

## МОДЕЛІ І АЛГОРИТМ МАРШРУТИЗАЦІЇ ПЕРЕВЕЗЕНЬ З УРАХУВАННЯМ ВІДСТАНЕЙ ТА ЙМОВІРНОСТЕЙ БЕЗПЕРЕШКОДНОГО ПРОЇЗДУ АВТОТРАНСПОРТУ

*Топольськов Є.О.*, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, dreugent@gmail.com, orcid.org/0000-0001-5587-3069

*Вітер М.Б.*, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, mbviter@gmail.com, orcid.org/0000-0003-4109-005X

*Федін С.С.*, доктор технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, sergey.fedin1975@gmail.com, orcid.org/0000-0001-9732-632X

## MODELS AND ALGORITHM OF TRANSPORTATION ROUTE TAKING INTO ACCOUNT DISTANCES AND PROBABILITIES OF UNCONSTRAINED PASSING FOR ROAD TRANSPORT

*Topolskov E.A.*, PhD, National Transport University, Kiev, Ukraine, dreugent@gmail.com, orcid.org/0000-0001-5587-3069

*Viter M.B.*, PhD, National Transport University, Kiev, Ukraine, mbviter@gmail.com, orcid.org/0000-0003-4109-005X

*Fedin S.S.*, Doctor of Technical Sciences, National Transport University, Kiev, Ukraine, sergey.fedin1975@gmail.com, orcid.org/0000-0001-9732-632X

### Актуальність напрямку досліджень та постановка проблеми.

На сьогоднішній день в умовах зростання цін на паливе та ускладнення логістичних ланцюгів вкрай важливим завданням є застосування навігаційних технологій та комп'ютерних систем, які, використовуючи ефективні алгоритми маршрутизації перевезень, дозволяють заощаджувати паливе та сприяють вчасній доставці вантажів і пасажирів автомобільним транспортом. Тому важливою частиною програмного забезпечення системи GPS моніторингу маршрутизованих перевезень [5, 6] є спеціалізований модуль, призначений для складання оптимальних маршрутів, планування і контролю графіка проходження автотранспортними засобами контрольних зон.

Використання технології контрольних зон передбачає визначення на електронних картах окремих території. Система GPS моніторингу фіксує факти перетину транспортним засобом меж контрольних зон і часу перебування в них. Такий підхід доцільно використовувати, коли немає необхідності знати детальну траєкторію руху транспортного засобу, але викликає інтерес знати лише момент часу, коли об'єкт в'їжджає у контрольну зону чи виїжджає за її межі, або графік проходження транспортним засобом контрольних точок, наприклад проїзд пасажирських зупинок, торгових точок, складів тощо.

Функціональні можливості програмного модуля маршрутизації:

- Створення маршрутних листів з плануванням на основі шаблонів часто використовуваних маршрутів;
- Створення маршрутних листів без використання шаблонів, але з планом-графіком проходження заданих диспетчером контрольних зон;
- Створення маршрутних листів без планування – за фактом проходження автомобілем контрольних зон;
- Створення маршрутних листів без планування – за фактом проходження населених пунктів;
- Контроль часу і місця зупинок під час проходження маршруту;
- Контроль заправок/зливів і витрат пального під час проходження маршруту;
- Побудова діаграми для графічного представлення звіту „план-факт”;
- Формування різноманітних індивідуальних і групових звітів про проходження маршрутів;
- Експорт звітів в XLS, PDF, HTML та в інші популярні формати.

Для успішної реалізації наведених функцій важливим питанням є розробка ефективних алгоритмів маршрутизації перевезень автотранспортом, що придатні для застосування у реальних дорожніх умовах при випадковому виникненні аварій та заторів.

Проте існуючі методики та алгоритми побудови та вибору оптимальних маршрутів руху автотранспорту [1-4] в основному передбачають знаходження найкоротшого (найдешевшого) шляху автотранспортних перевезень без формалізованого врахування виникнення транспортних заторів,

тобто порушення запланованого графіку руху автотранспорту в результаті перевантаження транспортних маршрутів, аварійних ситуацій, зупинок та простоїв транспортних потоків через недосконалу організацію і управління автотранспортом, особливо в містах.

### Шляхи вирішення проблеми.

Наведемо формалізований опис моделей маршрутизації транспортних потоків, що забезпечуватимуть побудову та вибір оптимальних маршрутів за ймовірностями безперешкодного проїзду автотранспорту [4, 7, 8], а також з урахуванням найкоротшого шляху між початковим та кінцевим пунктами. Розробка зазначеної методики та алгоритмів спирається на використання мережних транспортних моделей та імовірнісних оцінок маршрутів, що оптимізуються.

Імовірність безперешкодного проїзду автотранспортного засобу (АТЗ) по заданому маршруту будемо оцінювати за наступною формулою:

$$P_{\text{он}} = \frac{\sum_{i=1}^n t_{\text{ни}i}}{T_{\text{cp}}}, \quad (1)$$

де  $t_{\text{ни}i}$  – позапланова затримка АТЗ на  $i$ -й ділянці маршруту внаслідок заторів, аварій, перевантаження дороги (вулиці), зупинки АТЗ інспекторами поліції через порушення водієм Правил дорожнього руху та ін.;

$n$  – кількість ділянок маршруту з позаплановою затримкою АТЗ;

$T_{\text{cp}}$  – середній час проїзду АТЗ по заданому маршруту (колу) руху:

$$T_{\text{cp}} = t_M + \sum_{i=1}^n t_{\text{нп}i} + \sum_{j=1}^m t_{\text{п}j}, \quad (2)$$

де  $t_M = \frac{L_M}{V_{\text{ТС}}}$  – час руху на маршруті;

$L_M$  – довжина маршруту (кола);

$V_{\text{ТС}}$  – середня технічна швидкість АТЗ на маршруті;

$t_{\text{п}j}$  – запланований час затримки АТЗ на зупинках і на світлофорах;

$m$  – кількість запланованих зупинок.

