

БІФУРКАЦІЯ ФРОНТІВ РОЗРИВНИХ ХВИЛЬ В ПРУЖНОМУ ШАРУВАТО НЕОДНОРІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Заєць Ю.О., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, yuzaets@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1836-2010

BIFURCATION OF DISCONTINUOUS WAVE FRONTS IN ELASTIC LAYERED MEDIA

Zaiets Yu.O., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, yuzaets@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1836-2010

В зв'язку з стрімким розвитком енергоспоживання, постає проблема добування корисних копалин, зокрема вугілля та залізних руд, на великих глибинах. Збільшення глибин покладів впливає на можливість експлуатації родовищ за рахунок зростання гірського тиску і динамічних форм його прояву у вигляді гірських ударів. Багаторічна історія розробки таких родовищ знає велику кількість невдач, навіть катастроф на ряді рудників і шахт, які призводять до тимчасової або повної зупинки діяльності окремих підприємств.

Гірські удари відбуваються при певному поєднанні геологічних і гірничотехнічних умов. Вони пов'язані з раптовим вивільненням концентровано накопиченої потенціальної енергії пружного стиснення гірських порід, що супроводжується миттєвим руйнуванням гранично напружених зон вугілля, породи, руди з подальшим проявом деформацій, зміщень і коливань навколишнього масиву порід. Практика ведення гірничих робіт говорить про те, що такі причини, по мірі збільшення глибини і площі їх проведення, можуть призвести до гірських ударів з важкими наслідками [14].

Варто також відмітити, що в світі зростає число техногенних катастроф, котрі зумовлюють масштабні аварії на промислових об'єктах, наслідками яких є загибель людей і серйозні екологічні впливи. Однією з причин виникнення техногенних катастроф на Землі є землетруси. Як природнього походження, так і внаслідок господарської діяльності людства. Так, тільки протягом року на планеті відбувається до мільйона землетрусів. Вони несуть катастрофічні наслідки для населення і навколишнього середовища. Відомо, що механізм землетрусів включає явище суттєвої деформації земної кори, в результаті активних тектонічних рухів, а також процеси розповсюдження пружних поздовжніх та поперечних хвиль деформації, дифрагуючих на тектонічних неоднорідностях. Тому постає актуальною проблема захисту, зокрема вибухонебезпечних об'єктів (ядерних, хімічних), а також великих гідротехнічних споруд, руйнування яких носять катастрофічний характер, від згенерованих землетрусами сейсмічних хвиль.

Теоретичні дослідження створення екранів на шляху розповсюдження хвильових впливів сейсмічного, вибухового та ударного характерів представлені в роботах як вітчизняних, так і закордонних фахівців в галузі сейсмодинаміки та сейсмозвідки. Одним з найперших дослідників екранування сейсмічних хвиль був Barkan D.D. У 1962 була опублікована його праця «Dynamics of bases and foundations» [16], в якій автор досліджував використання траншей та шпунтових бар'єрів для захисту фундаменту споруд. Але недостатність інформації про розповсюдження поверхневих хвиль не дали йому змогу чітко відповісти на питання ефективності таких бар'єрів. R. D. Woods [18] розробив основні положення технічної теорії екранування пружних хвиль траншейним методом для ефективного захисту важливих об'єктів. Результати розрахунків фронту поздовжньої хвилі, яка пройшла через пружний шар середовища, та особливості поширення фронту такої хвилі, представлені в роботах Н.С. Смірної, Кузнецова С.В., Е.Н. Ітс, Сяй Ю.

У 2012 році під Греноблем на спеціально відведеній для експериментів площадці з м'яким однорідним глинистим ґрунтом будівельною компанією Menaged проводились випробні дослідження екранування споруд від низькочастотних коливань ґрунту. Результати даного експерименту опубліковані в роботі [17]. У ній приведені результати вимірювань для сейсмічного тесту, який

відбувався за допомогою гармонічних хвиль, згенерованих монохромним вібропресованим зондом. Автори статті звертають увагу на необхідність проведення такого масштабного експерименту з метою показати можливість практичного впровадження сейсмічних метаматеріалів, підкреслити їх важливість для використання в цивільному будівництві.

Огляд стану проблеми управління інтенсивністю хвильових процесів та ідей екранування сейсмічних хвиль дає змогу зробити висновок, що цей напрям заснований на використанні спрощених (інженерних та експериментальних) методів і досі перебуває на початковому етапі свого розвитку.

Вивчення ефектів екранування і відбиття в неоднорідних пружних середовищах також може бути проведене за допомогою методів дослідження їх дифракції. Загальні питання аналізу цих явищ в деформівних середовищах розглядаються протягом багатьох років. Зокрема в роботах Б.К. Жена [11] і Вайнберга М. М.[4] вивчені питання дифракції гармонічних хвиль на неоднорідностях різної природи. Питаннями розповсюдження нестационарних хвиль в анізотропних середовищах займалися В.С. Будаєв [3], О.Ю. Жарій [10], Г.І. Петрашень [13] та ін. Питанням вивчення динамічних процесів в анізотропних пружних середовищах приділяли увагу Дж.Д. Ахенбах [1, 15], В.М. Бабич [2], Г.І. Петрашень [12, 13]. Безпосередньо задача дифракції пружних хвиль на різних видах неоднорідностей розглянута в роботах Ломухіна Ю.Л., Назарова С.А.

Відзначимо, що в проаналізованих роботах розглядається, як правило, питання дифракції неперервних гармонічних хвиль або розривних хвиль з плоскими фронтами, які при розповсюдженні не перебудовуються. Але в природі і на практиці часто зустрічаються хвилі, наближені до розривних, з криволінійними поверхнями їх фронтів. Із поширенням вони перебудовуються і змінюють свою форму, змінюючи, безпосередньо при цьому, інтенсивність самих хвиль. Трансформування розривних хвиль з їх поширенням суттєво ускладнює задачу їх розв'язку, тому загальні закономірності їх розповсюдження залишаються мало вивченими. Для дослідження таких хвиль ефективним виявляється променевий метод. Основоположником променевого методу для анізотропних середовищ можна вважати В.М. Бабича. Його робота [2].

Проблематикою розповсюдження квазіпоzdовжних та квазіпоперечних пружних хвиль займалися В.І. Гуляєв, Г.М. Іванченко і О.В. Яковенко. В своїй роботі вони розглядали еволюцію фронтів розривних хвиль, сформованих при падінні початкової плоскої ударної хвилі на криволінійну поверхню поділу пружних трансверсально-ізотропних середовищ з різними фізичними властивостями [5, 6, 7].

Мета даної роботи полягає в постановці задачі про трансформацію слабких ударних хвиль в пружних середовищах шаром неоднорідності, а також аналізі отриманих результатів в залежності від характеру зміни пружних характеристик проміжного шару.

Розглянемо анізотропне пружне середовище.

Умова статичної рівноваги елемента пружного середовища встановлюється рівняннями:

$$\sum_{k=1}^3 \frac{\partial t_{ik}}{\partial x_k} + f_i = 0 \quad (i=1, 2, 3), \quad (1)$$

де t_{ik} – компоненти тензора пружних напружень, причому $t_{ik} = t_{ki}$;

x_k – декартові координати;

f_i – компоненти вектора щільності масових сил.

Для випадку, коли елемент пружного середовища знаходиться в русі, до компонентів рівнянь (1) (об'ємних сил) додаються ще сили інерції і вирази набувають вигляду [13]

$$\sum_{k=1}^3 \frac{\partial t_{ik}}{\partial x_k} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (i=1, 2, 3), \quad (2)$$

де ρ – густина середовища;

u_i – компоненти вектора пружних переміщень;

t – час.

Таким чином збурений стан ідеально пружного середовища характеризується трьома координатними векторами напруження \mathbf{t}_i ($i = 1, 2, 3$), які є функціями від x_1, x_2, x_3 та часу t [9].

Для обчислення компонентів (лінійного) тензора деформацій ε_{ik} суцільного середовища використаємо рівняння Коші:

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \quad (i, k = 1, 2, 3). \quad (3)$$

Як відомо, закон Гука встановлює залежність між складовими напружень та переміщень. Так, для анізотропного середовища він має вигляд:

$$t_{ik} = \sum_{p,q=1}^3 c_{ik,pq} \frac{\partial u_q}{\partial x_p} \quad (i, k = 1, 2, 3), \quad (4)$$

де коефіцієнти $c_{ik,pq}$ утворюють симетричну таблицю. Вона визначає тензор четвертого рангу відносно афінних ортогональних перетворень координат і називається тензором пружних сталей, який містить вісімдесят одну компоненту, за рахунок того, що в (4) міститься дев'ять рівнянь з дев'ятьма невідомими.

Так як існує додатньо-орієнтовна квадратична функція

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,k,p,q} c_{ik,pq} \varepsilon_{ik} \varepsilon_{pq} \geq 0, \quad (5)$$

яка характеризує щільність потенціальної енергії деформації ідеально пружного середовища, то $c_{ik,pq} = c_{pq,ik} = c_{ki,pq} = c_{ki,qp}$. А враховуючи ще й симетричність $t_{ik} = t_{ki}$ та $\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ki}$, кількість компонент тензора пружності зменшується до двадцяти одного. Задавши відповідним чином напрям осей декартової системи координат, отримаємо вісімнадцять неусувних коефіцієнтів системи.

Для наочного представлення, запишемо таблицю величин $c_{ik,pq}$ у вигляді квадратної шестирядної матриці, використовуючи відповідність між парами значків (ik) та (pq) симетричної матриці $c_{ik,pq}$ і значення значка α , що змінюється від одного до шести, за правилом [13]

$$\begin{aligned} (11) &\leftrightarrow 1; (22) \leftrightarrow 2; (33) \leftrightarrow 3; \\ (23) &= (32) \leftrightarrow 4; (31) = (13) \leftrightarrow 5; (12) = (21) \leftrightarrow 6. \end{aligned} \quad (6)$$

Крім цього, введемо позначення

$$\begin{aligned} t_{ik} &= t_\alpha, \quad c_{ik,pq} = c_{\alpha\beta}, \\ \varepsilon_{ii} &= \varepsilon_\alpha, \quad (\alpha = i = 1, 2, 3), \\ 2\varepsilon_{ik} &= \varepsilon_\alpha, \quad (i \neq k, \alpha = 4, 5, 6). \end{aligned} \quad (7)$$

І тоді формули (4) та (5) перепишемо у вигляді

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta} c_{\alpha,\beta} \varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta \geq 0, \\ \sigma_\alpha &= \sum_{\beta=1}^6 c_{\alpha,\beta} \varepsilon_\beta \quad (\alpha = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (8)$$

а тензор пружних сталих перетворюється в матрицю розмірності 6×6

$$c_{ik,pq} = (c_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{26} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{61} & c_{62} & \dots & c_{66} \end{pmatrix}, \quad c_{\alpha,\beta} = c_{\beta,\alpha}, \quad (9)$$

елементи якої задовольняють умови

$$c_{11} > 0, \quad \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix} > 0,$$

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{vmatrix} > 0, \quad |c_{\alpha\beta}| > 0,$$

та забезпечують додатність квадратичної форми W з (8).

Для ізотропного середовища вигляд W має залишатись незмінним для будь-якої системи координат L , тобто

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,k,p,q} c_{ik,pq} \varepsilon_{ik} \varepsilon_{pq} = \text{інв}. \quad (10)$$

Отже, в довільній L таблиця $c_{ik,pq}$, визначається одним і тим же набором незалежних пружних параметрів $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ і т.д., значення яких не змінюються при переході від однієї L до іншої. Представляючи W у вигляді суми по параметрам, отримуємо

$$2W = \bar{a}f_1(\varepsilon) + \bar{b}f_2(\varepsilon) + \dots, \quad (11)$$

де $f_k(\varepsilon)$ – квадратичні форми відносно ε_{ik} , які не залежать від пружних параметрів середовища та інваріантні відносно будь-яких афінних ортогональних перетворень координат. Існує лише дві такі інваріантні форми:

$$J_1 = \left(\sum_{k=1}^3 \varepsilon_{kk} \right)^2 = \text{інв}, \quad J_2 = \sum_{i,k=1}^3 \varepsilon_{ik}^2 = \text{інв}. \quad (12)$$

Тому (10) запишемо у вигляді $2W = \bar{a}J_1 + \bar{b}J_2$.

Нехай $\bar{a} = \lambda$, а $\bar{b} = 2\mu$. Тоді

$$W = \frac{\lambda}{2} I_1 + \mu I_2 =$$

$$= \frac{\lambda + 2\mu}{2} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13})^2 + 2\mu [\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{23}^2 - (\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{11}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{22}\varepsilon_{33})]. \quad (13)$$

Таким чином закон Гука для ізотропного пружного середовища та відповідна матриця пружних сталей набувають вигляду:

$$\begin{aligned} t_{ik} &= \lambda \sum_{q=1}^3 \varepsilon_{qq} + 2\mu \varepsilon_{ik}, & (i = k = 1, 2, 3), \\ t_{ik} &= 2\mu \varepsilon_{ik}, & (i \neq k = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (14)$$

$$(C_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Співвідношення (14), (15) є найбільш типовими для геологічних порід.

Розглянемо неоднорідне трансверсально-ізотропне середовище з віссю симетрії Ox_2 . Провівши аналогічні міркування, встановимо, що

$$\begin{aligned} 2W &= a_1 (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})^2 + 2a_2 (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{22}^2) + a_0 \varepsilon_{33}^2 + \\ &+ 2a_3 \varepsilon_{33} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + 4a_4 (\varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{23}^2), \end{aligned} \quad (16)$$

де $a_0 = \bar{a}$, $a_1 = \bar{b}$, $a_2 = \bar{c}$ і т.д. Для кращого співставлення хвильових процесів в ізотропному та трансверсально-ізотропному середовищах позначимо

$$\begin{aligned} a_0 &= \lambda + 2\mu - p, & a_1 &= \lambda, \\ a_2 &= \mu, & a_3 &= \lambda - l, & a_4 &= \mu - m. \end{aligned} \quad (17)$$

Тоді матриця $(C_{\alpha\beta})$, з врахуванням рівностей (16) та (17), для трансверсально-ізотропного середовища набуває вигляду

$$(C_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda - l & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu - p & \lambda - l & 0 & 0 & 0 \\ \lambda - l & \lambda - l & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu - m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu - m \end{pmatrix}, \quad (18)$$

а трансверсально-ізотропне середовище буде характеризуватись п'ятьма неусувними параметрами λ, μ, l, m і p .

Закон Гука для анізотропного середовища запишемо наступним чином

$$t_{ik} = \sum_{p,q=1}^3 c_{ik,pq} \frac{\partial u_q}{\partial x_p}, \quad (i = k = 1, 2, 3). \quad (19)$$

Підставляючи (19) в (2), отримаємо рівняння руху для однорідного анізотропного середовища

$$\sum_{k,p,q=1}^3 c_{ik,pq} \frac{\partial^2 u_q}{\partial x_k \partial x_p} - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0, \quad (i=1, 2, 3). \quad (20)$$

Позначимо $\lambda_{ik,pq} = \frac{1}{\rho} c_{ik,pq}$, тоді

$$\sum_{k,p,q=1}^3 \lambda_{ik,pq} \frac{\partial^2 u_q}{\partial x_k \partial x_p} - \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0, \quad (i=1, 2, 3). \quad (21)$$

У випадку неоднорідного анізотропного середовища отримаємо складнішу систему рівнянь динаміки анізотропного пружного середовища

$$\sum_{k,p,q=1}^3 \lambda_{ik,pq} \frac{\partial^2 u_q}{\partial x_k \partial x_p} - \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \sum_{k,p,q=1}^3 \frac{\partial c_{ik,pq}}{\rho \partial x_k} \frac{\partial u_q}{\partial x_p} = 0, \quad (i=1, 2, 3). \quad (22)$$

Розв'язок систем рівнянь (21) і (22) з відомими початковими умовами $\vec{u}|_{t=0} = \vec{u}_0(x_1, x_2, x_3, 0)$, $\left. \frac{\partial \vec{u}_0}{\partial t} \right|_{t=0} = \vec{v}_0(x_1, x_2, x_3, 0)$, будується у вигляді плоскої монохроматичної хвилі із хвильовим числом k і фазовою швидкістю v , фронтами якої є поверхні постійних фаз [13]

$$\vec{n} \cdot \vec{r} - vt = const, \quad (23)$$

котрі рухаються зі швидкістю $\vec{v} = v \cdot \vec{n}$ та локально перпендикулярні до орта \vec{n} .

Для будь-якого вибраного напрямку \vec{n} фазова швидкість хвилі v та вектор її поляризації \vec{A} визначається із системи лінійних алгебраїчних рівнянь [13]

$$\sum_{k,p,q=1}^3 \lambda_{ik,pq} n_k n_p A_q - v^2 A_i = 0, \quad (i=1, 2, 3). \quad (24)$$

Розв'язуючи задачі на власні значення симетричної додатньо визначеної матриці коефіцієнтів системи (24)

$$\Lambda_{iq} \equiv \sum_{k,p} \lambda_{ik,pq} n_k n_p \quad (i, q = 1, 2, 3), \quad (25)$$

для кожного напрямку \vec{n} визначаються квадрати швидкостей трьох по різному поляризованих хвиль $[v^{(r)}]^2$, $r=1, 2, 3$, та для кожного значення фазової швидкості компоненти вектора поляризації \vec{A} хвилі, як власні вектори матриці (25). Для будь-якого напрямку \vec{n} вектори поляризації мають задовольняти умови ортогоналізації $\vec{A}^{(i)}(\vec{n}) \cdot \vec{A}^{(k)}(\vec{n}) = \delta_{ik}$, $(i, k = 1, 2, 3)$.

Величини фазових швидкостей нумеруються в послідовності зменшення їх модулів. Хвиля, що має найбільшу фазову швидкість та номер $r=1$, називається квазіпоздовжньою. Дві інші, $r=2, 3$ – квазіпоперечні, фронти яких, зрозуміло, завжди відстають від фронту квазіпоздовжньої хвилі.

Поверхня фронту ударної хвилі з урахуванням (23) може бути представленою співвідношенням

$$\tau(x_1, x_2, x_3) - t = 0,$$

де τ - функція, що задовольняє диференціальне рівняння

$$\sum_{i,k,p,q=1}^3 \lambda_{ik,pq} p_k p_p A_q^{(r)} A_i^{(r)} = 1, \quad (26)$$

в яких позначено: $p_k \equiv \partial \tau / \partial x_k = n_k / v_r(\vec{n})$ – компоненти вектора рефракції [13].

Рівняння (26) за допомогою метода характеристик зводиться до системи звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dx_m^{(r)}}{d\tau} &= \xi_m \equiv \sum_{i,p,q=1}^3 \lambda_{im,pq} p_p A_q^{(r)} A_i^{(r)}, \\ \frac{dp_m^{(r)}}{d\tau} &= \eta_m \equiv -\frac{1}{2} \sum_{i,k,p,q=1}^3 \frac{\partial \lambda_{ik,pq}}{\partial x_m} p_k p_p A_q^{(r)} A_i^{(r)} \quad (r, m = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (27)$$

з початковими умовами $x_k^{(r)}|_{t=0} = x_k^0$, $p_k^{(r)}|_{t=0} = \frac{n_k}{v_k^{(r)}}$, інтегруючи які, для послідовності заздалегідь

вибраних початкових напрямків, можна побудувати сімейство m променів, вздовж яких у пружному анізотропному середовищі зі швидкостями $\vec{\xi}_m$ розповсюджується енергія хвильового поля.

Як було відмічено раніше, метою даної роботи є дослідження ефектів біфуркацій розривних хвиль, зокрема, стосовно задач поширення в неоднорідних гірських породах сейсмічних хвиль, спровокованих вибухами, а також гірськими ударами. При цьому, в загальному випадку, можемо спостерігати неоднорідності порід двох типів. В першому випадку пружні характеристики тектонічних середовищ (густина і компоненти тензора пружних сталей) можуть бути неперервними функціями просторово-часових змінних x_1, x_2, x_3 . Неоднорідності другого типу деформованого середовища можуть бути обумовлені розривним характером змін механічних властивостей середовища. Такі неоднорідності зустрічаються, наприклад, коли гірська порода є комбінацією двох або більше пружних середовищ з різними механічними властивостями, які контактують на певних поверхнях розділу. В цьому випадку параметри пружності системи є функціями, які зазнають розривів на поверхнях розділу

Найчастіше властивості неоднорідності середовища проявляються зі зміною параметра m [8], який входить до двох діагональних елементів матриці пружних сталей (18). Нехай m змінюється за законом неперервної функції, а густина та два інших параметра анізотропії l і p залишаються незмінними. Припустимо, що $m(x_3)$, наприклад, змінюється за законом

$$\begin{aligned} m &= m_0 \mu = \left(m^0 + \beta \left(-\sqrt{1 \cdot 10^6 + (x_3 + 11250)^2} + \sqrt{1 \cdot 10^6 + (x_3 + 11000)^2} \right) + 0,4 \right) \mu, \\ & \quad x_3 \in [-15000; -7500]; \\ m &= m_0 \mu = \left(m^0 + \beta \left(\sqrt{1 \cdot 10^6 + (x_3 + 11250)^2} - \sqrt{1 \cdot 10^6 + (x_3 + 11000)^2} \right) + 0,4 \right) \mu, \\ & \quad x_3 \in [-15000; -7500]; \\ m &= m_0 \mu, \quad x_3 < -15000, \end{aligned} \quad (28)$$

де $\beta = 2,49 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$, $\rho = 2760 \text{ кг} / \text{ м}^3$. На рис.1 та рис.2 зображені сітки променів та фронтів qP - і qS -хвиль при наступних варіаціях m^0 , l і p : рис. 1 – $m^0=0,1$, $l=0,3\lambda$ і $p=0,5(\lambda+2\mu)$; рис. 2 – $m^0=0,1$, $l=0,5\lambda$ і $p=0,3(\lambda+2\mu)$.

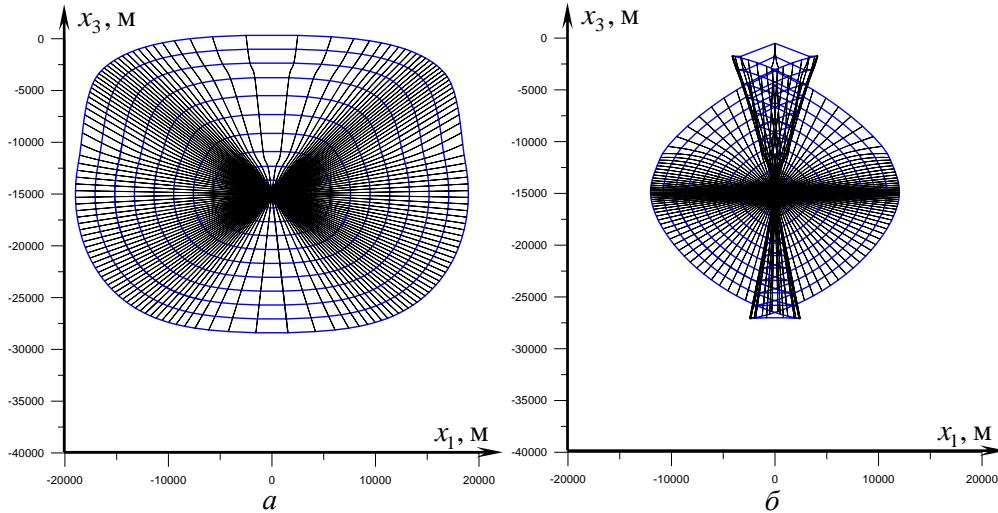


Рисунок 1 – Система променів та фронтів квазіпоздовжньої (а) та квазіпоперечної (б) хвилі при зміні параметра m за законом (28) та значеннях $m^0 = 0,1$, $l = 0,3\lambda$, $p = 0,5(\lambda + 2\mu)$
 Figure 1 – The system changing and fronting the quasi-longitudinal (a) and quasi-shear (b) waves when changing the parameter m according to the law (28) and the values $m^0 = 0,1$, $l = 0,3\lambda$, $p = 0,5(\lambda + 2\mu)$

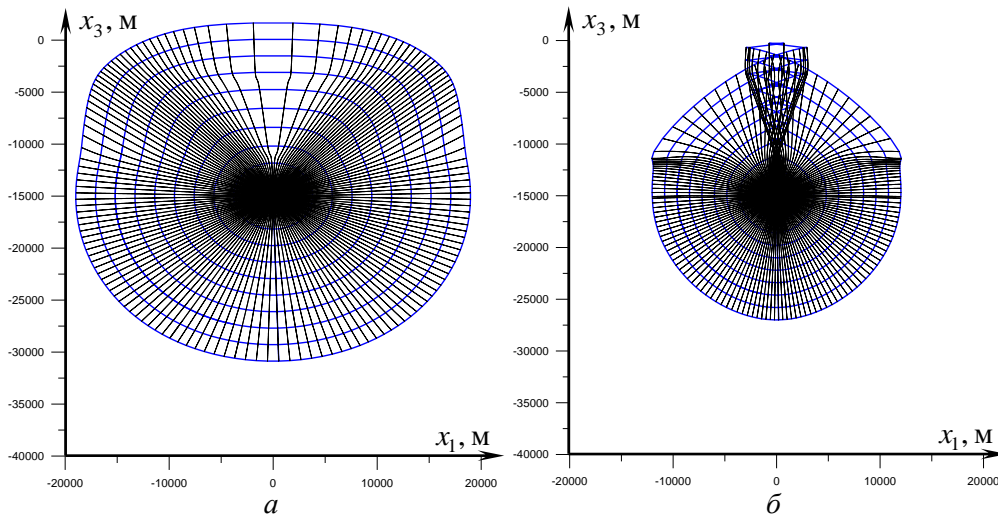


Рисунок 2 – Система променів та фронтів квазіпоздовжньої (а) та квазіпоперечної (б) хвилі при зміні параметра m за законом (28) та значеннях $m^0 = 0,1$, $l = 0,5\lambda$, $p = 0,3(\lambda + 2\mu)$
 Figure 2 – The system changing and fronting the quasi-longitudinal (a) and quasi-shear (b) waves when changing the parameter m according to the law (28) and the values $m^0 = 0,1$, $l = 0,5\lambda$, $p = 0,3(\lambda + 2\mu)$

Відзначаємо, що у всіх наведених випадках спостерігаємо ефект відхилення променів квазіпоздовжніх хвиль (рис. 1, рис. 2, позиція а) від додатного напрямку осі Ox_3 . Для qS -хвиль (рис. 1, рис. 2 позиція б) є характерним утворення каустик. Результатом такої поведінки променів qP -хвиль є виникнення ефекту екранування розривної хвилі при наявності в пружному середовищі шару неоднорідності утвореного в результаті неперервної зміни параметра анізотропії m за законом неперервної функції (28), що передбачає спочатку зменшення значення m , а потім його повернення до початкового значення.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Ахенбах Дж. Д. Задачи о распространении упругих волн при неразрушающих испытаниях / Дж. Д. Ахенбах // Механика деформ. тверд. тел: направление развития: сб. науч. статей. – М.: Мир, 1983. – С. 324-345.
2. Бабич В. М. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн / В. М. Бабич, В. С. Булдырев. – М.: Наука, 1972. – 456 с.
3. Будаев В. С. К задаче о точечном источнике в анизотропной упругой среде / В. С. Будаев, И. Г. Филиппов // Прикл. мат. и программирование. – Кишнев: Штиница, 1975. – Вып. 13. С. 26-31.
4. Вайнберг М. М. Теория ветвления решений нелинейных уравнений / М. М. Вайнберг, В. А. Треногин. – М.: Наука, 1969. – 527 с.
5. Взаимодействие фронтов ударных волн с плоскостью раздела трансверсально-изотропных упругих сред / [В. И. Гуляев, П. З. Луговой, Г. М. Иванченко, Е. В. Яковенко] // Прикладная механика. – 1999. – Т. 35, № 4. – С. 30-36.
6. Гуляев В. И. Отражение и преломление плоских разрывных волн параболоидными поверхностями раздела анизотропных упругих сред / В. И. Гуляев, П. З. Луговой, Г. М. Иванченко // Геофизический журнал – 2005. – Т. 27, № 3. – С. 418-427.
7. Гуляев В. И. Дифракция разрывных волн на эллипсоидальных поверхностях раздела трансверсально-изотропных упругих сред / В. И. Гуляев, П. З. Луговой, Г. М. Иванченко // Прикладная механика. – 2004. – Т. 40, № 10. – С. 98-106.
8. Гуляев В. И. Перестройка фронтов квазипродольных и квазипоперечных разрывных волн в неоднородных трансверсально изотропных упругих средах / В. И. Гуляев, П. З. Луговой, Ю. А. Заец, М. Набиль // Прикладная механика. – 2011. – Т.47, № 1. – С. 73-80.
9. Гуляев В.И. Перетворення фронтів розривних хвиль в пружному шаруватому середовищі змінної густини. / В.І. Гуляев, Ю.О. Заец // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2016. – Вип. 1 (34).
10. Жарий О. Ю. Введение в динамику нестационарных колебаний и волн / О. Ю. Жарий, А. Ф. Улитко. – К.: Выща школа, 1989. – 184 с.
11. Жэн Б.-К. Нормальные волны в упругом слоистом полупространстве / Б.-К. Жэн, Л.-Ю. Лу // Акустический журнал. – 2003. – Т. 49, № 4 – С. 501-513.
12. Петрашень Г. И. Продолжение волновых полей в задачах сейсморазведки / Г. И. Петрашень, С. А. Нахамкин. – Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1973. – 170 с.
13. Петрашень Г. И. Распространение волн в анизотропных упругих средах / Г. И. Петрашень. – Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1990. – 280 с.
14. Петухов И. М. Прогноз и предотвращение горных ударов на рудниках / И. М. Петухов, А. М. Ильин, К. Н. Трубецкой. – М.: Изд-во Академии горных наук, 1997. – 377 с.
15. Achenbach J. D. Geometrical theory of diffraction for three-D elastodynamics / J. D. Achenbach, A. K. Caustesen // J. Acoust. Soc. Amer. – 1977. – V. 61, № 2. – P. 413-421.
16. Barkan D.D. Dynamics of bases and foundations / D. D. Barkan. – New York: McGraw Hill Book, 1962. – 476 p.
17. Brule S. Experiments on seismic materials: molding surface waves / S. Brule // Physycal review letters. – 2014. – V. 112. – P. 1-5.
18. Woods R. D. Screening of surface waves in soils / R. D. Woods // Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. Proceedings, ASCE. – 1968. – V. 94, № 4. – P. 951-979.

REFERENCES

1. Akhenbakh Dzh. D. (1983) Zadachi o rasprostraneniі uprugikh voln pri nerazrushayushchikh ispytaniyakh [Problems of elastic wave propagation in non-destructive testing]. Mekhanika deform. tverd. tel – Mechanics of deformable solids, 324-345 (Rus)
2. Babich V. M., & Buldyrev.V.S. (1972) Asimptoticheskiye metody v zadachakh difraktsii korotkikh voln [Asymptotic methods in short wave diffraction problems]. Moscow: Nauka, 456 (Rus).
3. Budayev V. S. & Filippov I. G. (1975) K zadache o tochechnom istochnike v anizotropnoy uprugoy srede [On the problem of a point source in an anisotropic elastic medium]. Prikladnaya matematika i programmirovaniye – [Applied mathematics and programming], Kishenev: Shtinitsa, 13, 26-31 (Rus).
4. Vaynberg M. M. & Trenogin V.A. (1969) Teoriya vetvleniya resheniy nelineynykh uravneniy [Theory of branching of solutions of nonlinear equations], Moscow: Nauka, 527 (Rus).

5. Gulyayev V.I., Lugovoi P.Z., Ivanchenko G.M. & Yakovenko E.V. (1999) Vzaimodeystviye frontov udarnykh voln s ploskost'yu razdela transversal'no-izotropnykh uprugikh sred [Interaction of shock wave fronts with a transversally isotropic elastic media interface] Prikladnaya mekhanika. – [Applied Mechanics], 35(4), 30-36 (Rus).
6. Gulyayev V. I., Lugovoy P. Z. & Ivanchenko G. M. (2005) Otrazheniye i prelomleniye ploskikh razryvnykh voln paraboloidnymi poverkhnostyami razdela anizotropnykh uprugikh sred [Reflection and refraction of plane waves of discontinuous paraboloidal surfaces of anisotropic elastic media] Geofizicheskiy zhurnal – [Geophysical Journal], 27(3), 418-427 (Rus).
7. Gulyayev V. I., Lugovoy P. Z. & Ivanchenko G. M. (2004) Difraktsiya razryvnykh voln na ellipsoidal'nykh poverkhnostyakh razdela transversal'no-izotropnykh uprugikh sred [Diffraction of discontinuous waves on the ellipsoidal surfaces of section transversely isotropic elastic media.] Prikladnaya mekhanika. – [Applied Mechanics], 40(10), 98-106 (Rus).
8. Gulyayev V. I., Lugovoy P. Z., Zayets YU. A. & Nabil M. (2011) Perestroyka frontov kvaziprodol'nykh i kvazipoperechnykh razryvnykh voln v neodnorodnykh transversal'no izotropnykh uprugikh sredakh [Evolution of the fronts of quasi-compressional and quasi-shear discontinuous waves in inhomogeneous transversely isotropic elastic media] Prikladnaya mekhanika – [Applied Mechanics], 47(1), 73-80 (Rus).
9. Gulyayev V. I. & Zaiets YU. O. (2016) Peretvorenniya frontiv rozryvnykh khvyl' v pruzhnomu sharuvatomu seredovyshchi zminnoyi hustyny [Transformation of discontinuous wave fronts in elastic layered media with variable density] Visnyk Natsional'noho transportnoho universytetu. – [Herald of National Transport University.], 1 (34), 130-137 (Ukr).
10. Zhariy O. YU. & Ulitko A. F. (1989) Vvedeniye v dinamiku nestatsionarnykh kolebaniy i voln [Introduction to the dynamics of non-stationary oscillations and waves] – Kyiv: Vyscha shkola, 184 (Rus).
11. Zhen B.K. & Lu L.-YU. (2003) Normal'nyye volny v uprugom sloistom poluprostranstve [Normal waves in an elastic layered half-space], Akusticheskiy zhurnal – [Acoustic Journal], 49(4), 501-513 (Rus).
12. Petrashen G. I. & Nakhamkin S. A. (1973) Prodolzheniye volnovykh poley v zadachakh seysmorazvedki [Continuation of wave fields in seismic exploration problems.] Leningrad: Nauka, 170 (Rus).
13. Petrashen' G. I. (1980) Rasprostraneniye voln v anizotropnykh uprugikh sredakh [Wave propagation in anisotropic elastic media] Leningrad: Nauka, 280 (Rus).
14. Petukhov I. M., Il'in A. M. & Trubetskoy K. N. (1997) Prognoz i predotvrashcheniye gornykh udarov na rudnikakh [Forecast and prevention of rock bursts at mines] – Moscow: Izd-vo Akademii gornykh nauk, 377 (Rus).
15. Achenbach J. D. (1997) Geometrical theory of diffraction for three-D elastodynamics. J. Acoust. Soc. Amer. – 61, 2, 413-421 (Eng).
16. Barkan D.D. (1962) Dynamics of bases and foundations – New York: McGraw Hill Book, 476 (Eng).
17. Brule S. (2014) Experiments on seismic materials: molding surface waves. Physycal review letters. – 112, 1-5 (Eng).
18. Woods R. D. (1968) Screening of surface waves in soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. Proceedings, ASCE. – 94, 4, 951-979 (Eng).

РЕФЕРАТ

Заєць Ю.О. Біфуркація фронтів розривних хвиль в пружному шарувато неоднорідному середовищі / Ю.О. Заєць // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий журнал. – К. : НТУ, 2022. – Вип. 1 (51).

В роботі розглянуто задачу про перетворення фронтів слабких ударних хвиль у неоднорідних пружних середовищах із майже шаруватою структурою.

Об'єкт дослідження – явище поширення нестационарних розривних (слабких ударних) хвиль, збурених у неоднорідних трансверсально-ізотропних пружних середовищах.

Метою даної роботи є дослідження ефектів біфуркацій розривних хвиль, зокрема, по завданням поширення у неоднорідних гірських породах сейсмічних хвиль, спровокованих вибухами, а також гірськими ударами.

Метод дослідження – метод нульового наближення променевого методу.

У роботі розглянуто питання перебудови систем променів та фронтів слабких ударних хвиль у пружних середовищах. Неоднорідність яких викликана зміною пружних характеристик середовища за законом неперервної функції, підбраної таким чином, щоб пружне середовище набуло властивостей шаруватої структури, проте властивості якої описуються неперервними диференційованими функціями. Показано, що ці процеси можуть супроводжуватися явищами розходження променів, їх викривленням, відхиленням від певної зони середовища та зміною напрямку поширення, а також збільшенням або зменшенням інтенсивності хвилі за рахунок їх перетворення та екранування.

Результати статті можуть бути упровадженні в науково-дослідних і промислових організаціях, при проектуванні споруд енергетичного, транспортного та гірничого призначення з метою їх сейсмосахисту та захисту від впливу розривних хвиль збурених техногенними чинниками.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ЕКРАНУВАННЯ, РОЗРИВНІ ХВИЛІ, АНІЗОТРОПНЕ СЕРЕДОВИЩЕ, ПРУЖНЕ СЕРЕДОВИЩЕ, ПРОМЕНЕВИЙ МЕТОД.

ABSTRACT

Zaiets Yu. O. Bifurcation of discontinuous wave fronts in elastic layered media. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific journal. – Kyiv: National Transport University, 2022. – Issue 1 (51).

The paper considers the problem of the transformation of the fronts of weak shock waves in inhomogeneous elastic media with an almost layered structure.

The research object is nonstationary wave with strong discontinuity generated in inhomogeneous transversely isotropic elastic media

The aim of this work is to study the effects of bifurcations of discontinuous waves, in particular, on the tasks of propagation in inhomogeneous rocks of seismic waves provoked by explosions, as well as mountain shocks.

The research method is the zeroth approximation of the ray method.

The paper considers the issue of restructuring of ray systems and fronts of weak shock waves of elastic media. The heterogeneity of which is caused by the variable characteristics of the medium for the regularity of a continuous function, selected in such a way as to ensure that the medium has acquired the properties of a layered structure, but the properties are described by continuous differentiated functions.

The work results can be inculcated in research and projection institutes for design of construction of structures, transport and mine destination with the aim of their seismic protection and their screening from action of discontinuous waves generated by different technical failures.

KEYWORDS: SHIELDING, DISCONTINUOUS WAVES, ANISOTROPIC LAYERED MEDIA, ELASTIC MEDIUM, RAY METHOD.

АВТОР:

Засць Юлія Олександрівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет доцент кафедри вищої математики, e-mail: yuzaets@gmail.com, тел. +380979712351, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-5748-9527

AUTHOR:

Zaiets Yu. O., Ph. D., National Transport University, e-mail: yuzaets@gmail.com, tel. +380979712351, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, orcid.org/0000-0002-5748-9527

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Мозговий В. В., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри дорожньо-будівельних матеріалів і хімії, Київ, Україна.

REVIEWER:

Gaidaichuk V.V., Dr. Sc. (Engineering), Professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Mozgovyy V.V., Dr. Sci., (Engineering), Professor, National Transport University, Head of Department of Road Construction Materials and Chemistry, Kyiv, Ukraine.