

ПРУЖНЕ ЗАКРИТИЧНЕ ЗГИНАННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН У ЦИЛІНДРИЧНИХ ПОРОЖНИНАХ НАФТО-ГАЗОВИХ СВЕРДЛОВИН

Левківська Л.В., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, l.v.g.ntu@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5589-5257

ELASTIC SUPERCRITICAL BENDING OF DRILL STRINGS IN CYLINDRICAL CAVITIES OF OIL AND GAS WELLS

Levkivska L.V., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, l.v.g.ntu@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5589-5257

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими й практичними завданнями. Природний газ та нафта — вуглеводні, від яких залежить добробут українців. Проте добути їх досить непросто та дорогоартісно через те, що їх поклади розміщуються нерівномірно і на різних глибинах. За останні десять років на світовому ринку видобутку вуглеводнів відбулася справжня технологічна революція не менша, ніж на ринку комп'ютерів чи мобільних телефонів. Але, на жаль, навіть сучасні технології розвідки не дозволяють гарантовано пробурити успішну свердловину. За статистикою, газ та нафту дають менше половини пробурених свердловин, а решта виявляються "сухими" [1].

Однією з основних перешкод глибокого буріння нафто-газових свердловин є можливість появи нештатних ситуацій, викликаних критичними станами квазістатичної рівноваги бурильної колони, її вигинанням, контактною взаємодією зі стінкою свердловини та так званім "прихопленням". Зі збільшенням глибини свердловини кількість і складність прихоплень бурильної колони зростають [2]. При цьому виникають дві проблеми дослідження механіки пружного згинання бурильної колони. Перша проблема полягає у визначенні критичного стану колони, яка формується як задача ейлерової втрати стійкості довгого обертового трубчастого стрижня, напруженого змінною по довжині поздовжньої силою, викликаного силами гравітації і крутним моментом. Однак не меншу цікавість викликають питання дослідження процесу подальшого (закритичного) деформування колони, коли в результаті випинання вона вступає в контакт зі стінкою свердловини і продовжує змінювати свою форму під дією зростаючої поздовжньої сили, розподіленої контактної сили і крутного моменту [3]. Моделювання цього процесу може бути виконане лише за допомогою нелінійної теорії гнучких криволінійних стрижнів.

Аналіз публікацій, в яких розпочато дослідження даної проблеми і на які спираються автори. Початок дослідженням закритичних станів бурильних колон з урахуванням їхньої контактної взаємодії зі стінками свердловини було покладено А. Любинським в 50-х роках минулого століття. Пізніше його методика була викладена в монографії [4]. Вона базується на суттєвому спрощенні задачі без урахування обертання, крутного моменту, граничних умов і припущення, що осьова стискаюча сила залишається сталою на всій довжині нескінченного стрижня. Вважається, що в результаті втрати стійкості бурильна колона набуває форму циліндричної спіралі й, завдяки цьому, на всій своїй довжині дотикається до стінок свердловини. Надалі в роботі [5] цей підхід був узагальнений на випадок дії крутного моменту, врахування граничних умов і деяких інших факторів. У даній статті ця проблема вирішується шляхом формулювання обернених задач теорії нелінійного деформування гнучких криволінійних стрижнів.

Мета роботи – побудувати нелінійні диференціальні рівняння, що описують контактну взаємодію труби бурильної колони зі стінкою свердловини, запропонувати методику їх чисельного розв'язання та представити результати комп'ютерного моделювання.

Викладення основного матеріалу досліджень. Вважатимемо, що при закритичному згинанні бурильної колони постійного радіуса r_1 вона по всій своїй довжині безперервно контактує зі стінкою свердловини. Осьова лінія свердловини вертикальна, а стінка – кругова циліндрична поверхня радіуса r_2 .

Будемо розглядати деформування колони як рух її осьової лінії L по циліндричній поверхні D радіуса $a = r_2 - r_1$.

Введемо нерухому декартову систему координат $OXYZ$ і систему координатних ліній u, v на поверхні D , спрямованих вздовж твірних і в коловому напрямку відповідно (рисунок 1).

Положення кривої L на поверхні D визначається рівностями (рисунок 2):

$$u = u(s), \quad v = v(s). \quad (1)$$

Тут s – натуральний параметр, що вимірюється довжиною лінії L від деякої початкової точки до поточної.