За необхідності можна також оцінити середню ймовірність безперешкодного проїзду ТЗ по маршрутам впродовж заданого часу робочої зміни водія (відповідно графіку):

$$P_{\text{он}i} = \frac{\sum_{q=1}^k t_{\text{нп}q}}{T_{\text{СТ}}}, \quad (3)$$

де  $t_{\text{нп}q}$  – позапланова затримка АТЗ на  $q$ -му маршруті (колі);

$T_{\text{СТ}} = T_{\text{cp}} \cdot K$  – середній час роботи водія на маршруті впродовж робочої зміни (за графіком);

$K$  – кількість виконаних їздок за маршрутами (кількість кіл).

Треба зазначити, що можливі невеличкі похибки в оцінці ймовірностей безперешкодного проїзду автотранспортних засобів за маршрутами практично не будуть впливати на результати вибору і прокладання раціональних маршрутів, так як на даному етапі проводиться порівняння різних варіантів маршрутної мережі, котрі побудовані в однакових умовах оцінки  $P_{\text{он}}$ , тобто з однаковим ступенем достовірності.

Представимо мережу маршрутів руху міського автотранспорту від початкового вузла  $i$  у кінцевий вузол  $k$  у вигляді узагальненої схеми (рисунок 1), на якій представлено  $mn$  – вузлів транспортної мережі, що розташовані у вигляді набору шляхів з послідовно з'єднаними вузлами та відповідного набору з  $m$  паралельних шляхів (по  $n$  вузлів на кожному шляху) транспортної мережі

маршрутів. При цьому на схемі проставлені імовірності  $P_i$  безперешкодного проїзду для кожного з відрізків маршрутів (дуг).

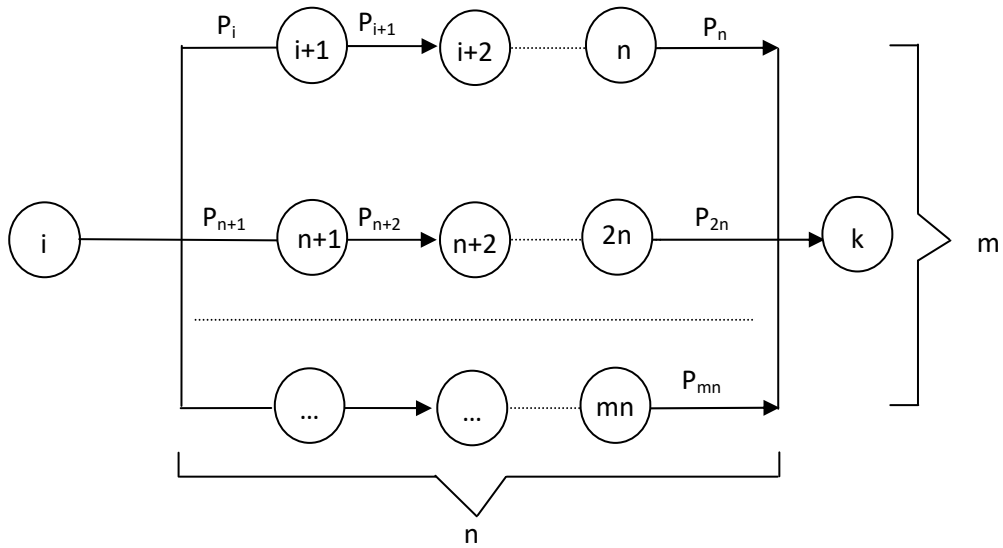


Рисунок 1 – Узагальнена схема маршрутів руху автотранспорту з імовірностями безперешкодного проїзду  
 Figure 1 – General scheme of routes of road transport movement with probabilities of unconstrained passing

Імовірність безперешкодного проїзду по кожному з паралельних (дублюючих) маршрутів, що з'єднують  $i$ -й та  $k$ -й вузли, буде дорівнювати

$$P_m = \prod_{i=1}^n p_i, \quad (4)$$

якщо  $p_i$  по всім маршрутам однакова, тоді  $P_m = p_i^n$ .

Тоді повна ймовірність безперешкодного проїзду автотранспортного засобу з вузла  $i$  у вузол  $k$  з урахуванням будь-якого з  $mn$  – маршрутів у даному районі буде дорівнювати

$$P_{mn} = 1 - (1 - P_m)^m = 1 - (1 - \prod_{i=1}^n p_i)^m \quad (5)$$

Необхідно максимізувати імовірність безперешкодного проїзду автотранспорту  $P_{m \max}$  у заданому районі або імовірність безперешкодного проїзду  $p_i$  під час вибору конкретного маршруту для забезпечення найкращої ситуації руху автотранспорту.

Зазначимо, що якщо мережева модель руху автотранспорту (рисунок 1) бути ускладнена за рахунок додавання ряду дуг, що характеризують маршрути руху автотранспорту між вузлами паралельних шляхів мережі маршрутів, тоді відповідні узагальнення отримає вираз (5).

Розглянемо різні варіанти побудови мереж маршрутів шляхом оптимізації ймовірностей безперешкодного проїзду автотранспорту в містах і на міжміських маршрутах.

