

ОПТИМАЛЬНЕ ТРАСУВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ ГЛИБОКИХ СВЕРДЛОВИН МЕТОДАМИ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Гуляев В.І., доктор технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, valery@gulyayev.com.ua, orcid.org/0000-0002-5388-006X

Шлюнь Н.В., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

OPTIMAL TRACING OF DEEP BOREHOLE TRAJECTORIES BY NONLINEAR PROGRAMMING METHODS

Gulyayev V.I., Dr. Sci., National Transport University, Kyiv, Ukraine, valery@gulyayev.com.ua, orcid.org/0000-0002-5388-006X

Shlyun N.V., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

Вступ.

Останнім часом суттєві перепади цін на нафту та газ призводять до нових вимог щодо питань забезпечення ефективності нафтогазової галузі. Це послужило рушійним мотивом в розвитку проривів оптимізації технологій буріння глибоких свердловин. Крім того стає все важче та важче знаходити нові перспективні нафтові та газові резервуари й навіть пошук нових репозитаріїв пов'язаний з складнішими факторами, що містять велику віддаленість нафтогазових провінцій, їх морське розташування та суворі кліматичні умови, більш глибоке пролягання шарів, високі тиски та температури, більш тверді та міцні породи та ін. Все це призводить до необхідності розробки наукових інновацій по підвищенню ефективності проектування глибоких свердловин, їх буріння та завершення.

У сучасній нафтовій та газовій індустрії бурять 2D та 3D скеровані (криволінійні) та багатостовбурні (розгалужені) свердловини. Їх вартість та продуктивність визначається їхньою довжиною, гладкістю та конфігурацією їх траєкторій. Щоб підвищити ефективність свердловини та зменшити вартість її проходки, збільшити обсяг та швидкість видобутку вуглецевого продукту, запропоновано використовувати методи прикладної математики для оптимального трасування її траєкторії.

Є багато думок щодо цієї складної та актуальної теми оптимізації свердловин. Ці міркування змінюються від проектувальника до проектувальника в залежності від цілі, яку ставить компанія в пошуках оптимального профілю та траєкторії: чи мають вони бути максимально простими, щоб гарантувати мінімальний час її проходки або забезпечити її стійкість? Можливо необхідно забезпечити відпрацювання секцій зі зламами типу dogleg (собача нога) або ресурс керуючої системи буріння? Чи ця проблема ширше всіх розглянутих – знайти комплексний оптимум?

Для бурильних спеціалістів протягом довгого часу головною мірою для оцінки якості свердловини був час її проходки. Однак в даний час багато компаній вважають, що оцінка оптимальності свердловини на основі фактору швидкості її проходки пішло в минуле. Щоб допомогти операторам отримати максимальну віддачу свердловини, необхідно збалансувати економіку та інші драйвери, також як конфігурацію колодязя, гладкість траєкторії, точність розташування її нижнього кінця в цільовій зоні, а також вдалу установку її гирла на земній поверхні чи дні моря.

Ці проблеми можуть бути поставлені та вирішені шляхом використання методів теорії оптимального управління чи нелінійного програмування, що складають розділ прикладної математики. Для здійснення цього необхідно сформулювати математичну модель та вибрати методи оптимізації для її аналізу. Зазвичай математична модель формулюється на основі диференціальних (в простіших випадках – алгебраїчних) рівнянь, цільової функції та обмежень, що встановлюють границі змін шуканих (варіаційних) змінних []. Враховуючи наведені міркування, можна зробити висновок, що при оптимізації геометрії свердловини найбільш доцільно в якості функції цілі вибирати кривизну її траєкторії. Після її мінімізації можна конструювати оптимальну траєкторію.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

В практиці буріння перші спроби мінімізувати глобальну кривизну виконувались на базі так званого «методу мінімальної кривизни», що виходить із представлення траєкторії у вигляді комбінації

прямолинійних відрізків та дуг кола. Огляди цих робіт наведені у статтях [Amerin R., Broni Begiako E. (September, 2010) Application of minimum curvature method to well path calculations. Research journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, 2(7), 679-686; Sawaryn, S.J., Thorogood J.L. A compendium of directional calculations based on the minimum curvature method // SPE Drilling & Completion, 2005, March, – pp. 24 – 36.]

Пізніше Samuel R. [1] та Gulyayev et al [2] показали, що в місцях з'єднання прямолинійних відрізків та дуг кіл виникає концентрація великих контактних та фрикційних сил та за цією обставиною цей метод неможна вважати оптимальним. Тим не менш підхід, пов'язаний з мінімізацією глобальної кривизни траєкторії свердловини може бути визнаний доволі раціональним, оскільки згладжування траєкторії дозволяє:

- скоротити довжину траєкторії;
- зменшити її звивистість та за рахунок цього подавити сили контактної та фрикційної взаємодії між поверхнями свердловини та труби;
- за допомогою цього зменшити сили опору, що діють на бурильну колону при виконання спуско-підйомних операцій та завершень свердловини;
- скоротити затрати енергії привідного механізму на виконання цих операцій;
- уникнути ефекти випинання бурильної колони та її прихвату.

Крім того в більш коротких та гладких свердловинах реалізуються більш сприятливі умови для аеро- та гідродинамічних процесів. В них сили аеро- та гідродинамічної природи зменшуються як при бурінні, так і в процесі експлуатації. На додачу, зменшуються швидкості утворення тромбів та закупорки осадження високомолекулярними парафінами, піробітуленами, нафто-газовими дьогтями та піском. В кінці, в оптимізованих свердловинах легше забезпечити більш просту та якісну очистку.

Математична модель ітераційної оптимізації траєкторії свердловини

Проблема оптимізації криволінійних траєкторій для геометричних та механічних систем представляє найбільш розвинений розділ теорії оптимального управління. Вона складається з класичних методів диференціального та варіаційного числення, розроблених Л. Ейлером і Дж. Лагранжем та розвинених в роботах Р. Белмана, Л. Понтрягіна та їх учнів [1-8]. З її використанням в статті [В.І. Гуляєв, С.М. Глазунов, О.М. Андрусенко] була поставлена та розв'язана проблема оптимізації траєкторії свердловини. Її математична модель включає інтегральну функцію цілі, що базується на диференціальній рівності для функції кривизни, та систему обмежень, поданих у формі диференціальних та алгебраїчних рівнянь. Для побудови оптимальної траєкторії свердловини був використаний покроковий метод проєкції градієнту цільової функції на лінеаризовані обмеження [Гуляєв Киси]. Цей підхід є ефективним, але він пов'язаний з важкою та об'ємною процедурою обчислення функціональної матриці розв'язків на кожному кроці.

Поставлена задача може бути спрощена, якщо диференціальні рівняння та обмеження попередньо дискретизовані та проблема сформульована в рамках теорії нелінійного програмування. Нижче цей підхід використаний для постановки та розв'язання цієї проблеми.

Нехай в системі координат Oxy задана вихідна траєкторія $S^{(0)}$ свердловини (Рис.1). Вона проходить через початкову ($i=0$) та кінцеву ($i=N$) точки траєкторії під заданими кутами та описується рівняннями

$$x^{(0)} = x^{(0)}(l), \quad y^{(0)} = y^{(0)}(l), \quad (1)$$

де l – натуральний параметр, який вимірюється довжиною ділянки траєкторії від початкової $i=0$.

Нехай L – повна довжина траєкторії

$$L = \int_{(s)} dl = \int_{(s)} \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} \quad (2)$$

Необхідно оптимізувати траєкторію шляхом мінімізації її повної кривизни

$$K = \int_0^L k^2(l) dl, \quad (3)$$

де $k(l)$ – функція локальної кривизни [Korn, Korn]

$$k(l) = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2}. \quad (4)$$

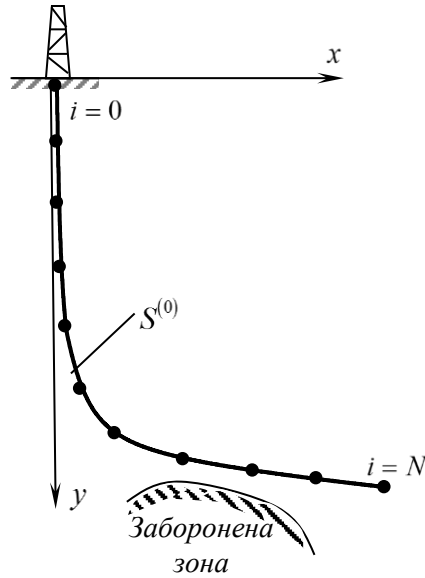


Рисунок 1 – Геометрична схема вихідної траєкторії свердловини
Figure 1 – Geometric scheme of the initial trajectory of the borehole

В процесі покрокової оптимізації відрізків кривої S змінюється параметр l перестає бути натуральним. Тому формула (4) має бути замінена рівністю

$$k(s) = \frac{|\ddot{y}\dot{x} - \dot{y}\ddot{x}|}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}. \quad (5)$$

Тут точкою над символом позначено диференціювання по натуральному параметру s .

