (FEM).

The nature of the distribution of tensile and shear stress zones under the wheels of a heavy-duty vehicle is studied in order to analyze the influence of the superposition of stress fields depending on the center distances and distances between the wheels, as well as the presence of cracks.

Note that the delamination of the pavement between the first and second layers leads to a noticeable increase in both contiguous and normal tensile stresses, which is the most dangerous for asphalt concrete materials. Therefore, when modeling stress fields in real structures, the corresponding values of design parameters, characteristics of mechanical properties, sizes and locations of delamination zones should be taken into account. As a result of the calculations, the most unfavorable combinations of these characteristics should be determined.

KEY WORDS: FINITE ELEMENT METHOD, STRESS-STRAIN STATE, ROAD STRUCTURE, STRESS FIELD.

АВТОРИ:

Білобрицька Олена Іванівна, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: o.bilobrytska@ntu.edu.ua, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-6751-6592.

Кутцман Олександр Михайлович, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, доцент кафедри дорожньо-будівельних матеріалів і хімії e-mail: kutsmans@ukr.net, тел. +38(044) 285-95-28, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, <https://orcid.org/0000-0002-4510-4570>.

AUTHORS:

Bilobrytska O.I., Ph.D., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: o.bilobrytska@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6751-6592.

Kutsman A.M., Ph. D., National Transport University, tel. +38(044) 285-95-28, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: kutsmans@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0002-4510-4570>.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Мозговий В. В., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри дорожньо-будівельних матеріалів і хімії, Київ, Україна.

REVIEWERS:

Gaidaichuk V.V., Dr. Sc. (Engineering), Professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Mozgovyy V.V., Dr. Sci., (Engineering), Professor, National Transport University, Head of Department of Road Construction Materials and Chemistry, Kyiv, Ukraine.