Так для варіанту, що представлений на схемі (рис. 2), зазначена задача вирішується шляхом вибору маршруту, що складаються з  $n$  груп відрізків, при цьому кожна група складається з  $m$  паралельно з'єднаних відрізків маршрутів (вулиць, доріг), а кожний відрізок маршруту пронумерований із зазначенням відповідних ймовірностей безперешкодного проїзду автотранспорту.

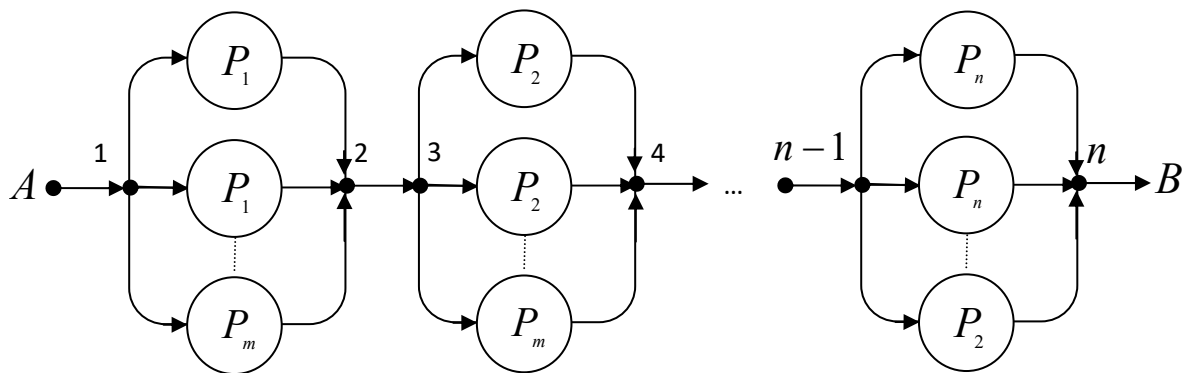


Рисунок 2 – Мережа послідовно-паралельних маршрутів  
Figure 2 – Network of sequential-parallel routes

Для варіанту побудови мережі маршрутів за схемою (рисунок 3),  $n$  відрізків маршрутів утворюють  $m$  паралельних гілок.

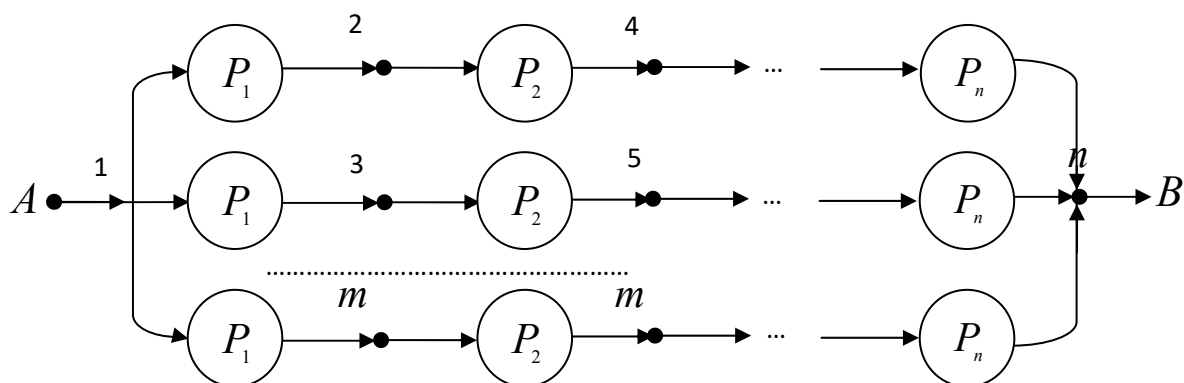


Рисунок 3 – Мережа паралельно-послідовних маршрутів  
Figure 3 – Network of parallel-sequential routes

Для варіанту (рисунок 4) показаний фрагмент побудови мережі відрізків маршрутів, що складається зі з'єднань дубльованих і не дубльованих ділянок маршрутів.

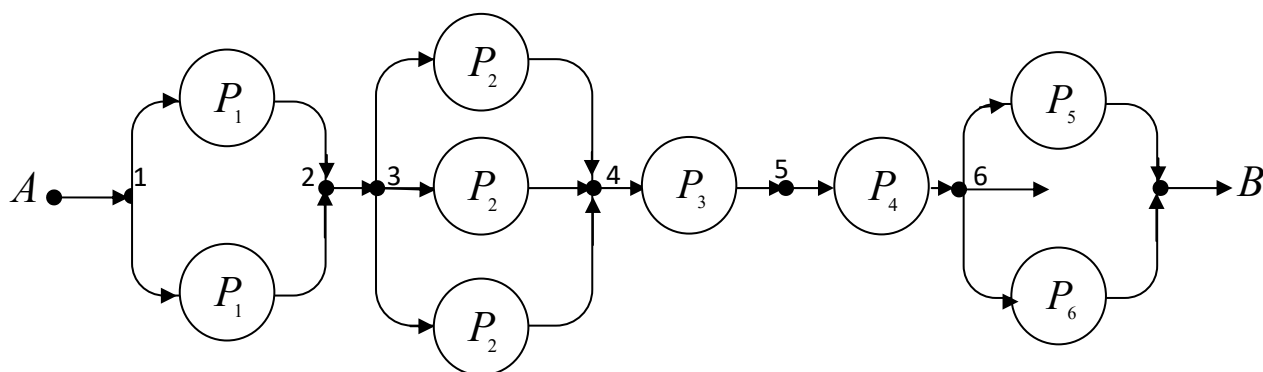


Рисунок 4 – Мережа комбінованих маршрутів  
Figure 4 – Network of combined routes

Для варіанту побудови мережі маршрутів за схемою (рисунок 4) ймовірність безперешкодного проїзду  $P_j$  з урахуванням виразу (5) може бути представлена у вигляді моделі:

$$P_{r1} = \left[ 1 - \left( 1 - \prod_{i=1}^m P_{\delta_i} \right) \right]^n \quad (6)$$

де  $P_{\delta_i}$  – імовірності безперешкодного проїзду автотранспорту по  $i$ -й ділянці маршруту.