Дискретизуємо неперервну задачу мінімізацію функції (3) з використанням скінченно-різницевого методу, поділивши довжину L на N скінченно-різницевих відрізків Δl за допомогою вузлових точок x_i, y_i ($i = \overline{0, N}$) (рис.1). Відстані між цими точками визначаються рівностями

$$\Delta l_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}. \quad (6)$$

Тоді функція цілі Φ набуває вигляду

$$\Phi \approx \sum_{i=1}^N \frac{(\ddot{y}_i \dot{x}_i - \dot{y}_i \ddot{x}_i)^2}{(\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2)^3} \Delta l_i \rightarrow \min. \quad (7)$$

Зручно переписати вираз (7) у вигляді

$$\Phi \approx \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{B_i^3} \Delta l_i \rightarrow \min \quad (8)$$

$$\text{де } A_i = (\ddot{y}\dot{x} - \dot{y}\ddot{x}), \quad B_i = \dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2. \quad (9)$$

Напрямок найшвидшого зменшення функції Φ в просторі змінних $x_0, y_0, \dots, x_N, y_N$ вектором її антиградієнта.

$$-\nabla \Phi = - \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x_0}, \frac{\partial \Phi}{\partial y_0}, \frac{\partial \Phi}{\partial x_1}, \frac{\partial \Phi}{\partial y_1}, \dots, \frac{\partial \Phi}{\partial x_N}, \frac{\partial \Phi}{\partial y_N} \right]^T. \quad (10)$$

Тут індекс T позначає операцію транспонування.

Похідні, включені у рівність (10), обчислюються за допомогою стандартних правил диференціювання з використанням заміни (6) – (9).

Після обчислення компонент вектора антиградієнта (10) організовується ітераційний процес оптимального антиградієнтного спуску. Припустимо, що на k -му кроці цього процесу відомі значення $x_i^{(k)}, y_i^{(k)}$ ($i = \overline{0, N}$) вузлових координат траєкторної кривої. За їх використання обчислюються цільова функція $\Phi^{(k)}$ та вектор $-\nabla\Phi^{(k)}$ із застосуванням рівностей (8) та (10). Потім, обчислюються нові (покращені) значення $x_i^{(k+1)}, y_i^{(k+1)}$ ($i = \overline{0, N}$) за формулами

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} - \alpha \frac{\partial\Phi^{(k)}}{\partial x_i}, \quad y_i^{(k+1)} = y_i^{(k)} - \alpha \frac{\partial\Phi^{(k)}}{\partial y_i} \quad (11)$$

В цих рівностях використовується масштабуючий множник α , значення якого вибирається з умови збіжності ітераційного процесу. Обчислення закінчуються коли компоненти вектора $-\nabla\Phi$ стають достатньо малими.

Аналіз комп'ютерних розрахунків

Розроблений підхід був використаний для оптимізації траєкторії 1 свердловини, що представлена на рис. 2 системи координат Oxy . Вона складається з прямолінійних ділянок, які з'єднані дугами арок, кривизни яких показані на рис. 3 ломаними кривими 1.