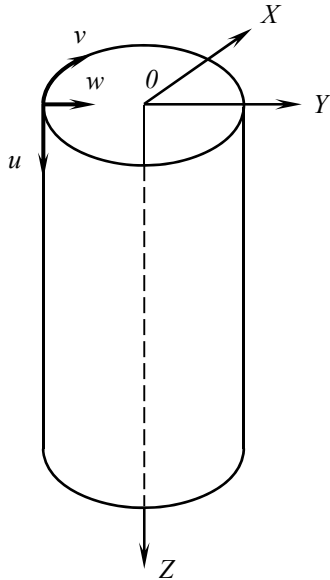


Рисунок 1 – Схема поверхні свердловини
Figure 1 – Well surface diagram

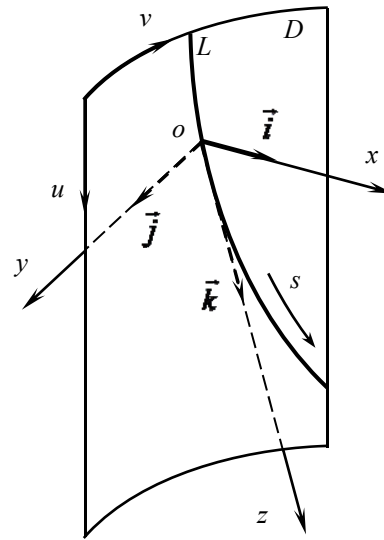


Рисунок 2 – Положення осової лінії L на поверхні D
Figure 2 – Position of centerline L on surface D

На кривій L введемо супутню систему координат $oxyz$ з ортами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Вісь ox цієї системи спрямована вздовж внутрішньої нормалі до поверхні D , вісь oz – вздовж дотичної до кривої L , вісь oy доповнює цю систему до правої трійки.

При моделюванні закритичного деформування бурильної колони вважаємо, що вона вже не обертається і відцентрові сили інерції дорівнюють нулю. Вплив потоків промивної рідини на згинання колони можна не враховувати, проте в результаті руху її потоків і легкого трясіння колони при її малих рухах усуваються сили тертя і ними також можна знехтувати. Тоді деформування БК відбувається в пружній стадії, а напружено-деформований стан визначається головними векторами внутрішніх сил $\vec{F}(s)$, внутрішніх моментів $\vec{M}(s)$ та вектором $\vec{f}(s)$ зовнішніх розподілених сил, що складається з вектора $\vec{f}^{gr}(s)$ сил тяжіння та вектора $\vec{f}^c(s)$ контактних сил. Ці сили та моменти підпорядковуються рівнянням рівноваги елемента бурильної колони [6]:

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{f}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{k} \times \vec{F}. \quad (2)$$

Зазвичай рівняння (2) формулюються у рухомій системі координат, осі якої збігаються з головними центральними осями інерції поперечних перерізів гнучкого стрижня. В даному випадку така необхідність відпадає, оскільки переріз бурильної колони – кільцевий та всі його центральні осі є головними. У той же час розглянута задача пов'язана з іншим ускладненням, обумовленим наявністю зв'язку у вигляді жорсткої поверхні свердловини, що обмежує переміщення колони, і появою додаткових контактних сил $\vec{f}^c(s)$, що збільшують число шуканих функцій. Однак, якщо розглядати деформування бурильної колони у супутній системі відліку $oxyz$, то цим можна не лише

розділити змінні та виключити невідому реакцію зв'язку $\vec{f}^c(s)$, а й зменшити загальну кількість шуканих функцій. Такий підхід аналогічний використанню узагальнених координат у методі рівнянь Лагранжа другого роду в порівнянні з застосуванням рівнянь Лагранжа першого роду.

З урахуванням зазначеного надамо абсолютним похідним $d\vec{F}/ds$, $d\vec{M}/ds$ в (2) форму:

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{F}}{ds} + \vec{\omega} \times \vec{F}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{M}}{ds} + \vec{\omega} \times \vec{M}. \quad (3)$$

Тут $\tilde{d}\dots/ds$ – локальна похідна, $\vec{\omega}$ – узагальнений вектор Дарбу, що є вектором кутової швидкості системи $oxyz$ при русі її спочатку вздовж кривої L з одиничною швидкістю. Вектор $\vec{\omega}$ визначається рівністю:

$$\vec{\omega} = k_x \vec{i} + k_y \vec{j} + k_z \vec{k}, \quad (4)$$

де k_x – геодезична кривина кривої L , k_y – нормальна кривина поверхні D вздовж кривої L , яка визначається за формулою Ейлера, k_z – кручення кривої L .