Відповідно для другого варіанту побудови мережі маршрутів (вулиць, доріг) модель оцінки імовірності безперешкодного проїзду прийме вигляд:

$$P_{r2} = \left[ 1 - \left( 1 - \prod_{j=1}^n P_{\delta_j} \right) \right]^m \quad (7)$$

а кожний відрізок маршруту пронумерований з зазначенням відповідних ймовірностей безперешкодного проїзду транспорту.

$$P_{r3} = [1 - (1 - P_{\delta_1})^2] \cdot [1 - (1 - P_{\delta_2})^3] \cdot P_{\delta_3} \cdot P_{\delta_4} \cdot [1 - (1 - P_{\delta_5})^2] \quad (8)$$

Отримані варіанти мереж (рисунки 2-4) для узагальнених моделей оцінки ймовірностей безперешкодного проїзду автомобільного транспорту можуть бути безпосередньо використані для аналізу, вибору і оптимізації маршрутних мереж руху транспорту на вулицях міст, а також для мереж шосейних міжміських маршрутів у великих регіонах країни.

Проведемо, зокрема, порівняльний аналіз варіантів побудови мереж маршрутів, зображених на рисунках 2-4, приймаючи для спрощення, що  $n$  ділянок маршрутів в схемі на рисунку 3 відповідно дубльовані на дві гілки маршрутів, що складаються з  $n$  ділянок кожна.

Вважаючи, що  $n > 1$  і  $0 < P < 1$  одержимо наступні вирази:

$$\begin{cases} P_{r1} = [1 - (1 - P_{\delta})^2]^n = P_{\delta}^n \cdot (2 - P_{\delta})^n \\ P_{r2} = 1 - (1 - P^n)^2 = P^n \cdot (2 - P^n) \end{cases} \quad (9)$$

Покажемо, що за заданих умов  $P_{r1} > P_{r2}$  для чого достатньо доказати нерівність

$$(2 - P_{\delta})^n > (2 - P^n) \quad (10)$$

Позначимо  $q = 1 - P_{\delta}$ ; ( $q > 0$ ) нерівність (10) представимо у вигляді

$$(2 - 1 + q)^n > 2 - (1 - q)^n \quad (11)$$

або

$$(1 + q)^n + (1 - q)^n > 2$$

Застосовуючи формулу бінома до останнього виразу, отримаємо

$$\begin{aligned} (1 + q)^n + (1 - q)^n &= 1 + nq + \frac{n \cdot (n-1)}{2} q^2 + \dots + \\ &+ 1 - nq + \frac{n(n-1)}{2} q^2 \dots = 2 + n(n-1) \cdot q^2 + \dots > 2, \end{aligned} \quad (12)$$

що доводить нерівність (11), а також те, що  $P_{r1} > P_{r2}$ .

Отже, запропоновані вище моделі оцінки ймовірностей безперешкодного проїзду мережі маршрутів є достатньо обґрунтованими і можуть бути використані для розробки алгоритмів вибору та оптимізації маршрутних мереж і транспортних потоків як у містах, так і на міжнародних перевезеннях.

Переходячи до вирішення задачі знаходження оптимальних шляхів між початковими та кінцевими пунктами маршрутів, можна показати, що ця задача може бути зведена до оцінки логарифмів ймовірностей безперешкодного проїзду.

Оскільки алгоритми пошуку найкоротших маршрутів передбачають під час розрахунків виконання операцій додавання відстаней ділянок маршрутів і пошук мінімальної з них, то їх використання для оптимізації маршрутів за ймовірностями безперешкодного проїзду без додаткових перетворень не можливе [4, 8]. Тому пропонується задачу знаходження максимальної ймовірності безперешкодного проїзду  $P_{ik}$  звести до оцінки від'ємних логарифмів ймовірностей безперешкодного проїзду  $-\lg p_i$  на ділянці від  $i$ -го до  $k$ -го вузлів

$$-\lg P_{ik} = \sum_{i=1}^n (-\lg p_i) \quad (13)$$

Розглянемо конкретний приклад оцінки та вибору оптимальних маршрутів руху транспорту за ймовірностями безперешкодного проїзду, а також із забезпечення найкоротшого шляху транспортних перевезень від початкових до кінцевих пунктів. Для цього на маршрутній схемі (рисунок 5) проставлені ймовірності  $p_i$  безперешкодного проїзду між усіма вузлами мережі маршрутів, а також величини логарифмів ймовірностей  $p_i$  зі знаком «-», тобто  $-\lg p_i$ .

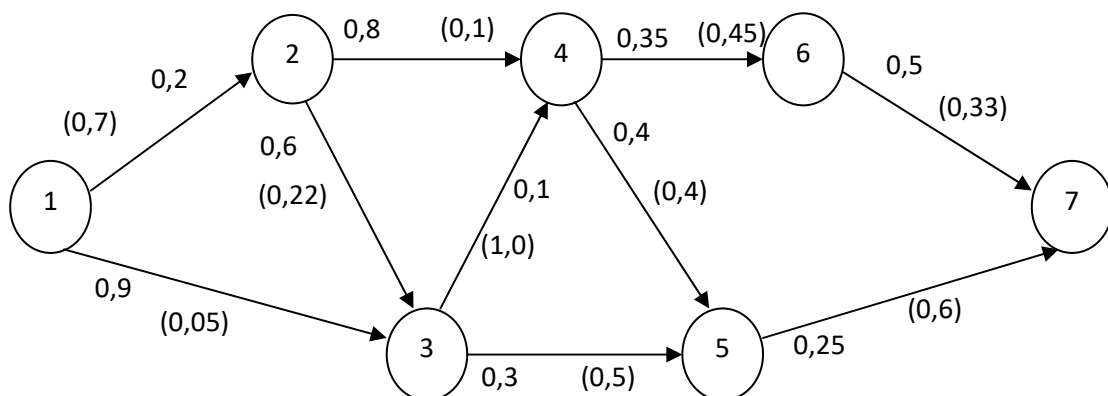


Рисунок 5 – Маршрутна схема з ймовірностями безперешкодного проїзду  
Figure 5 – Route scheme with probabilities of unconstrained passing

Наприклад, оптимальним маршрутом з пункту 1 в пункт 7 є маршрут 1→3→5→7, оскільки сума  $-\lg p_i=1,2$  – мінімальна, а ймовірність безперешкодного проїзду на ньому максимальна і складає  $P_m=0,9 \times 0,3 \times 0,25=0,0679$ .

Отже, пропонується одночасно використовувати пошук оптимальних маршрутів як за відстанями так і за ймовірностями безперешкодного проїзду в залежності від часу доби.

Один із можливих алгоритмів передбачає представлення мережі транспортних маршрутів у вигляді квадратної матриці з  $n$  рядками та  $n$  стовпцями. Елемент  $(i, j)$  дорівнює відстані  $d_{ij}$  від вузла  $i$  до вузла  $j$ , що має кінцеве значення, якщо існує дуга  $(i, j)$ , та дорівнює нескінченності у протилежному випадку.

Покажемо спочатку основну ідею цього алгоритму. Нехай є три вузли  $i, j, k$  та задані відстані між ними (рисунок 6).

Якщо виконується нерівність  $d_{ij} + d_{jk} < d_{ik}$ , тоді доцільно замінити шлях  $i \rightarrow k$  шляхом  $i \rightarrow j \rightarrow k$ . Така заміна, яку в подальшому будемо умовно називати трикутним оператором, виконується систематично у процесі виконання даного алгоритму, що вимагає виконання наступних дій:

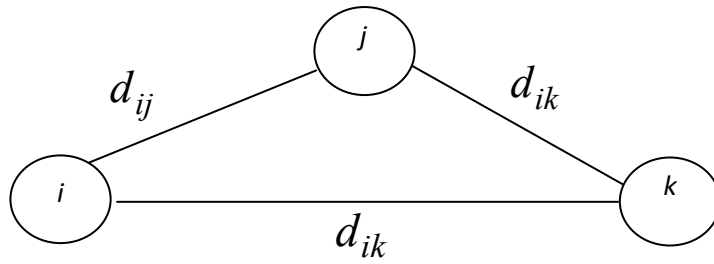


Рисунок 6 – Трикутний оператор  
Figure 6 – Triangular operator

*Підготовчий етап 0.* Визначаємо початкову матрицю ймовірностей безперешкодного проїзду  $P$ , потім розраховуємо матрицю логарифмів ймовірностей безперешкодного проїзду  $D_0 = -\lg P$  і матрицю послідовності вузлів  $S_0$ . Діагональні елементи обох матриць помічаються знаком “—”, що показує, що ці елементи у обчисленнях участі не беруть (рисунок 7). Вважаємо  $k=1$ .

$$D_0 =$$

	1	2	...	j	...	n
1	—	$d_{12}$	...	$d_{1j}$	...	$d_{1n}$
2	$d_{21}$	—	...	$d_{2j}$	...	$d_{2n}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>i</i>	$d_{i1}$	$d_{i2}$	...	$d_{ij}$	...	$d_{in}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	$d_{n1}$	$d_{n2}$	...	$d_{ni}$	...	—

Рисунок 7 – Матриця логарифмів ймовірностей безперешкодного проїзду  
Figure 7 – Matrix of logarithms of probabilities of unconstrained passing

*Основний етап k.* Задаємо рядок  $k$  та стовпчик  $k$  як ведучий рядок та ведучий стовпчик. Розглядаємо можливість застосування трикутного оператора до всіх елементів  $d_{ij}$  матриці  $D_{k-1}$ . Якщо виконується нерівність

$$d_{ik} + d_{kj} < d_{ij}, (i \neq k, j \neq k, i \neq j), \quad (14)$$

тоді виконуємо наступні дії:

- Створюємо матрицю  $D_k$  шляхом заміни у матриці  $D_{k-1}$  елемента  $d_{ij}$  на суму  $d_{ik} + d_{kj}$ ,
- Створюємо матрицю  $S_k$  шляхом заміни у матриці  $S_{k-1}$  елемента  $s_{ij}$  на  $k$ . Вважаємо  $k = k + 1$  та повторюємо етап  $k$ .

Пояснимо дії, що виконуються на  $k$ -му етапі алгоритму, представивши матрицю  $D_{k-1}$  на рисунку 8.