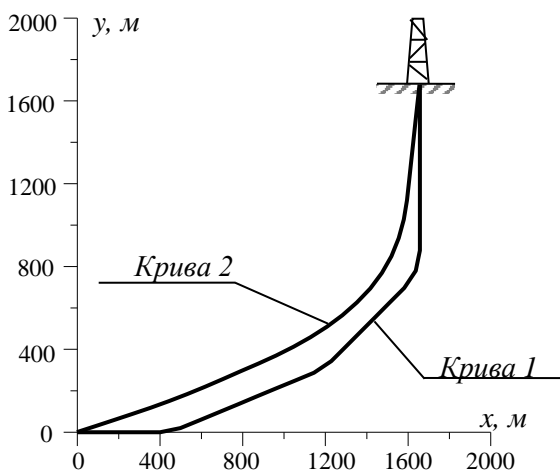


Рисунок 2 – Обрис траєкторії свердловини в вихідному (1) та кінцевому (2) станах

Figure 2 – Outline of the borehole trajectory in the initial (1) and final (2) states

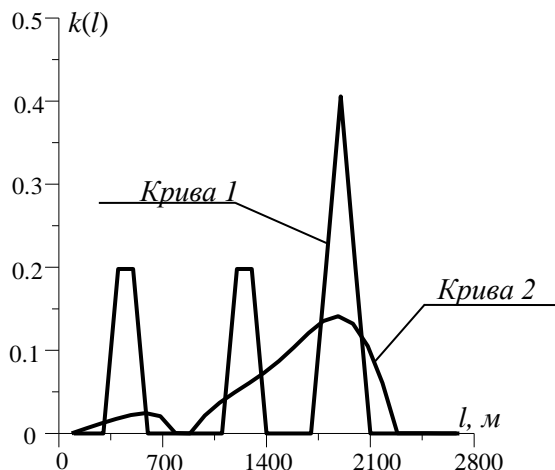


Рисунок 3 – Діаграми функції кривизни траєкторії в вихідному (1) та кінцевому (2) станах

Figure 3 – Diagrams of the trajectory curvature function in the initial (1) and final (2) states

Повна вихідна довжина траєкторії складає 2800 м. Для оптимізації траєкторія L була поділена на 27 скінченно-різницевоїх ділянок довжинами $\Delta L = 100$ м, потім був створений процес оптимізаційного пошуку. Для цього на кожному кроці ітераційної процедури в кожній точці траєкторії підраховувались компоненти вектора (10) антиградієнта цільової функції та здійснювався спуск вздовж цього напрямку за формулами (11) з масштабуючим множником $1/200$. Всього було виконано 5000 кроків зменшення цільової функції Φ в формі (8). В результаті вдалося зменшити її значення від $\Phi^{(0)} = 0,0039960 \text{ м}^{-1}$ до $\Phi^{(5000)} = 0,0011098 \text{ м}^{-1}$ (рис. 4). Остаточна траєкторія свердловини показана на рис. 2 (крива 2). Функція кривизни $k(l)$ в цьому стані представлена рис. 3 (крива 2). Цікаво відмітити, що в результаті оптимізації траєкторії зменшилась не тільки її кривизна $k(l)$, але також і її довжина від значення $L^{(0)} = 2800$ м до $L^{(0)} = 2625,1$ м.

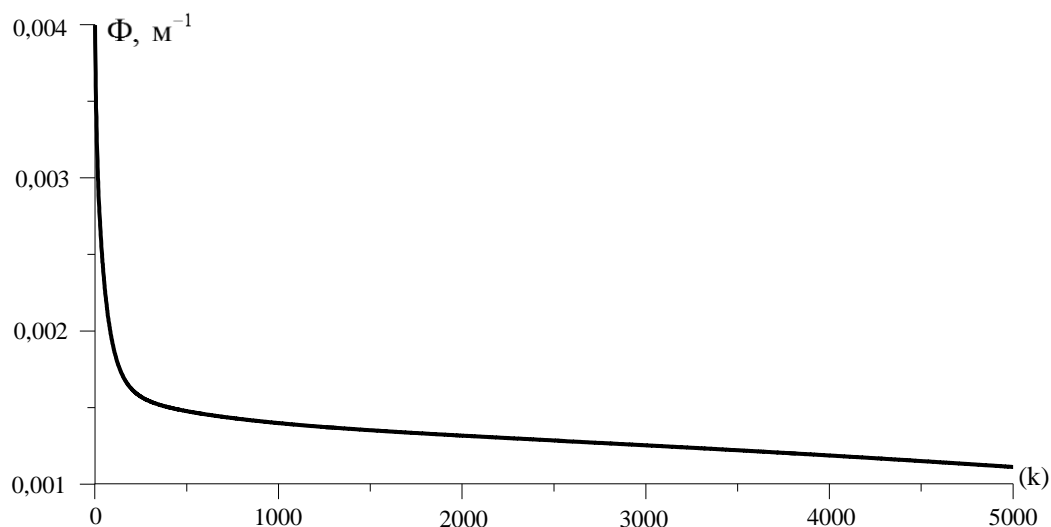


Рисунок 4 – Графік покрокового спадання цільової функції $\Phi^{(k)}$

Figure 4 – Graph of stepwise decline of the objective function $\Phi^{(k)}$

Висновки

1. На базі методів нелінійного програмування поставлена задача про оптимізацію трасування траєкторії нафтових та газових свердловин. Для розв'язання задачі використовується метод антиградієнтного спуску. На кожному кроці перевіряється збіжність обчислювального процесу.
2. Показано, що в якості цільової функції задачі може бути використана функція її інтегральної викривленості, довжина траєкторії та вартість її проходки.
3. Наведені результати комп'ютерного моделювання.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Гуляев В.И. Оптимальное управление движением механических систем Control of Mechanical Systems Motion. /В.И. Гуляев, В.А. Баженов, В.Л. Кошкин. – Киев : УМК ВО.– 1988 (in Russian).– 234с.
2. Bazaraa Mokhtar S. Nonlinear Programming: Theory and Algorithms. (3 ed) / Mokhtar S. Bazaraa. Wiley Publishing, 2013.– 872 p.
3. Bertsekas Dimitri P. Nonlinear Programming (Third ed.). / Dimitri P. Bertsekas. – Cambridge, Massachussets. Athena Scientific, 2016. – 861 p.
4. Betts J.T. Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming (2nd ed.). / J.T. Betts. – Philadelphia, Pennsylvania: SIAM Press, 2016.– 448 p.
5. Gulyayev V. Modelling Emergency Situations in the Drilling of Deep Boreholes. / Gulyayev, V., Glazunov, S., Shlyun, N., et. al. – Cambridge Scholars Publishing, 2019.– 500 p.
6. Himmelblau David M. Applied Nonlinear Programming. / David M. Himmelblau. – The University of Texas, Austin, Texas: Mc Graw-Hill Book Company, 1972.– 498 p.
7. Korn G.A. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulars for Reference and Reviews. / G.A. Korn, T.M. Korn. – General Publishing Company, 2000. – 1151 p.
8. Mordecai Avriel. Nonlinear Programming: Analysis and Methods. / Avriel Mordecai. – Dover Publishing, 2003.– 1183 p.
9. Ross I.M. A Primer on Pontryagin's Principle in Optimal Control. / Ross I.M. – Collegiate Publisher, 2009.– 102 p.
10. Ruszczynski A. Nonlinear Optimization. / A. Ruszczynski. – Princeton, NJ: Princeton University Press, 2006.– 448 p.
11. Shlyun N.V., Gulyayev, V.I. (2020).Buckling of a drill-string in two-sectional bore-holes. / N.V. Shlyun, V.I. Gulyayev // International Journal of Mechanical Sciences, – 172. – 105427.

12. Stengel, R.F. Optimal Control and Estimation. New York: Dover (Courier), 1994.– 639 p.

REFERENCES

1. Gulyayev, V.I., Bazhenov, V.A., Koshkin, V.L., (1988). *Optimal'noe upravlenie dvizheniem mekhanicheskikh sistem* [Optimal Control of Mechanical Systems Motion]. Kyiv : UMK VO [in Russian].
2. Bazaraa, Mokhtar S. (2013). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. (3 ed): Wiley Publishing.
3. Bertsekas, Dimitri P. (2016). *Nonlinear Programming* (Third ed.). Cambridge, Massachusetts. Athena Scientific.
4. Betts, J.T. (2016). *Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming* (2nd ed.). Philadelphia, Pennsylvania: SIAM Press.
5. Gulyayev, V., Glazunov, S., Shlyun, N., et. al. (2019). *Modelling Emergency Situations in the Drilling of Deep Boreholes*. Cambridge Scholars Publishing.
6. Himmelblau, David M. (1972). *Applied Nonlinear Programming*. The University of Texas, Austin, Texas: Mc Graw-Hill Book Company.
7. Korn, G.A., Korn, T.M. (2000). *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Reviews*. General Publishing Company.
8. Mordecai, A. (2003). *Nonlinear Programming: Analysis and Methods*. Dover Publishing.
9. Ross, I.M. (2009). *A Primer on Pontryagin's Principle in Optimal Control*. Collegiate Publisher.
10. Ruszczynski Andrzej (2006). *Nonlinear Optimization*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
11. Shlyun, N.V., Gulyayev, V.I. (2020). Buckling of a drill-string in two-sectional bore-holes. *International Journal of Mechanical Sciences*, 172, 105427.
12. Stengel, R.F. (1994). *Optimal Control and Estimation*. New York: Dover (Courier) ISBN 0-486-68200-5.