У системі відліку $oxyz$ рівняння (2) набувають вигляду:

$$\frac{\tilde{d}\vec{F}}{ds} = -\vec{\omega} \times \vec{F} - \vec{f}, \quad \frac{\tilde{d}\vec{M}}{ds} = -\vec{\omega} \times \vec{M} - \vec{k} \times \vec{F}. \quad (5)$$

Для циліндричної поверхні D компоненти вектора $\vec{\omega}$ обчислюються за формулами:

$$k_x = -a(u''v' - v''u'), \quad k_y = a(v')^2, \quad k_z = u'v'. \quad (6)$$

У цих рівностях штрихом праворуч угорі позначається похідна по параметру s .

З урахуванням рівності (4) перетворюємо рівняння (5) до скалярного вигляду окремо для співвідношень силової групи:

$$\begin{aligned} \frac{dF_x}{ds} &= -k_y F_z + k_z F_y - f_x^{gr} - f^c, \\ \frac{dF_y}{ds} &= -k_z F_x + k_x F_z - f_y^{gr}, \\ \frac{dF_z}{ds} &= -k_x F_y + k_y F_x - f_z^{gr} \end{aligned} \quad (7)$$

та моментної групи:

$$\begin{aligned} \frac{dM_x}{ds} &= -k_y M_z + k_z M_y + F_y, \\ \frac{dM_y}{ds} &= -k_z M_x + k_x M_z - F_x, \\ \frac{dM_z}{ds} &= -k_x M_y + k_y M_x. \end{aligned} \quad (8)$$

У рівняннях (8) моменти M_x , M_y , M_z обчислюються на основі формул [7]:

$$M_x = EI k_x, \quad M_y = EI k_y, \quad M_z = GI_0 k_z \quad (9)$$

де E , G – параметри пружності Ляме матеріалу труби колони; I – центральний осьовий момент інерції площі поперечного перерізу труби; I_0 – полярний момент інерції площі перерізу.

За допомогою рівностей (6) та двох перших рівнянь системи (8) можна отримати:

$$F_x = -2EIav'v'' - a(M_z - EIU'v')(u''v' - v''u') \quad (10)$$

$$F_y = -EIa \frac{d}{ds} (u''v' - v''u') + a(M_z - EIU'v')(v')^2. \quad (11)$$

З перших двох рівностей системи (9) випливає, що права частина третього рівняння системи (8) дорівнює нулю, тому:

$$M_z = const \quad (12)$$

і його значення задається у граничних умовах.

Співвідношення (6) – (9) дозволяють сформулювати систему шести диференціальних рівнянь першого порядку щодо шести функцій u , v , v' , k_x , F_y , F_z . Для їх запису зручно ввести позначення $q_1 = F_y$, $q_2 = F_z$, $q_3 = k_x$, $q_4 = v$, $q_5 = v'$, $q_6 = u$. Тоді матимемо:

$$\begin{aligned} \frac{dq_1}{ds} &= 2EIq_3(q_5^2 - a^2q_5^4) - (M_z - EIq_5\sqrt{1-a^2q_5^2})q_3q_5\sqrt{1-a^2q_5^2} + q_2q_3 - f^{gr}aq_5, \\ \frac{dq_2}{ds} &= -q_1q_3 - 2EIaq_3^3q_5\sqrt{1-a^2q_5^2} + a(M_z - EIq_5\sqrt{1-a^2q_5^2})q_3q_5^2 - f^{gr}\sqrt{1-a^2q_5^2}, \\ \frac{dq_3}{ds} &= -\frac{aM_z}{EI}q_5^2 + a\sqrt{1-a^2q_5^2} \cdot q_5^3 + \frac{1}{EI}q_1, \\ \frac{dq_4}{ds} &= q_5, \\ \frac{dq_5}{ds} &= \frac{1}{a}q_3\sqrt{1-a^2q_5^2}, \\ \frac{dq_6}{ds} &= \sqrt{1-a^2q_5^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Розв'язання цієї системи при заданих граничних умовах і величині M_z дає можливість за допомогою формул (6), (9), (10) знайти інші функції, що визначають напружено-деформований стан колони, та за формулою:

$$f^c = -k_y F_z + u'v'F_y - f_x - dF_x/ds \quad (14)$$

підрахувати силу контактної взаємодії бурильної колони зі стінкою свердловини.

Підкреслимо ще раз, що завдяки застосуванню супутньої системи відліку $oxuz$, загальну кількість розв'язувальних рівнянь системи (13), що включає рівняння рівноваги і геометричні рівняння, зменшено до шести, тоді як порядок розв'язувальних рівнянь загальної теорії криволінійних стрижнів дорівнює дванадцяти [8]. Якщо ж у розглянутій задачі не застосовувати систему $oxuz$, то кількість рівнянь збільшилася б на одне у зв'язку з появою нової шуканої функції $\vec{f}^c(s)$.

Методика розв'язання системи нелінійних рівнянь. Для вирішення сформульованої задачі використовується метод продовження розв'язку по параметру спільно

з методом Ньютона [9]. Представимо систему (13) у векторній формі:

$$\vec{q}' = \vec{f}(\vec{q}, s, \lambda), \quad (15)$$

де $\vec{q}(s) = [q_1(s), q_2(s), \dots, q_6(s)]^T$ – шестивимірний вектор стану; $\vec{f}(\dots)$ – вектор-функція правих частин системи (13); s – натуральний параметр, що вимірюється довжиною осевої лінії бурильної колони; λ – параметр інтенсивності навантаження; штрихом позначена похідна по s . Значимо, що введений параметр λ , може бути як дійсним, так і формальним, що відображає будь-які кількісні характеристики.

На краях $s = 0$ та $s = S$ інтервалу $0 \leq s \leq S$ зміни змінної s задані по три незалежні крайові умови, представлені у векторній формі:

$$\vec{\varphi}[\vec{q}(0), \lambda] = 0, \quad (16)$$

$$\vec{\psi}[\vec{q}(S), \lambda] = 0. \quad (17)$$

Рівняння (15) – (17) складають залежну від параметра λ нелінійну двоточкову крайову задачу. Нехай за деякого вихідного значення $\lambda = \lambda^{(n)}$ відомий розв'язок $\vec{q}^{(n)}(s)$ поставленої задачі. Обираючи цей розв'язок як опорний, надамо малий приріст $\delta\lambda^{(n)}$ параметру λ . Тоді відповідну варіацію $\delta\vec{q}^{(n)}(s)$ розв'язку $\vec{q}(s)$ можна знайти з лінійного рівняння:

$$\frac{d\delta\vec{q}^{(n)}}{ds} = \frac{\partial\vec{f}}{\partial\vec{q}}\delta\vec{q}^{(n)} + \frac{\partial\vec{f}}{\partial\lambda}\delta\lambda^{(n)}, \quad (18)$$

отриманого лінеаризацією рівняння (15) в стані $\vec{q}^{(n)}, \lambda^{(n)}$.

Крайові рівняння для функції $\delta\vec{q}^{(n)}$ формуються лінеаризацією рівнянь (16), (17):

$$\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial\vec{q}}\delta\vec{q}^{(n)}(0) + \frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial\lambda}\delta\lambda^{(n)} = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial\vec{\psi}}{\partial\vec{q}}\delta\vec{q}^{(n)}(S) + \frac{\partial\vec{\psi}}{\partial\lambda}\delta\lambda^{(n)} = 0. \quad (20)$$

Тут матриці Якобі $\partial\vec{\varphi}/\partial\vec{q}$, $\partial\vec{\psi}/\partial\vec{q}$ та вектори $\partial\vec{\varphi}/\partial\lambda$, $\partial\vec{\psi}/\partial\lambda$ також обчислюються у стані $\vec{q}^{(n)}, \lambda^{(n)}$.

Для побудови $\delta\vec{q}^{(n)}(s)$ виберемо серед складових $\delta q_i^{(n)}(s)$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) такі три компоненти $\delta q_j^{(n)}(s)$, будь-які значення яких $\delta q_i^{(n)}(0)$ не порушать систему (19). Пронумерувавши невідомі $\delta q_i^{(n)}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) так, щоб індекс j приймав значення $j = 1, 2, 3$, розв'язок задачі (18) – (20) представимо у вигляді:

$$\delta\vec{q}^{(n)}(s) = \vec{y}_\lambda \delta\lambda^{(n)} + Y(s)\delta c^{(n)}, \quad (21)$$

де \vec{y}_λ – розв'язок задачі Коші для системи:

$$\frac{d\bar{y}_\lambda}{ds} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{q}} \bar{y}_\lambda + \frac{\partial \bar{f}}{\partial \lambda} \quad (22)$$

при нульових початкових умовах; $Y(s)$ – матриця розміру 6×3 розв’язку системи:

$$\frac{d\bar{y}}{ds} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{q}} \bar{y} \quad (23)$$

з початковими умовами $y_j(0) = (\delta_1^j, \delta_2^j, \dots, \delta_6^j)$ ($j=1, 2, 3$) для незалежно змінюваних умов і початковими умовами, що підбираються з рівнянь (19) для інших змінних $y_i(0)$ ($i=4, 5, 6$). Тут δ_k^i – символ Кронекера. Вектор $\delta \bar{c}^{(n)} = [\delta c_1^{(n)}, \delta c_2^{(n)}, \delta c_3^{(n)}]^T$ підбирається так, щоб задовольнялось рівняння (20), тобто:

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{q}} Y(S) \delta c^{(n)} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{q}} \bar{y}_\lambda(S) \delta \lambda^{(n)} - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \lambda} \delta \lambda^{(n)}. \quad (24)$$

Стани, у яких:

$$\left| \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{q}} Y(S) \right| = 0, \quad (25)$$

є біфуркаційними і в них система втрачає стійкість.

Так як вектор $\delta \bar{q}^{(n)}(s)$ знайдений з використанням лінеаризованих рівнянь (18) - (20), то розв’язки $\bar{q}^{(n+1)}(s) = \bar{q}^{(n)}(s) + \delta \bar{q}^{(n)}(s)$, $\lambda^{(n+1)} = \lambda^{(n)} + \delta \lambda^{(n)}$ будуть задовольняти нелінійні крайові рівняння (19), (20) приблизно з рівностями:

$$\bar{r}_\varphi^{(n+1)} = \bar{\varphi}[\bar{q}^{(n+1)}(0), \lambda^{(n+1)}], \quad \bar{r}_\psi^{(n+1)} = \bar{\psi}[\bar{q}^{(n+1)}(S), \lambda^{(n+1)}]. \quad (26)$$

Тому на наступному кроці варіювання параметра λ рівності (25) додаються в праві частини відповідних лінеаризованих граничних умов (19), (20) з протилежними знаками.

Для поставленої задачі рівняння (18), що відповідають системі (13), мають вигляд:

$$\begin{aligned} \delta q_1' &= q_3 \delta q_2 + \left[3EIq_5^2(1 - a^2q_5^2) - M_z q_5 \sqrt{1 - a^2q_5^2} + q_2 \right] \delta q_3 + \\ &+ \left[6EIq_3q_5(1 - 2a^2q_5^2) - M_z \frac{q_3(1 - 2a^2q_5^2)}{\sqrt{1 - a^2q_5^2}} - af^{gr} \right] \delta q_5 + \left(-q_3q_5 \sqrt{1 - a^2q_5^2} \right) \delta M_z, \\ \delta q_2' &= -q_3 \delta q_1 + \left(-3EIaq_5^3 \sqrt{1 - a^2q_5^2} + M_z a q_5^2 - q_1 \right) \delta q_3 + \\ &+ \left[\frac{EIaq_3q_5^2}{\sqrt{1 - a^2q_5^2}} (-9 + 12a^2q_5^2) + 2M_z a q_3q_5 + \frac{f^{gr} a^2 q_5^2}{\sqrt{1 - a^2q_5^2}} \right] \delta q_5 + a q_3 q_5^2 \delta M_z, \\ \delta q_3' &= \frac{1}{EI} \delta q_1 + \left[-\frac{2a}{EI} M_z q_5 + a q_5^2 \frac{(3 - 4a^2q_5^2)}{\sqrt{1 - a^2q_5^2}} \right] \delta q_5 - \frac{a}{EI} q_5^2 \delta M_z, \\ \delta q_4' &= \delta q_5, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\delta q'_5 = \frac{1}{a} \sqrt{1 - a^2 q_5^2} \delta q_3 - \frac{a q_3 q_5}{\sqrt{1 - a^2 q_5^2}} \delta q_5,$$

$$\delta q'_6 = -\frac{a^2 q_5}{\sqrt{1 - a^2 q_5^2}} \delta q_5.$$

Конкретні залежності для крайових рівнянь (16), (17) вибираються в залежності від умов опирання бурильної колони на краях $s = 0$ та $s = S$. Вони виражаються через вертикальну силу тиску R долота на дно свердловини, крутний момент M_z , згинальний момент M_x і переміщення u та v . Кожна з цих величин може бути задана в якості головного параметру λ . Інтегрування рівнянь (27) при побудові матриці $Y(s)$ та системи (13), а також обчисленні рівностей (26) здійснюється методом Рунге-Кутти спільно з методом ортогоналізації за Годуновим [10].

Результати проведених досліджень. За допомогою запропонованої методики виконано комп'ютерне моделювання пружного закритичного деформування бурильної колони всередині вертикальної циліндричної свердловини. Прийнято, що своїм нижнім кінцем колона впирається в дно свердловини, тому на нього діє стискаюча сила реакції $F_z(S) = -R$. Величина R змінювалася, і з її збільшення відбувалося закритичне деформування бурильної колони. На верхній кінець колони діє сила $F_z(0) = G - R$, де G сила тяжіння всієї колони, підрахована з урахуванням дії гідростатичної виштовхувальної сили від промивної рідини.

Розрахунки виконані за наступних значень вихідних даних: $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $L = 500 \text{ м}$, $r_1 = 0,3 \text{ м}$, $r_2 = 0,28 \text{ м}$, $a = 0,05 \text{ м}$, $G = 53598 \text{ Н}$. Величина $M_z = 1000 \text{ Нм}$ вважалась сталою.

Обчислення показали, що як і більшості задач механіки бурильних колон, через мале відношення $2r_1/L$ ця задача також виявилася сингулярно збуреною, тому для забезпечення збіжності розрахунків довелося крок інтегрування зменшити до величини $\Delta s = L/5000$ і використовувати 2000 точок ортогоналізації. В якості параметру λ була обрана величина кутового зміщення $\nu(S)$ нижнього кінця колони. Величина його приросту задавалася рівною $\Delta \nu(S) = 2\pi/16000$.

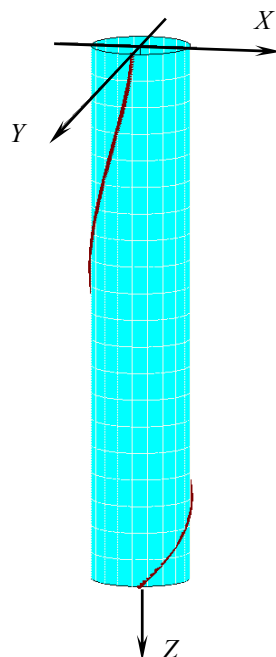


Рисунок 3 – Форма вигнутої осі бурильної колони
Figure 3 – Shape of the bent axis of the drill string

На рисунку 3 представлена форма вигнутої осі бурильної колони при $R = 12238H$. Вона відповідає спіральній кривій з одним витком. Кут нахилу спіралі змінюється, причому найбільше значення має місце на нижньому кінці $s = S$, а найменше – на верхньому кінці $s = 0$.

Рисунок 4 відображає графіки зміни перерізуючих сил $F_x(s)$, $F_y(s)$.

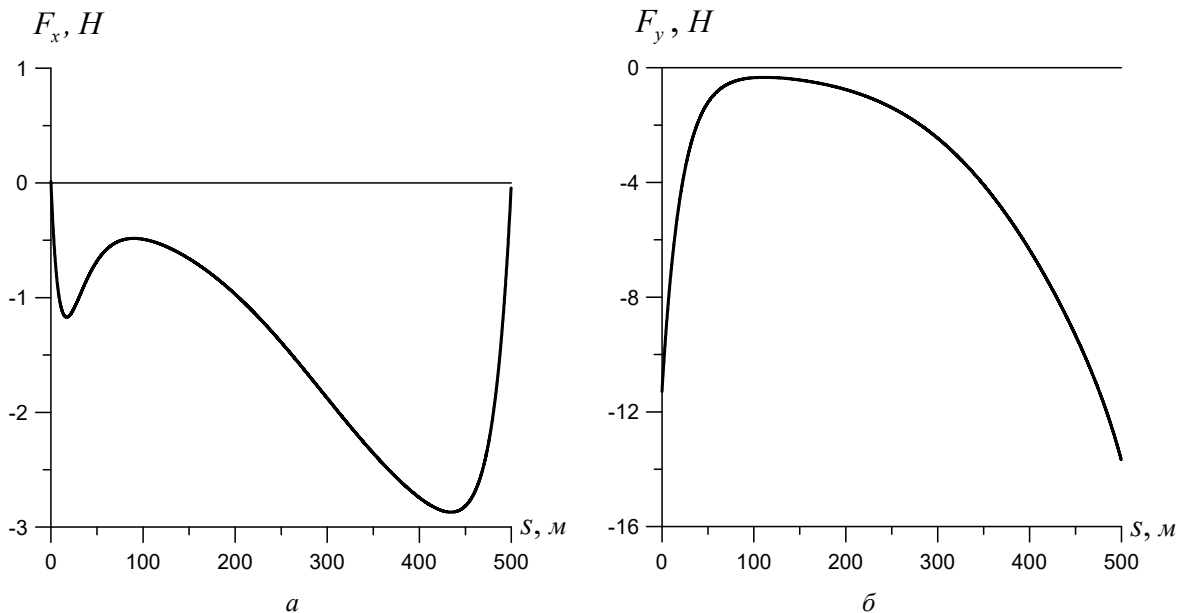


Рисунок 4 – Графіки зміни перерізуючих сил F_x (а) та F_y (б)

Figure 4 – Graphs of changes in shearing forces F_x (a) and F_y (б)

Цікаво відмітити, що навіть при $M_z = 1000Hm$, $R = 12238H$ максимальні значення цих функцій – порівняно малі.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку. У цій роботі поставлено задачу про пружне закритичне згинання бурильних колон у циліндричних порожнинах вертикальних нафтових і газових свердловин. На основі теорії гнучких криволінійних стрижнів побудовані нелінійні прості диференціальні рівняння, що описують контактну взаємодію труби бурильної колони зі стінкою свердловини. Показано, що використання спеціально обраної рухомої системи координат як супутньої системи відліку дозволяє не тільки вдвічі знизити загальний порядок розв'язувальних рівнянь, а й суттєво спростити їх.

Виконано комп'ютерне моделювання процесу пружного деформування бурильної колони в циліндричній порожнині під дією крутного моменту, розподілених осьових сил тяжіння, вертикальної реакції взаємодії колони з дном свердловини і шуканих розподілених сил тиску стінки свердловини на колону. Досліджено її напружено-деформований стан. Показано, що згинання колони відбувається за формою тривимірної спіралі зі змінним кроком. При цьому значення внутрішніх перерізуючих сил і моментів порівняно невеликі.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Спеціальні технології видобутку корисних копалин : навч. посіб. / З.Р. Маланчук, Є.З. Маланчук, В.Я. Корнієнко. – Рівне : НУВГП, 2017. – 266 с.

2. Буріння свердловин. У 5-и томах : довідник. Т. 3: Вертикальне та скероване буріння / М. А. Мислюк, І. Й. Рибчич, Р. С. Яремійчук. – К. : Інтерпрес ЛТД, 2004. – 294 с.
3. Левчук К.Г. Прихоплення бурильної колони: визначення меж і утримувальних сил, рекомендації щодо їх уникнення під час буріння свердловин / К. Г. Левчук, В. І. Векерик, В. М. Мойсишин // Прикарпатський вісник НТШ. – 2018. – № 1. – С. 189–199.
4. Lubinski A. Developments in Petroleum Engineering – Vol. 1 Houston, TX, USA : Gulf Publishing Company, 1987. – 438 pp.
5. Cunha J.C. Buckling of tubulars inside well bores: a review on recent theoretical and experimental works / SPE Drilling & Completion. – 2004. – Vol. 19. – No. 1. – P. 13 – 19.
6. Гуляев В.І Мінімізація сил опору при осьовому русі бурильної колони у криволінійній свердловині/ В. І. Гуляев, О.М. Андрусенко, Л. В. Левківська // Вісник Національного транспортного університету. Серія "Технічні науки". Науково-технічний збірник. Випуск 1 (31), 2015. – С. 145 – 152.
7. Гайдайчук В. В. Математичне моделювання пружного згинання бурильної колони у каналі криволінійної нафто – газової свердловини / В. В. Гайдайчук, Л. В. Левківська, Я. І. Ковальчик // Опір матеріалів і теорія споруд: Науково – технічний збірник. – Вип. 97. – 2016. – С. 43 – 58.
8. Левківська Л.В. Математичні аспекти проблем механіки буріння нафтогазових свердловин / Л.В. Левківська // Тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні тенденції розвитку науки» (26-27 травня 2017 року). – Харків : «Гельветика», 2017. – С. 44 – 46.
9. Левківська Л.В., Горбунович І.В. Дослідження обертового й поздовжнього рухів наддовгого стрижня в похилих порожнинах / Вісник Національного транспортного університету. Серія "Технічні науки". Науково-технічний збірник. Випуск 1 (46), 2020. – С. 92 – 102.
10. Гайдайчук В. В. Прогнозування закритичної поведінки бурильних колон у горизонтальних свердловинах / В.В. Гайдайчук, М.В. Лазарева, Л. В. Левківська // Опір матеріалів і теорія споруд / Strength of Materials and Theory of Structures. 2023. № 110. – С. 118 – 130.

REFERENCES

1. Malanchuk, Z.R., Malanchuk, YE.Z, & Korniyenko, V.YA. (2017). *Spetsialni tekhnolohiyi vydobutku korysnykh kopalyn [Special technologies of mineral extraction]*. Rivne : NUVHP [in Ukrainian].
2. Myslyuk, M. A., Rybchich, I. Y., & Yaremiychuk R. S. (2004). *Burinnya sverдловyn [Drilling wells]* Kyiv.: Interpress LTD [in Ukrainian].
3. Levchuk, K.G., Vekeryk, V. I., & Moysyshyn, V. M. (2018). Prykhoplennya burylnoyi kolony: vyznachennya mezh i utrymuvalnykh syl, rekomendatsiyi shchodo yikh unyknennya pid chas burinnya sverдловyn [Sticking of the drill string: determination of boundaries and holding forces, recommendations for avoiding them when drilling wells]. *Prykarpat-s'kyi visnyk NTSH – Carpathian Bulletin of NTS, 1*, 189–199 [in Ukrainian].
4. Lubinski A. Developments in Petroleum Engineering – Vol. 1 Houston, TX, USA : Gulf Publishing Company, 1987. – 438 pp.
5. Cunha J.C. Buckling of tubulars inside well bores: a review on recent theoretical and experimental works / SPE Drilling & Completion. – 2004. – Vol. 19. – No. 1. – P. 13 – 19.
6. Hulyayev, V.I., Andrusenko, O.M., & Levkivska L. V. (2015). Minimizatsiya syl oporu pry osovomomu rusi burylnoyi kolony u kryvoliniyniy sverдловyni [Minimization of resistance forces during axial movement of the drill string in a curved well]. *Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu. Seriya "Tekhnichni nauky" – Bulletin of the National Transport University. "Technical Sciences", 1 (31)*, 145 – 152 [in Ukrainian].
7. Haydaychuk, V. V., Levkivska, L. V. & Kovalchuk, YA. I. (2016). Matematychno modelyuvannya pruzhnoho zhyvannya burylnoyi kolony u kanali kryvoliniynoyi nafto – hazovoyi sverдловyni [Mathematical modeling of the drill string bending elastic channel curvilinear oil and gas boreholes]. *Opir materialiv i teoriya sporud – Strength of Materials and Theory of Structures, 97*, 43 – 58 [in Ukrainian].
8. Levkivska L. V. (2017). Matematychni aspekty problem mekhaniky burinnya naftohazovykh sverдловyn [Mathematical aspects of oil and gas well drilling mechanics problems]. Proceedings from MIIM '17: VI Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia «Suchasni tendentsiyi rozvytku nauky» –

International Scientific and Practical Conference «Modern trends in the development of science». (pp. 44-46). Kharkiv : «Helvetyka» [in Ukrainian].

9. Levkivska, L. V. & Horbunovych, I.V. (2020). Doslidzhennya obertovoho y pozdovzhnoho rukhiv naddovhoho stryzhnya v pokhylykh porozhnyakh [Investigation of rotational and longitudinal motions of a super long rod in inclined bore-holes]. *Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu. Seriya "Tekhnichni nauky" – Bulletin of the National Transport University. "Technical Sciences", 1 (46), 92 – 102* [in Ukrainian].

10. Haydaychuk, V. V., Lazareva, M.V. & Levkivska, L. V. (2023). Prohnozuvannya zakrytychnoyi povedinky burylnykh kolon u horyzontalnykh sverdlovynakh [Forecasting supercritical behavior of drill strings in horizontal wells]. *Opir materialiv i teoriya sporud – Strength of Materials and Theory of Structures, 110, 118 – 130* [in Ukrainian].

РЕФЕРАТ

Левківська Л.В. Пружне закритичне згинання бурильних колон у циліндричних порожнинах нафто-газових свердловин / Л.В. Левківська // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий, науково-виробничий журнал. – К.: НТУ, 2024. – Вип. 1 (58).

Дана стаття присвячена дослідженню процесу закритичного деформування бурильної колони, коли в результаті випинання вона вступає в контакт зі стінкою нафто-газової свердловини та продовжує змінювати свою форму під дією зростаючої поздовжньої сили, розподіленої контактної сили і крутного моменту

Мета роботи – побудувати нелінійні диференціальні рівняння, що описують контактну взаємодію труби бурильної колони зі стінкою свердловини, запропонувати методику їх чисельного розв’язання та представити результати комп’ютерного моделювання.

Методи дослідження – теоретичні та експериментальні.

Розглянуто задачу про пружне нелінійне згинне деформування бурильних колон в циліндричних порожнинах вертикальних надглибоких нафтових і газових свердловин. Встановлені ключові аспекти процесу закритичного деформування бурильної колони та шляхи оптимізації і покращення роботи у цій області. На основі теорії гнучких криволінійних стрижнів з використанням спеціально обраної системи відліку побудовані нелінійні звичайні диференціальні рівняння, що описують контактну взаємодію труби бурильної колони зі стінкою свердловини. Запропоновано методику чисельного рішення розв’язувальних рівнянь. Обговорюються результати комп’ютерного моделювання. Показано, що згинання колони відбувається за формою тривимірної спіралі зі змінним кроком. При цьому значення внутрішніх перерізуючих сил і моментів порівняно невеликі.

Отримані результати є важливим інструментом для підвищення ефективності та економічної вигідності процесів буріння і експлуатації нафто-газових свердловин. