

УМОВИ ВІДСУТНОСТІ ТА ТРИ МЕХАНІЗМИ ЗАРОДЖЕННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНЬ В ПРУЖНИХ ТІЛАХ

Шлюнь Н.В., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

Білобрицька О.І., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, o.bilobrytska@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6751-6592

Заєць Ю.О., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, yzaets@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1836-2010

Шевчук Л.В., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, ludmilashevchuk25@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527

CONDITIONS OF ABSENCE AND THREE MECHANISMS OF GENERATION OF THERMAL STRESSES IN ELASTIC BODIES

Shlyun N.V., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

Bilobrytska O.I., Ph. D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, o.bilobrytska@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6751-6592

Zaiets Yu.O., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, yzaets@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1836-2010

Shevchuk L.V., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, ludmilashevchuk25@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527

Вступ. Температурні напруження в машинах, спорудах і конструкціях виникають через обмеження можливості вільного деформування їх елементів з боку інших частин цих об'єктів або з боку інших тіл і можуть бути причиною їх руйнувань. Для зниження таких термонапружень намагаються по можливості уникати накладання на систему додаткових зовнішніх зв'язків або вводять так звані температурні компенсатори, серед яких найпоширенішими є зазори між ділянками рейок та асфальтних дорожніх покриттів, зазори між блоками гребель, ковзанки на опорах мостів та ін. До них можна віднести також петельні відгалуження ліній електропередач у точках їх підвісу та петельні компенсатори нафтових та газових трубопроводів. Зважаючи на те, що рівні термонапружень в конструкціях можуть бути істотно знижені вже на етапі їх проектування за рахунок вибору раціональних конструктивних схем, важливо знати умови відсутності термонапружень і механізми їх зародження в системах, що деформуються. Показано, наприклад, що термонапруження дорівнюють нулю (з відомим ступенем наближення) в статично визначених фермах при будь-яких законах розподілу температури в їх стрижнях. Вони рівні нулю також в безмоментних оболонках. У зв'язку з цим важливим є загальне питання про те, при яких полях розподілу температури в тривимірних тілах спровоковані нею термонапруження дорівнюють нулю. При цьому для неоднорідних систем, таких як композитні матеріали, асфальтобетонні і цементнобетонні покриття доріг і мостів, значний теоретичний і прикладний інтерес пов'язаний з оберненою постановкою цього питання: які механізми найбільше сприяють зародженню термонапружень в цих системах, які закономірності розподілу полів цих напружень і які з них становлять найбільшу небезпеку? Відповіді на ці питання можуть допомогти знизити рівні термонапружень в неоднорідних системах і підвищити їх термостійкість.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Основними факторами, що впливають на міцність і довговічність доріг і мостів є транспортні навантаження, а також добові та сезонні зміни температури. При цьому зародження термічних напружень відрізняється великою різноманітністю зміни температури за просторовими і часовими змінними і знаку (додатна, від'ємна). У зв'язку з цим досить складними є процеси еволюції термонапружень в цих конструкціях і їх теоретичному та експериментальному вивченню приділяється велика увага в публікаціях.

Серед публікацій, що розглядають поняття термонапружень в конструкціях дорожніх покриттів, можна виділити роботи [1, 2, 8, 13], в яких переважно теоретичними методами аналізуються поля термонапружень, критерії міцності та термомеханічні характеристики бітумних

матеріалів. Використані в цих роботах, підходи базуються на методах термопружності, основи якої викладені в монографіях [4, 9, 10, 12, 16]. Водночас необхідно відзначити, що в термопружності композитних і асфальтобетонних матеріалів основна увага приділяється визначенню ефективних (приведених) значень їх термомеханічних параметрів [5, 7, 11]. При цьому, наприклад, вважається, що якщо композит скомбінувати з фракції з додатними і від'ємними [15, 17] значеннями коефіцієнта термічного розширення, то для всього композиту приведений коефіцієнт дорівнюватиме нулю і цей матеріал не буде реагувати на термічні збурення. Такі твердження можна спростувати, звернувшись до зовнішнього (External) та внутрішнього (Internal) механізмів зародження термонапружень у композитних матеріалах [6, 14]. У роботі [3] показано, що несумісність параметрів фаз композиту може супроводжуватися сприятливим усередненням характеристик всього композиту, але при цьому можуть виникати інтенсивні приховані внутрішньоструктурні термонапруження. У цій роботі виділимо ще один, градієнтний, механізм, який реалізується, якщо не виконуються умови відсутності термонапружень і градієнт температурного поля є змінним вектором.

При яких полях температури і додаткових умовах термонапруження в пружних тілах дорівнюють нулю? При дослідженні термонапружень в пружних тілах важливо знати, які поля розподілу температури здійснюють і не здійснюють вплив на їх значення. Виявляється, якщо тіло є однорідним і на його переміщення не накладені зовнішні обмеження (в'язі), то для поля температури, яка лінійно змінюється вздовж кожної із трьох осей Ox , Oy , Oz декартової системи координат, всі термонапруження дорівнюють нулю.

Дійсно, розглянемо пружне однорідне тіло, вільне від зовнішніх крайових і внутрішніх об'ємних сил та від зовнішніх і внутрішніх обмежень, при деякому розподіленому в ньому нестационарному полі температури $T(x, y, z, t)$.

Рівняння динаміки термопружного середовища при умові зміни температури за часом t мають вигляд:

$$\begin{aligned} \mu \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) u + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - (3\lambda + 2\mu) \alpha T &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \mu \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) v + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - (3\lambda + 2\mu) \alpha T &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \mu \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) w + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - (3\lambda + 2\mu) \alpha T &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут u , v , w – компоненти вектора пружних переміщень вздовж відповідних осей, λ , μ – модулі пружності Ламе, α – коефіцієнт лінійного термічного розширення, ρ – густина, t – час.