Після реалізації  $n$  етапів алгоритму визначення за матрицями  $D_n$  та  $S_n$  максимальної ймовірності безперешкодного проїзду між вузлами  $i$  та  $j$  виконується за наступними правилами:

- Ймовірність безперешкодного проїзду між вузлами  $i$  та  $j$  дорівнює елементу  $d_{ij}$  у матриці  $D_n$ .

$$S_0 =$$

	1	2	...	j	...	n
1	—	2	...	j	...	n
2	1	—	...	j	...	n
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	1	2	...	j	...	n
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	1	2	...	j	...	—

Рисунок 8 – Матриця послідовності вузлів  
Figure 8 – Node sequence matrix

2. Проміжні вузли шляху від вузла  $i$  до вузла  $j$  визначаємо за матрицею  $S_n$ . Нехай  $S_{ij} = k$ , тоді маємо шлях  $i \rightarrow k \rightarrow j$ . Якщо у подальшому  $S_{ik} = k$  та  $S_{kj} = j$ , тоді вважаємо, що весь шлях визначений, так як знайдені всі проміжні вузли. У протилежному випадку повторюємо описану процедуру для шляхів від вузла  $i$  до вузла  $k$  та від вузла  $k$  до вузла  $j$ .

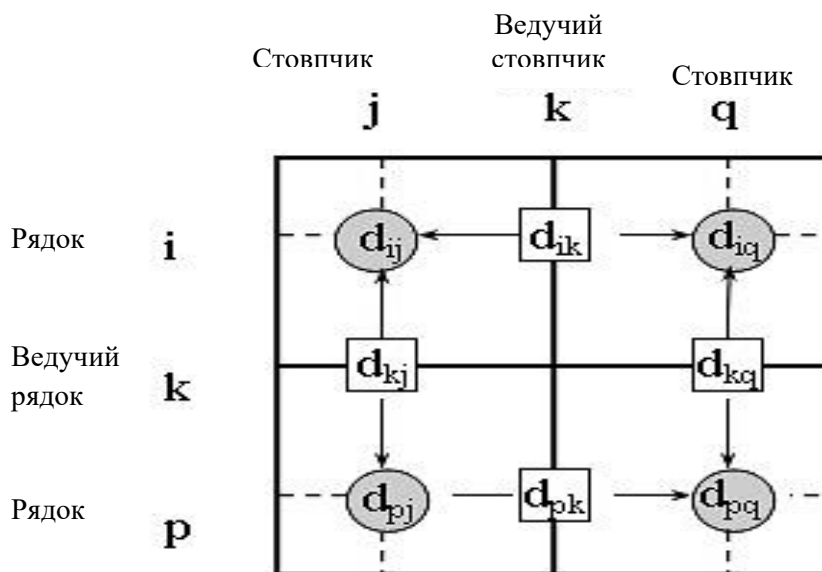


Рисунок 9 – До реалізації алгоритму пошуку максимальної ймовірності безперешкодного проїзду  
Figure 9 – Regarding the implementation of the algorithm for finding the maximum probability of unconstrained passing

На рисунку 9 рядок  $k$  та стовпчик  $k$  є ведучими. Рядок  $i$  – це будь-який рядок з номером від 1 до  $k-1$ , а рядок  $p$  – довільний рядок з номером від  $k+1$  до  $n$ . Аналогічно стовпчик  $j$  являє собою стовпчик з номером від 1 до  $k-1$ , а стовпчик  $q$  – довільний стовпчик з номером від  $k+1$  до  $n$ . Трикутний оператор виконується наступним чином. Якщо сума елементів ведучих рядка та стовпчика (показані у квадратиках) менше суми елементів, що знаходяться на перетині стовпця та рядка (показані у кільцях), відповідних тим, що розглядаються як ведучі елементи, тоді від'ємний логарифм ймовірності безперешкодного проїзду (елемент у кільці) замінюється на суму логарифмів, представлених ведучими елементами.



## Висновки.

Таким чином, обґрунтовані моделі та алгоритм, що враховує найкоротші шляхи та ймовірності безперешкодного проїзду від початкових до кінцевих пунктів маршруту, рекомендується реалізувати в рамках програмного модуля маршрутизації автоматизованої системи GPS моніторингу автотранспортних перевезень з метою зменшення експлуатаційних витрат і забезпечення вчасної доставки вантажів та пасажирів.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Гуляницький Л. Ф. До класифікації задач маршрутизації транспортних засобів / Л. Ф. Гуляницький, А. А. Коткова // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика та інформатика», 1(36), 73–84. [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.1\(36\).73-84](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.1(36).73-84)
2. Огурцов М.І. Розробка алгоритмів розв'язання задачі маршрутизації транспортних засобів з часовими вікнами / М.І. Огурцов, О.М. Ходзінський // Комп'ютерна математика. Збірник наукових праць Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України. – 2016. – Вип. 1. – С.134.
3. Передерій А.О. Алгоритми та системи оптимальної автоматичної кільцевої маршрутизації / А.О. Передерій, О.Ф. Кір'янов // Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. Випуск 3/2013 (80).
4. Сердюк А.А. Алгоритми маршрутизації автотранспорту у мережних моделях // А.А. Сердюк, Є.О. Топольськов // Управління проектами, системний аналіз і логістика: Науковий журнал. Вип. 2.– К.: НТУ, ТАУ. – 2005.
5. Беляєвський Л.С. Аналіз впливу умов експлуатації систем інформаційно-навігаційного забезпечення на ефективність роботи диспетчерських центрів управління автотранспортом / Л.С. Беляєвський, А.А. Сердюк, Є.О. Топольськов // Вісник Північного наукового центру ТАУ. – 2006. Вип. 9. – С. 15.
6. Беляєвський Л.С. Обґрунтування методик і алгоритмів просторово-часової обробки навігаційної інформації в автоматизованих супутникових системах управління наземним транспортом / Л.С. Беляєвський, Є.О. Топольськов // Вісник Північного наукового центру ТАУ. – 2004. – Вип.7. – С. 51-55.
7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей – М.: Наука, 1964. – 576 с.
8. Вентцель Е.С. Прикладные задачи теории вероятностей / Е.С Вентцель, Л. А. Овчаров – М.: Радио и связь, 1983. – 226 с.

## REFERENCES

1. Hulianytskyi L.F. Do klasyfikatsii zadach marshrutyzatsii transportnykh zasobiv [Regarding the classification of vehicle routing tasks] / L.F. Hulianytskyi, A.A. Kotkova // Naukovyi visnyk Uzhhorodskoho universytetu. Seriiia «Matematyka ta informatyka», 1(36), 73–84. [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.1\(36\).73-84](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.1(36).73-84)
2. Ohurtsov M.I. Rozrobka alhorytmiv rozv'iazannia zadachi marshrutyzatsii transportnykh zasobiv z chasovymy viknamy [Development of algorithms for solving the problem of vehicle routing with time windows] / M.I. Ohurtsov, O.M. Khodzinskiy // Kompiuterna matematika. Zbirnyk naukovykh prats Instytutu kibernetiky im. V.M. Hlushkova NAN Ukrainy. – 2016, Vyp. 1. – S.134
3. Perederii A.O. Alhorytmy ta systemy optimalnoi avtomatichnoi kiltsevoi marshrutyzatsii [Algorithms and systems of optimal automatic ring routing] / A.O. Perederii, O.F. Kir'ianov // Visnyk KrNU imeni Mykhaila Ostrohradskoho. Vypusk 3/2013 (80).
4. Serdiuk A.A. Alhorytmy marshrutyzatsii avtotransportu u merezhnykh modeliakh [Vehicle routing algorithms in network models] / A.A. Serdiuk, Ye.O. Topolskov // Upravlinnia proektamy, systemnyi analiz i lohistyka: Naukovyi zhurnal. Vyp. 2.– K.: NTU, TAU. – 2005.
5. Bieliaievskiy L.S. Analiz vplyvu umov ekspluatatsii system informatsiino-navihatsiinoho zabezpechennia na efektyvnist roboty dyspetcherskykh tsentriv upravlinnia avtotransportom [Analysis of the influence of operating conditions of information and navigation support systems on the efficiency of operation of dispatch centers for motor vehicle management] / L.S. Bieliaievskiy, A.A. Serdiuk, Ye.O. Topolskov // Visnyk Pivnichnogo naukovo tsentru TAU. – 2006. Vyp. 9. – S. 15.
6. Bieliaievskiy L.S. Obruntuvannia metodyk i alhorytmiv prostорово-chasovoi obrobky navihatsiinoi informatsii v avtomatyzovanykh suputnykovykh systemakh upravlinnia nazemnym transportom [Justification of the methods and algorithms of space-time processing of navigation information in automated satellite land transport management systems] / L.S. Bieliaievskiy, Ye.O. Topolskov // Visnyk Pivnichnogo naukovo tsentru TAU. – 2004. – Vyp.7. – s.51-55.
7. Ventcel' E.S. Teoriya veroyatnostej [Theory of probability] – М.: Nauka, 1964. – 576 s.

8. Ventcel' E.S. Prikladnye zadachi teorii verojatnostej [Applied tasks of the theory of probability] / E.S. Ventcel', L.A. Ovcharov. – M.: Radio i svjaz', 1983. – 226 s.

### РЕФЕРАТ

Топольськов Є.О. Моделі і алгоритм маршрутизації перевезень з урахуванням відстаней та ймовірностей безперешкодного проїзду автотранспорту / Є.О. Топольськов, М.Б. Вітер, С.С. Федін // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий журнал. – К.: НТУ, 2022. – Вип. 3 (53).

Об'єкт дослідження – процеси організації та планування маршрутизованих перевезень автомобільним транспортом.

Мета роботи – обґрунтування моделей і алгоритмів маршрутизації перевезень з урахуванням імовірнісних факторів.

У дослідженні використаний комплексний метод моделювання, аналізу та синтезу.

На сьогоднішній день в умовах зростання цін на паливо та ускладнення логістичних ланцюгів вкрай важливим завданням є застосування навігаційних технологій та комп'ютерних систем, які, використовуючи ефективні алгоритми маршрутизації перевезень, дозволяють заощаджувати паливо та сприяють вчасній доставці вантажів і пасажирів автомобільним транспортом. Тому важливою частиною програмного забезпечення системи GPS моніторингу маршрутизованих перевезень є спеціалізований модуль, призначений для складання оптимальних маршрутів, планування і контролю графіка проходження автотранспортними засобами контрольних зон.

Для успішної реалізації усіх функцій модуля маршрутизації важливим завданням є розробка ефективних алгоритмів складання оптимальних маршрутів перевезень автотранспортом, що придатні для застосування у реальних дорожніх умовах при випадковому виникненні аварій та заторів. Проте існуючі методики та алгоритми побудови та вибору оптимальних маршрутів руху автотранспорту в основному передбачають знаходження найкоротшого (найдешевшого) шляху автотранспортних перевезень без формалізованого врахування виникнення транспортних заторів і порушення запланованого графіку руху автотранспорту.

У статті наведено формалізований опис моделей маршрутизації транспортних потоків, що забезпечуватимуть побудову та вибір оптимальних маршрутів за ймовірностями безперешкодного проїзду автотранспорт, а також з урахуванням найкоротшого шляху між початковим та кінцевим пунктами. Також запропоновано матричний метод і алгоритм пошуку максимальної ймовірності безперешкодного проїзду, який доцільно реалізувати в рамках програмного модуля маршрутизації автоматизованої системи GPS моніторингу автотранспортних перевезень задля зменшення експлуатаційних витрат і забезпечення вчасної доставки вантажів та пасажирів.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** ПРОГРАМНИЙ МОДУЛЬ МАРШРУТИЗАЦІЇ, МАРШРУТНА МЕРЕЖА, ЙМОВІРНІСТЬ БЕЗПЕРЕШКОДНОГО ПРОЇЗДУ, ТРИКУТНИЙ ОПЕРАТОР, МАТРИЦЯ ЛОГАРИФМІВ ЙМОВІРНОСТЕЙ, МАТРИЦЯ ПОСЛІДОВНОСТІ ВУЗЛІВ, АЛГОРИТМ ПОШУКУ МАКСИМАЛЬНОЇ ЙМОВІРНОСТІ БЕЗПЕРЕШКОДНОГО ПРОЇЗДУ, GPS МОНІТОРИНГ ПЕРЕВЕЗЕНЬ АВТОТРАНСПОРТОМ.

### ABSTRACT

Topolskov Yevhenii, Viter Mykhailo, Fedin Serhii. Models and algorithm of transportation route taking into account distances and probabilities of unconstrained passing for road transport. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific journal. – K.: NTU, 2022. – Issue 3 (53).

The object of research is the processes of organization and planning of routed transportation by road transport.

The purpose of the work is to substantiate the models and algorithms of transport routing, taking into account probabilistic factors.

The research used a complex method of modeling, analysis and synthesis.

Today, in the context of rising fuel prices and complicated logistics chains, the use of navigation technologies and computer systems is extremely important, which, using efficient routing algorithms, save fuel and facilitate the timely delivery of goods and passengers by road transport. Therefore, an important part of the software of the GPS system for monitoring routed traffic is a specialized module designed for optimal routes planning and control of the schedule of vehicles passing through control zones.

An important task for the successful implementation of all functions of the routing module is the development of effective algorithms for computing optimal routes for transportation, suitable for use in real road conditions in case of accidents and congestion. However, the existing methods and algorithms for

constructing and selecting the optimal routes of traffic mainly involve finding the shortest (cheapest) way of road transport without formalized taking into account the occurrence of traffic jams and turning aside the planned schedule.

The article provides a formalized description of traffic flow routing models that will ensure the construction and selection of optimal routes for the probability of unconstrained passing of vehicles, as well as taking into account the shortest path between the starting and ending points. A matrix method and algorithm for finding the maximum probability of unconstrained passage are also proposed, which should be implemented within the routing software module of the automated GPS system for monitoring traffic in order to reduce operating costs and ensure in time delivery of goods and passengers.

**KEY WORDS:** SOFTWARE MODULE OF ROUTING, ROUTE NETWORK, PROBABILITY OF UNCONSTRAINED PASSING, TRIANGULAR OPERATOR, MATRIX OF PROBABILITY LOGARITHMS, MATRIX OF SEQUENCE OF NODES, ALGORITHM OF FINDING THE MAXIMUM PROBABILITY OF UNCONSTRAINED PASSING, GPS MONITORING OF TRANSPORTATION BY ROAD TRANSPORT.

#### **АВТОРИ:**

Топольськов Євгеній Олександрович, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри інформаційних систем і технологій, e-mail: dreugent@gmail.com, тел.: +380442807066, Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, к. 347а, orcid.org/0000-0001-5587-3069.

Вітер Михайло Богданович, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, професор кафедри інформаційних систем і технологій, e-mail: mbviter@gmail.com, тел.: +380442807066, Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, к. 347а, orcid.org/0000-0003-4109-005X.

Федін Сергій Сергійович, доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, професор кафедри інформаційних систем і технологій, e-mail: sergey.fedin1975@gmail.com, тел.: +380442807066, Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, к. 347а, orcid.org/0000-0001-9732-632X.

#### **AUTHORS:**

Topolskov E.A., Ph.D., Associate Professor, National Transport University, Associate Professor of the Department of information systems and technologies, e-mail: dreugent@gmail.com, tel.: +380442807066, Ukraine, 01010, Kyiv, M. Omelianovych-Pavlenko Str., 1, of. 347a, orcid.org/0000-0001-5587-3069.

Viter M.B., Ph.D., Associate Professor, National Transport University, Professor of the Department of information systems and technologies, e-mail: mbviter@gmail.com, tel.: +380442807066, Ukraine, 01010, Kyiv, M. Omelianovych-Pavlenko Str., 1, of. 347a, orcid.org/0000-0003-4109-005X.

Fedin S.S., Ph.D., Doctor of Technical Sciences, Professor, National Transport University, Professor of the Department of information systems and technologies, e-mail: sergey.fedin1975@gmail.com, tel.: +380442807066, Ukraine, 01010, Kyiv, M. Omelianovych-Pavlenko Str., 1, of. 347a, orcid.org/0000-0001-9732-632X.

#### **РЕЦЕНЗЕНТИ:**

Івохін Є.В., доктор фіз.-мат. наук, професор, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, професор кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету комп'ютерних наук та кібернетики, Київ, Україна.

Гавриленко В.В., доктор фіз.-мат. наук, професор, Національний транспортний університет, професор кафедри інформаційних систем і технологій, Київ, Україна.

#### **REVIEWERS:**

Ivohin E.V., Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Taras Shevchenko National university of Kyiv, Professor of the Department of systems analysis and decision theory, Faculty of computer science and cybernetics, Kyiv, Ukraine.

Gavrylenko V.V., Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, National Transport University, Professor of the Department of information systems and technologies, Kyiv, Ukraine.