РЕФЕРАТ

Гуляєв В.І. Оптимальне трасування траєкторій глибоких свердловин методами нелінійного програмування / В.І. Гуляєв, Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий журнал. – К. : НТУ, 2022. – Вип. 1 (51).

Питання раціонального (оптимального) трасування траєкторії нафтових і газових свердловин, мабуть, є одним з небагатьох напрямків нафтогазової галузі, в якому досі не використовуються методи оптимального управління та нелінійного програмування. При цьому застосування цих методів дозволяє спроектувати більш гладкі та короткі траєкторії з меншими ризиками виникнення в них позаштатних ситуацій, що призводять до резонансних коливань системи, випинання бурильної колони та її прихватів. Крім того в таких колонах покращуються умови гідродинамічного та аеродинамічного перебігу робочого тіла, і зменшується ймовірність утворення тромбів та пробок.

У цій роботі запропоновано новий підхід для оптимального проектування траєкторій криволінійних свердловин заснований на застосуванні методу антиградієнтного спуску, сформульовані розв'язувальні рівняння, розроблені алгоритми їх вирішення, розглянуто практичний приклад, показано, що розв'язання цієї задачі призводить до зменшення загальної кривизни свердловини та її довжини.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ГЛИБОКІ СВЕРДЛОВИНИ, ОПТИМІЗАЦІЯ ТРАЄКТОРІЇ СВЕРДЛОВИНИ, МЕТОД АНТИГРАДІЄНТНОГО СПУСКУ, ЦІЛЬОВІ ФУНКЦІЇ, НЕЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ.

ABSTRACT

Gulyayev V.I., Shlyun N.V. Optimal tracing of deep borehole trajectories by nonlinear programming methods. *Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences»*. Scientific journal. – Kyiv: National Transport University, 2022. – Issue 1 (51).

The issues of rational (optimal) trajectory trajectory of oil and gas wells are apparently one of the few areas of the oil and gas industry that still does not use optimal control and nonlinear programming methods.

At the same time, the use of these methods makes it possible to design smoother and shorter trajectories with less risk of emergency situations occurring in them, leading to resonant vibrations of the system, buckling of the drill string and its sticking. In addition, in such columns, the conditions for the hydrodynamic and aerodynamic flow of the working fluid are improved, and the likelihood of the formation of blood clots and plugs is reduced.

In this paper, a new approach for the optimal design of curved well trajectories based on the application of the anti-gradient descent method is proposed, resolving equations are formulated, algorithms for their solution are developed, a practical example is considered, and it is shown that solving this problem leads to a decrease in the total curvature of the well and its length.

KEYWORDS: DEEP BOREHOLE, BOREHOLE TRAJECTORY OPTIMIZATION, ANTI-GRADIENT RUNING METHOD, OBJECTIVE FUNCTIONS, NONLINEAR PROGRAMMING.

АВТОРИ:

Гуляев Валерій Іванович, доктор технічних наук, Національний транспортний університет, професор, e-mail: valery@gulyayev.com.ua, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-5388-006X.

Шлюнь Наталія Володимирівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, доцент, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0003-1040-8870.

AUTHORS:

Gulyayev V.I., Dr. Sci., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: valery@gulyayev.com.ua, orcid.org/0000-0002-5388-006X

Shlyun N.V., Ph.D., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Мозговий В. В., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри дорожньо-будівельних матеріалів і хімії, Київ, Україна.

REVIEWERS:

Gaidaichuk V.V., Dr. Sc. (Engineering), Professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Mozgovyy V.V., Dr. Sci., (Engineering), Professor, National Transport University, Head of Department of Road Construction Materials and Chemistry, Kyiv, Ukraine.