Надалі зручно всі перетворення виконувати з використанням тензорної символіки. Нехай: $x = x_1$, $y = x_2$, $z = x_3$, $u = u_1$, $v = u_2$, $w = u_3$.

Тоді представляючи переміщення $u_i(t)$ через деформації $\varepsilon_{ij}(t)$ за допомогою рівностей $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i})$, систему (1) замінимо рівняннями [12]

$$\mu \varepsilon_{ij,kk} + (\lambda + \mu) \varepsilon_{kk,ij} - (3\lambda + 2\mu) \alpha T_{ij} = \rho \mathcal{E}_{ij}, \quad (i, j, k = 1, 2, 3). \quad (2)$$

Наступні зміни системи (2) пов'язані з виразом деформацій ε_{ij} через напруження $\sigma_{ij} = 2\lambda \varepsilon_{ij} + [\lambda I_1 - (3\lambda + 2\mu) \alpha T] \delta_{ij}$:

$$\sigma_{ij,kk} + \frac{2(\lambda + \mu)}{3\lambda + 2\mu} \sigma_{kk,ij} - \frac{\lambda}{3\lambda + 2\mu} \sigma_{mm,kk} \delta_{ij} + 2\mu \alpha (T_{ij} + T_{kk} \delta_{ij}) = \frac{\rho^2}{\mu^2} \left(\mathcal{E}_{ij} - \frac{\lambda}{3\lambda + 2\mu} \mathcal{E}_{kk} \delta_{ij} \right) + \frac{2\rho^2 \alpha}{\mu} \mathcal{E}_{ij}, \quad (3)$$

$$(i, j, k, m = 1, 2, 3).$$

Виділимо випадок, коли задача є стаціонарною і похідними по t в (3) можна знехтувати. Тоді маємо

$$\sigma_{ij,kk} + \frac{2(\lambda + \mu)}{3\lambda + 2\mu} \sigma_{kk,ij} + 2\mu\alpha \left(T_{ij} + \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} T_{kk} \delta_{ij} \right) = 0, \quad (i, j, k = 1, 2, 3). \quad (4)$$

Нехай під дією температурного поля термонапруження в тілі дорівнюють нулю, $\sigma_{ij} = 0$. Тоді розв'язувальні рівняння теорії термопружності (4) приводяться до вигляду

$$T_{ij} + \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} T_{kk} \delta_{ij} = 0. \quad (5)$$

Приведемо їх в розгорнутій формі після заміни λ і μ на E і ν

$$\begin{aligned} \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \nabla^2 T + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= 0, \\ \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \nabla^2 T + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} &= 0, \\ \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \nabla^2 T + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} &= 0, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} = 0, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Додавши три перших рівняння системи (6), отримаємо

$$\nabla^2 T = 0. \quad (7)$$

Це означає, що єдиний закон розподілу температури, при якому термонапруження в пружному однорідному вільному тілі дорівнюють нулю, описується рівняннями

$$\begin{aligned} \nabla^2 T &= 0, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} &= 0, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} = 0, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Ця система має єдиний розв'язок

$$T(x, y, z) = a + bx + cy + dz, \quad (9)$$

де a, b, c, d – довільні сталі.

Таким чином, якщо температура в пружному однорідному тілі, вільному від в'язей, розподіляється за лінійним законом (9), то термонапруження в ньому дорівнюють нулю. При цьому переміщення, викликанні вільним термічним розширенням (або усадкою) тіла, дорівнюють

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \alpha \left[(a + bx + cy + dz)x - \frac{b}{2}(x^2 + y^2 + z^2) \right], \\ v(x, y, z) &= \alpha \left[(a + bx + cy + dz)y - \frac{c}{2}(x^2 + y^2 + z^2) \right], \\ w(x, y, z) &= \alpha \left[(a + bx + cy + dz)z - \frac{d}{2}(x^2 + y^2 + z^2) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Особлива ситуація виникає, коли $b = c = d = 0$ і температура однакова у всіх точках тіла. Тоді

$$u(x, y, z) = \alpha ax, \quad v(x, y, z) = \alpha ay, \quad w(x, y, z) = \alpha az. \quad (11)$$

При такому розподілі температури ненульові термонапруження можуть виникати тільки у випадках, якщо тіло неоднорідне і його коефіцієнт α є функцією змінних x, y, z , або коли його переміщення (11) обмежені зовнішніми в'язями.

Відзначимо цікаву математичну властивість функції (9). В цьому випадку

$$\text{grad}T = b\vec{i} + c\vec{j} + d\vec{k} \quad (12)$$

і вектор градієнта (12) має одне і теж значення у всіх точках тіла.

Три механізми виникнення термонапружень і терморуйнувань в пружних тілах. В попередньому підрозділі розглянуті закони розподілу полів температури, при яких термонапруження в однорідному середовищі, вільному від зовнішніх обмежень на переміщення, відсутні. Проте суттєвий практичний інтерес представляє обернене питання: при яких умовах ці напруження виникають, і в яких випадках вони можуть приводити до пошкодження в середовищі. В роботах [6, 15] узагальнюються два механізми статичного термічного руйнування тіла, дані в умовах, коли температура однакова у всіх його точках. Обидва ці механізми виникають, коли на термічне переміщення елементів тіла накладенні обмеження, які перешкоджають їх вільному термічному деформуванню.

Перший механізм називається зовнішнім (External Mechanism). Він пов'язаний з наявністю зовнішніх в'язей, які обмежують термічні переміщення на крайових поверхнях тіла. В дорожніх конструкціях такий механізм виникає, наприклад, в тілі дорожнього покриття, вільне термічне деформування якого внизу обмежене контактною взаємодією з нижче лежачим шаром дороги, а поздовжні переміщення (вздовж осі z) на кінцях дороги (умовно, на нескінченності) дорівнюють нулю. Ці зовнішні в'язі приводять до того, що, наприклад, при лінійному розподілі від'ємної температури $T(y)$ за товщиною покриття переміщення в гіпотетичному шарі дороги, вільному від в'язей, набувають значення (10), шар приймає форму, яка представлена на рис. 1 б, і напруження в ньому відсутні. Проте, в зв'язку з тим, що через наявність в'язей шар залишається на дорожній основі, його потрібно розігнути і знову сумістити з нижньою основою. При його розгинанні в ньому можуть виникнути поперечні тріщини (рис. 1 в), які бувають нескрізними.

Розрив шару на всю його глибину може відбуватися в результаті дії зовнішніх обмежень на кінцях (умовно, на нескінченності) дороги (рис. 2 а). В цьому випадку від'ємна температура (T) в тілі покриття при відсутності крайових в'язей привела б до виникнення в ньому поздовжніх переміщень $w(z)$, які обчислюються за формулою (10). Проте через дію в'язей $w(z) = 0$, але натомість породжується поздовжня сила P , яка і може привести до поперечного скрізного розриву покриття. Після розриву покриття сила P зникає.

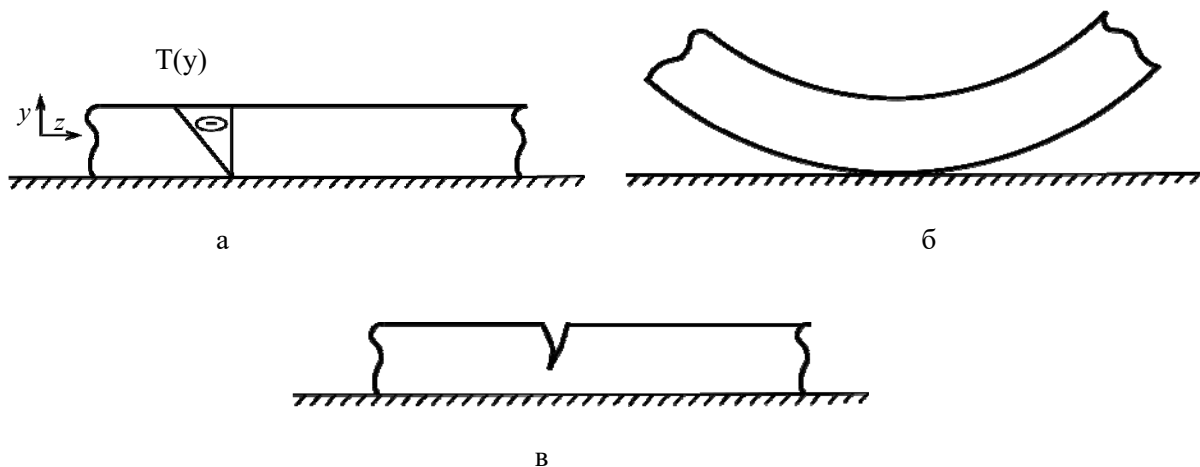


Рисунок 1 – Механізм утворення ненаскрізних поперечних тріщин в дорожньому покритті
Figure 1 – The mechanism of formation of non-through transverse cracks in the pavement

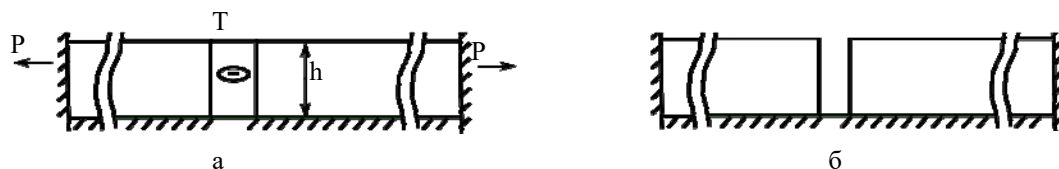


Рисунок 2 – Механізм утворення наскрізного поперечного розриву у верхньому шарі нескінченного покриття, спровокованого його затисканням на кінцях

Figure 2 – The mechanism of formation of a through transverse rupture in the upper layer of an endless coating, provoked by its clamping at the ends

В той же час результати експериментальних досліджень згинання балки, яка виготовлена із асфальтобетонної суміші, показали, що асфальтобетон може бути пошкоджений при охолодженні навіть у відсутності зовнішніх обмежень. В цьому випадку спрацьовує другий механізм руйнувань, який викликаний дією внутрішніх обмежень неоднорідного середовища (Internal Mechanism). Він може приводити до внутрішніх прихованих локалізованих дефектів, пошкоджень і руйнувань, завдяки різниці деформацій усадки між охолодженим бітумом і наповнювачем через різницю між значеннями їх коефіцієнтів об'ємного (β) і лінійного (α) термічного розширення.

В зв'язку з цим останнім часом була запропонована нова концепція, у відповідності до якої, однією із основних причин розтріскування блоків можуть бути саме внутрішні термодформації, які викликані термомеханічною несумісністю фаз композитного матеріалу. Відзначимо, що в науковій літературі, яка опрацьована авторами даного проєкта, всі ці висновки формулюються на рівні якісних експериментальних суджень, без аналітичних підтверджень. В роботах авторів [2, 3, 8] цей механізм підтверджується методами теорії термопружності на прикладах композитних матеріалів з сферичними і волокнистими (циліндричними) включеннями.

Відзначимо, що тут доцільно виділити ще один (третій) механізм термопошкодження і руйнування пружних тіл. Він має місце, коли умови (8), (9) не виконуються і вектор-градієнт $grad T$ в (12) не залишається постійним вектором. В цьому випадку в пружному тілі також зароджуються термонапруження, які зі збільшенням вектора $grad T$ можуть приймати граничні значення. Ці ефекти типові для нестационарних термічних впливів з швидкими змінами температури середовища, які також можуть мати місце в конструкціях покриттів доріг і мостів. На побутовому рівні тут можна відмітити приклади руйнування скляного стакану при наливанні у нього кип'ятку. Скло стакану є однорідним матеріалом, на його переміщення не накладені ніякі зовнішні обмеження, але при наливанні кип'ятку температура в тілі стакану не успеває вирівнятися і розподілитися за законом (11), вектор градієнта $grad T$ не задовольняє умову

$$grad T = \overline{const} \quad (13)$$

і стакан руйнується. В той же час, якщо стакан тонкий, то градієнт температури малий і стакан не руйнується. Тут важливо зазначити, що в дійсності при експлуатації конструкцій в умовах зміни температур трапляються випадки, коли зумовлені ними терморуйнування намагаються ліквідувати шляхом локальних і нелокальних потовщень фрагментів системи. Зазвичай такі спроби призводять до негативних ефектів.

На додаток до всього необхідно підкреслити, що в конструкціях дорожніх покриттів ефект третього механізму не проявляється у формі, яка має вирішальне значення, але зате він є діючим через постійну зміну температури і сприяє термічній деградації матеріалу. Причому неоднорідність температурного поля і зміна його градієнта суттєво зростають зі зменшенням коефіцієнта теплопровідності середовища, так як при його малому значенні температура тіла в нестационарних умовах не встигають вирівнятися (функція T не встигає стати гладкою) і це приводить до високоградієнтних напружень. Тому питання про те які теплопровідні властивості матеріалів дорожніх покриттів є більш (або менш) сприятливими для підвищення їх довговічності залишається відкритим і потребує подальшого вивчення.

Нелінійний характер зміни температури по товщині покриття ще більш ускладнює задачу про його термодформування. Для підтвердження цього судження розглянемо явище поширення тепла

вглиб дорожнього масиву (вздовж координати x_2). Нехтуючи тепловими потоками в горизонтальному напрямі, запишемо рівняння нестационарної теплопровідності [9, 12] у вигляді

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (14)$$

Будемо вважати, що в результаті теплового збурення дорожнього масиву добовими змінам температури $T(x_2, t)$ на вільній поверхні $x_2 = 0$ покриття при денному нагріванні та нічному охолодженні температури на поверхні $x_2 = 0$ можна вважати відомою, тобто $T(0, t)$ ($0 \leq t \leq 12 \text{ год}$). Врахуємо, що коефіцієнти теплопровідності матеріалів шарів покриття маленькі, обрана для аналізу товщина багат шарового покриття (розрахункова глибина масиву) не мала і розрахункова протяжність зміни зовнішньої температури (12 годин) порівняно мала. Тоді роль доданку в лівій частині рівняння (14) (друга похідна по x_2) набагато менша ролі доданку в його правій частині (перша похідна по t) і рівняння (14) також є сингулярно збуреним. Зазначимо, що ця особливість рівнянь теплопровідності (рівнянь математичної фізики параболічного типу) широко відома в прикладній математиці і вона у повному обсязі відображена в науковій літературі [2]. В нашому випадку ця особливість проявляється в тому, що розв'язок задачі теплопровідності також має вигляд крайового ефекту, локалізованого в елементах покриття, прилеглих до його вільної поверхні. Також високоградієнтний розподіл температури $T(x_2, t)$ вглиб призводить до великих значень нормальних і дотичних напружень, що провокують розтріскування і розшарування верхніх шарів покриття. Вони підтверджені результатами комп'ютерного моделювання.

Проілюструємо ці особливості за допомогою рівняння теплопровідності (14) із заміною x_2 на x

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (15)$$

та рівнянь (1)-(3) для одномірного випадку.

Нехай пружне середовище займає напівпростір $x \geq 0$ і в момент часу $t = 0$ температура в ньому змінилася за законом (рис.3 а)

$$T(x, 0) = T_0 e^{nx} \quad (16)$$

Тут T – температура середовища на граничній площині $x = 0$, $n < 0$. Нехай далі на цій площині функція температури $T(0, t)$ має вигляд

$$T(0, t) = T_0 e^{mt}, \quad m > 0 \quad (17)$$

Тоді розв'язок рівняння (15) при $t > 0$ можна подати у вигляді

$$T(x, t) = f(x)g(t) = T_0 e^{nx} e^{mt}, \quad (18)$$

де $f(x) = T_0 e^{nx}$, $g(t) = e^{mt}$, $n < 0$, $m > 0$.

При деяких $x \geq 0$ та фіксованому $t = t_0 > 0$ функція $T(x, t)$ має вигляд, представлений на рис.3. Підставляючи для цього випадку вираз (18) в рівняння (15), отримаємо

$$T_0 n^2 e^{nx} e^{mt} = \frac{m}{a} T_0 e^{nx} e^{mt} \quad (19)$$

Звідси слідує рівність, яка визначає зв'язок між величинами n , m та a :

$$n^2 = \frac{m}{a} \quad \text{або} \quad n = \pm \sqrt{\frac{m}{a}}. \quad (20)$$

У відповідності до виразу (18) тут параметр n визначається швидкістю спадання $T(x,t)$ (при $n < 0$) вздовж змінної x при фіксованому t . Відповідно до (20) вона зменшується зі зростом a . Величина m характеризує швидкість зростання $T(x,t)$ (при $m < 0$) за часом t . На рис.3 побудовані графіки зміни функцій $T'(x,t)$ та $T''(x,t)$ для однакових крайових умов $T(0,t_i)$, ($i=0,1,2$) при двох значеннях коефіцієнту a_j ($j=1,2$), які задовольняють нерівність $a_2 > a_1$.

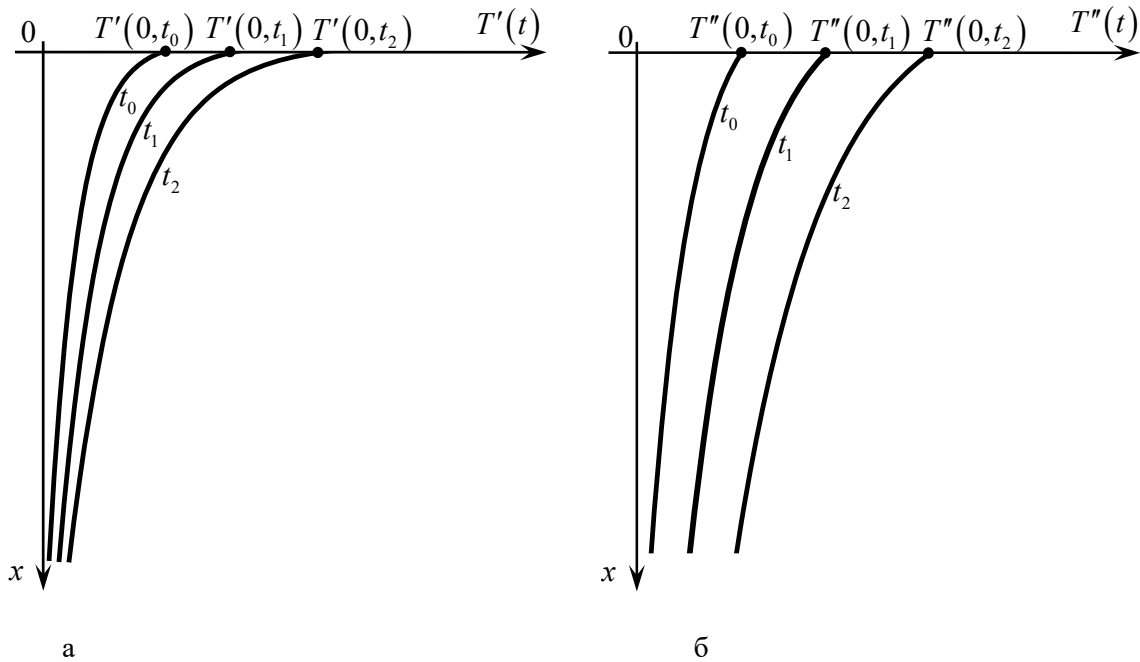


Рисунок 3 – Графіки зміни функцій $T'(x,t_i)$ та $T''(x,t_i)$ ($i=0,1,2$) для випадків $a = a_1$ (а) та $a = a_2$ (б), відповідно

Figure 3 – Graphs of changes in functions $T'(x,t_i)$ and $T''(x,t_i)$ ($i=0,1,2$) for cases $a = a_1$ (a) та $a = a_2$ (b), respectively

Аналіз цих графіків дозволяє зробити два зауваження:

1. Як видно, при малому значенні a_1 (рис.3 а) тепловий потік проникає вглиб середовища з меншою інтенсивністю, і поле температури $T'(x,t_i)$ з ростом t набувають більш яскраво виражений вигляд крайового ефекту з більшим значенням градієнту $T'(x)$ (і термонапружень) в околі границі $x=0$. Зі збільшенням коефіцієнту a (рис.3 б) при тих же граничних умовах крайовий ефект стає менш помітним, оскільки тепловий потік з меншим опором проникає всередину середовища, значення температури $T''(x,t)$ набувають збільшених значень, але градієнт температури падає. Тому в області крайового ефекту падають і термонапруження. Але при віддаленні від краю $x=0$, там, де немає їх концентрації і вони порівняно малі, термонапруження можуть дещо зростати.

2. Вище для аналізу вибрані випадки, коли при двох різних значеннях коефіцієнтів a_1 та a_2 крайові умови $T(0,t)$ однакові. Проте в реальності такі умови складно реалізувати, оскільки на граничній площині $x=0$ пружного середовища, яке контактує з зовнішнім (повітряним) середовищем, реалізуються умови вільного теплообміну. Його інтенсивність визначається коефіцієнтом тепловіддачі γ між тілом і середовищем, який показує яка кількість тепла передається

від одиниці площі площини тіла до зовнішнього середовища за одиницю часу при різниці температур між стінкою тіла і середовищем в 1 градус (K). Цей коефіцієнт зростає зі збільшенням коефіцієнту теплопровідності a_1 , оскільки при цьому підвищується інтенсивність теплообміну [12]. В результаті кількість тепла, яке передається тілу з боку зовнішнього середовища при $a = a_2$ буде більше в порівнянні з випадком $a = a_1$, але у зв'язку з тим, що $a_2 > a_1$, це тепло буде швидко відходити вглиб тіла і розчиниться в ньому. Це призведе до того, що температура буде мати тенденцію до швидкого вирівнювання по всьому об'єму, набуваючи значення $T(x, t)$, які вищі за відповідні значення в ті ж моменти часу при великих x для випадку $a = a_1$, але менші за відповідні значення при малих x , тобто в околі краю $x = 0$ (рис. 4).

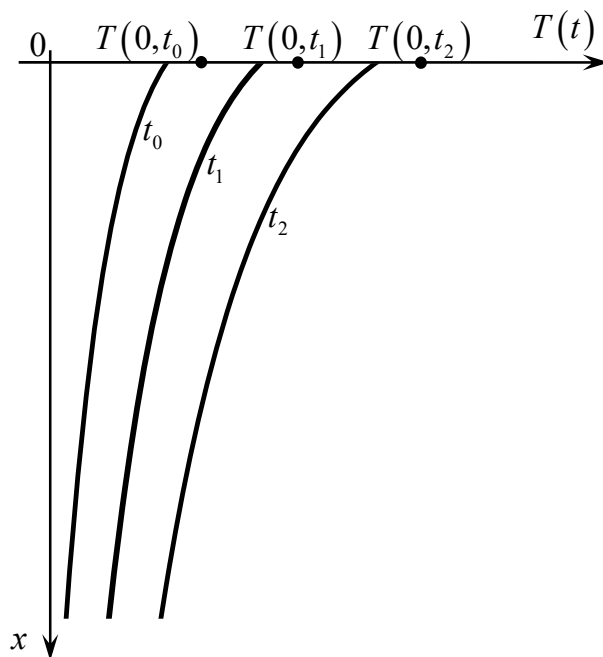


Рисунок 4 – Уточнені графіки зміни функцій $T(x, t_i)$ для випадку $a = a_2$

Figure 4 – Refined function $T(x, t_i)$ change graphs for the case $a = a_2$

Проаналізуємо тепер як змінюються поля термонапружень в пружному напівпросторі при наявності в ньому поля температури (19). Будемо вважати, що, як це прийнято в дорожньому будівництві, координати x та z лежать в горизонтальній площині, а координата y напрямлена вниз вздовж вертикалі. Нехай при нескінченних значеннях x та z переміщення u_x та u_z дорівнюють нулю, тоді вони будуть дорівнювати нулю і у всьому напівпросторі. Для обчислення переміщень u_y виберемо в системі (1) друге рівняння у формі

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 u_y}{dy^2} = (3\lambda + 2\mu) \alpha \frac{dT}{dy}. \quad (21)$$

Перепишемо це рівняння з урахуванням представлення (18) при фіксованому часі t_i :

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 u_y}{dy^2} = (3\lambda + 2\mu) \alpha n T_0 e^{m t_i} e^{n y}. \quad (22)$$

Інтегруючи його двічі, отримуємо:

$$\frac{du_y}{dy} = \frac{(3\lambda + 2\mu)}{(\lambda + 2\mu)} \alpha T_0 e^{m_i} e^{n_y} + C_1. \quad (23)$$

$$u_y = \frac{(3\lambda + 2\mu)}{(\lambda + 2\mu) \cdot n} \alpha T_0 e^{m_i} e^{n_y} + C_1 y + C_2, \quad (24)$$

де константи C_1, C_2 знаходять із граничних умов.

Маючи функцію (24) можна підрахувати напруження:

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_z = -(3\lambda + 2\mu) \alpha T_0 e^{m_i} e^{n_x}, \quad \sigma_y = 0, \\ \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Тут при обчисленні σ_y враховано, що на граничній площині $y=0$ $\sigma_y(0)=0$.

Наведені викладки дозволяють зробити висновок, що вплив градієнтного механізму на поля термонапружень у деформованих тілах значною мірою визначається значеннями їх коефіцієнтів теплопровідності та швидкістю зміни температури зовнішнього середовища. У кожному випадку це питання має вирішуватись розв'язуванням рівнянь нестационарної термопружності.

Висновки.

1. Розглянуті умови відсутності і зародження термонапружень в тілах, що деформуються. Показано, що якщо однорідне тіло вільне від зовнішніх в'язей, то поля постійної температури або температури, що лінійно змінюється вздовж просторових змінних, не перешкоджають вільному термодиформуванню елементів тіла і не викликають в ньому термонапружень.

2. Виділені три основні причини порушення умов вільного термодиформування пружних тіл, що призводять до генерування в них термонапружень. До них відносяться накладені зовнішні в'язі, структурна неоднорідність тіла і тенормеханічна несумісність параметрів його компонент, а також поля температури зі змінними градієнтами.

3. Наведені приклади реалізації зовнішнього, внутрішнього та градієнтного механізмів генерування термонапружень. Дані рекомендації щодо зниження їх впливу на термопошкодження конструкцій.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Богомолів В.О. Щодо критеріїв міцності для дорожніх одягів нежорсткого типу / В.О. Богомолів, В.К. Жданюк, С.В. Богомолів // Автошляховик України. – 2011. – № 5. – С. 29 – 33.
2. Термопружний стан багатошарових дорожніх покриттів / В.І. Гуляєв, В.В. Гайдайчук, В.В. Мозговий, О.О. Густелєв, Ю.О.Заєць, Л.В. Шевчук, Н.В.Шлюнь – К.: НТУ, 2018. – 252 с.
3. Шлюнь Н.В. Провнутрішній механізм термопошкоджень вармованих композитах з термомеханічною несумісністю їх фаз / Н.В. Шлюнь, Ю.О. Заєць // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий журнал. – К.: НТУ.– 2022. – Вип. 3(53). – С. 427–432.
4. Carlson D.E. Thermoelasticity / D.E. Carlson – Encyclopedia of Physics. V. Via/2 (ed. Trusdell C.), Berlin: Springer, 1972.
5. Christensen R.M. Solutions for effective shear properties in three-phase sphere and cylinder models / R.M. Christensen, K.H. Lo // J. Mech. Phys. Solids. – 1979. – V. 27. –Pp. 315-330.
6. Elwardany M.D. Internal restraint damage mechanism for age-induced pavement surface damage / M.D. Elwardany, G. King, J.P. Planche, C. Rodezno, D. Christensen, R.S. Fertig Ill, K.H. Kuhn, F.H. Bhuiyan // Asphalt Paving Technol: J. Assoc. Asphalt Paving Technol. –2019. – 88.
7. Fatima-Ezzahra El Mabchour. Theoretical and Numerical Contribution for Prediction of the Mechanical Properties of a Randomly Distributed Reinforcement in the Matrix / El Mabchour Fatima-Ezzahra, H. Abouchadi, Zeriab Es-Sadek Mohamed, M. Taha-Janan // International Review of Mechanical Engineering. – 2020. – Vol. 14, no. 5. –Pp.303-309. <https://doi.org/10.15866/ireme.v14i5.19150>

8. Gulyayev V.I. Modelling negative thermomechanical effects in reinforced road structures with thermoelastic incompatibility of coating and reinforcement materials / V.I. Gulyayev, V.V. Mozgovyi, N.V. Shlyun, L.V. Shevchuk // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2022. – № 2. – С.117-127. <https://doi.org/10.20535/SRIT.2308-8893.2022.2.09>
9. Hetnarsky R.B. Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications / R.B. Hetnarsky, M.R. Eslami – Solid Mechanics and its Applications 158, © Springer Science Business Media B.V., 2009. – 579 p.
10. Hetnarski R.B. Mathematical Theory of Elasticity / R.B. Hetnarski, J. Ignaczak. –New York: Taylor and Francis, 2004. – 821 p.
11. Ju J.W. Effective elastic moduli of two-phase composites containing randomly dispersed spherical inhomogeneities / J.W. Ju, T.M. Chen // Acta Mech. – 1994. – 103(1). –Pp. 123-144.
12. Kovalenko A.D. Thermoelasticity: Basic Theory and Applications / A.D. Kovalenko – The Netherlands: Wolters-Noordhoff Groningen, 1972.
13. Marcela Fiedlerova. Using various thermal analytical methods for bitumen characterization / Fiedlerova Marcela, Jisa Petr, Stepanek Kamil // International Journal of Pavement Research and Technology. – 2021, – V. 14, Issue 4. – Pp. 459-465.
14. Michael Elwardany. Universal and practical approach to evaluate asphalt binder resistance to thermally-induced damage / Elwardany Michael, Planche Jean-Pascal, King Gayle // Construction and Building Materials. – 2020. – 255, 119331. – Pp. 1-18.
15. Miller W. Negative Thermal Expansion: a Review / W. Miller, S.W. Smith, D.S. Mackenzie, K.E. Ewans // Journal of Material Science. – 2009. – 44 – Pp. 5441–5451.
16. Nowacki W. Thermoelasticity / W. Nowacki – 2 nd ed. Oxford: PWN – Polish Scientific Publishers, Warsaw and Pergamon Press, 1986.
17. Takenaka K. Negative Thermal Expansion Materials: Technological Key for Control of Thermal Expansion / K. Takenaka // Science and Technology of Advanced Materials. – 2012. –13. –Pp. 1-11.

REFERENCES

1. Bohomolov V.O., Zhdaniuk V.K., Bohomolov S.V. (2011). Shchodo kryteriiv mitsnosti dlia dorozhnikh odiahiv nezhorstkoho typu [Regarding durability criteria for non-rigid road clothing]. Avtoshliakhovyk Ukrainy – Road builder of Ukraine, 5. 29 – 33 [in Ukrainian].
2. Huliaiev V.I., Haidachuk V.V., Mozghovyi V.V., Zaiets Yu.O., Shevchuk L.V., Shliun N.V. (2018). Termopruznyi stan bahatosharovykh dorozhnikh pokryttiv [Thermoelastic state of multilayer pavements]. K: NTU, 2018, 252 [in Ukrainian].
3. Shliun N.V., Zaiets Yu.O. (2022) Pro vnutrishnii mekhanizm termoposkodzhen v armovanykh kompozytakh z termomekhanichnoiu nesumisnistiu yikh faz [The internal mechanism of thermal damage in reinforced composites with hydromechanical incompatibility of their phases]. Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu. Serii «Tekhnichni nauky». Naukovi zhurnal. – K.: NTU – Bulletin of the National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific journal. – K.: NTU, 3(53), 427–432 [in Ukrainian].
4. Carlson D.E. (1972). Thermoelasticity. Encyclopedia of Physics. V. Via/2 (ed. Trusdell C.), Berlin: Springer.
5. Christensen R.M., Lo K.H. (1979). Solutions for effective shear properties in three-phase sphere and cylinder models. J. Mech. Phys. Solids, 27, 315-330.
6. Elwardany M.D., King G., Planche J.P., Rodezno C., Christensen D., Fertig Ill R.S., Kuhn K.H., Bhuiyan F.H. (2019). Internal restraint damage mechanism for age-induced pavement surface damage. Asphalt Paving Technol: J. Assoc. Asphalt Paving Technol, 88.
7. Fatima-Ezzahra El Mabchour, Abouchadi H., Mohamed Zeriab Es-Sadek, Taha-Janan M. (2020). Theoretical and Numerical Contribution for Prediction of the Mechanical Properties of a Randomly Distributed Reinforcement in the Matrix. International Review of Mechanical Engineering, 14, 5, 303-309. <https://doi.org/10.15866/ireme.v14i5.19150>
8. Gulyayev V.I., Mozgovyi V.V., Shlyun N.V., Shevchuk L.V. (2022). Modelling negative thermomechanical effects in reinforced road structures with thermoelastic incompatibility of coating and reinforcement materials. Systemni doslidzhennia ta informatsiini tekhnolohii – Systems Research and Information Technology, 2, 117-127. <https://doi.org/10.20535/SRIT.2308-8893.2022.2.09>

9. Hetnarsky R.B., Eslami M.R. (2009). Thermal Stresses — Advanced Theory and Applications. Solid Mechanics and its Applications 158, © Springer Science Business Media B.V., 579.
10. Hetnarski R.B., Ignaczak J. (2004). Mathematical Theory of Elasticity. New York: Taylor and Francis, 821.
11. Ju J.W., Chen T.M. (1994). Effective elastic moduli of two-phase composites containing randomly dispersed spherical inhomogeneities. Acta Mech, 103(1), 123-144.
12. Kovalenko A.D. (1972). Thermoelasticity: Basic Theory and Applications. The Netherlands: Wolters-Noordhoff Groningen.
13. Marcela Fiedlerova, Petr Jisa, Kamil Stepanek (2021). Using various thermal analytical methods for bitumen characterization. International Journal of Pavement Research and Technology, 14, 4, 459-465.
14. Michael Elwardany, Jean-Pascal Planche, Gayle King (2020). Universal and practical approach to evaluate asphalt binder resistance to thermally-induced damage. Construction and Building Materials, 255, 119331, 1-18.
15. Miller W., Smith S.W., Mackenzie D.S., Ewans K.E. (2009). Negative Thermal Expansion: a Review. Journal of Material Science, 44, 5441–5451.
16. Nowacki W. (1986). Thermoelasticity. 2 nd ed. Oxford: PWN – Polish Scientific Publishers, Warsaw and Pergamon Press.
17. Takenaka K. (2012). Negative Thermal Expansion Materials: Technological Key for Control of Thermal Expansion. Science and Technology of Advanced Materials, 13, 1-11.

РЕФЕРАТ

Шлюнь Н.В. Про внутрішній механізм термопошкоджень в армованих композитах з термомеханічною несумісністю їх фаз / Н.В. Шлюнь, О.І. Білобрицька, Ю.О. Заєць, Л.В. Шевчук // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий журнал. – К. : НТУ, 2023. – Вип. 1 (55).

Відмінна особливість явища зародження термонапруження в пружних тілах і спорудах, як правило, обумовлено не тим, що при зміні їх температури вони деформуються, а тим, що вони не можуть вільно деформуватися. Так, якщо тіло однорідне і на його переміщення не накладені зовнішні зв'язки, то при постійній або лінійно змінній вздовж просторових координат температурі термонапруження в ньому дорівнюють нулю. У роботі виділяється три механізми генерування термонапружень: зовнішній, внутрішній та градієнтний. Зовнішній механізм має місце, коли на переміщення тіла накладені зовнішні обмеження. Внутрішній механізм зустрічається у системах з неоднорідними термомеханічними властивостями: у композитах, у дорожніх та мостових покриттях. Градієнтний механізм реалізується при швидких змінах полів температури у часі та просторі.

У роботі виконано аналіз прояву умов відсутності термонапружень, а також механізми їх генерування в конструкціях дорожніх та мостових покриттів. Обговорюються питання щодо зниження цих напружень.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ТЕРМОНАПРУЖЕННЯ, КОМПОЗИТНІ МАТЕРІАЛИ, ПРУЖНІ ТІЛА, ДОРОЖНІ ПОКРИТТЯ, ТЕРМОРИВНОВАЖЕННЯ.

ABSTRACT

Shlyun N.V, Bilobrytska O.I., Zaiets Yu.O., Shevchuk L.V. Conditions of absence and three mechanisms of generation of thermal stresses in elastic bodies. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific journal. – Kyiv: National Transport University, 2023. – Issue 1 (55).

A distinctive feature of the phenomenon of the emergence of thermal stresses in elastic bodies and structures, as a rule, is due not to the fact that when their temperature changes and they are deformed, but to the fact that they cannot be freely deformed. So, if the body is homogeneous and no external constraints are imposed on its displacements, then at a constant or linearly changing along spatially variable temperature, the thermal stress in it is equal to zero. Three mechanisms of thermal stress generation are singled out in the work: external, internal and gradient. An external mechanism takes place when external restrictions are imposed on the movements of the body. The internal mechanism is found in systems with non-uniform thermomechanical properties: in composites, in road and bridge coatings. The gradient mechanism is realized with rapid changes in temperature fields in time and space.

The paper analyzes the manifestation of the conditions for the absence of thermal stresses, as well as the mechanisms of their generation in the construction of road and bridge pavements. The issues of reducing these stresses are discussed.

KEY WORDS: THERMAL STRESS, COMPOSITE MATERIALS, ELASTIC BODIES, ROAD COATINGS, THERMAL DESTRUCTION.

АВТОРИ:

Шлюнь Наталія Володимирівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0003-1040-8870.

Білобрицька Олена Іванівна, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: o.bilobrytska@ntu.edu.ua, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-6751-6592.

Заєць Юлія Олександрівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет доцент кафедри вищої математики, e-mail: yzaets@gmail.com, тел. +380979712351, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-5748-9527

Шевчук Людмила Володимирівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com, тел. +380667153633, Україна, 01010, м. Київ, вул. Бойчука 42, к. 511, orcid.org/0000-0002-5748-9527.

AUTHORS:

Shlyun N. V., Ph.D., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870.

Bilobrytska O. I., Ph.D., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: o.bilobrytska@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6751-6592.

Zaiets Yu. O., Ph. D., National Transport University, tel. +380979712351, , , Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: yzaets@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527.

Shevchuk L. V., Ph.D., National Transport University, tel. +380667153633, Ukraine, 01010, Kyiv, Boychuka str.42, e-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Гуляев В.І., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри математики, Київ, Україна.

REVIEWER:

Gaidaichuk V.V., Dr. Sc. (Engineering), Professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Gulyayev V. I., Dr. Sc. (Engineering), Professor, National Transport University, Head of Department Of Mathematics, Kyiv, Ukraine.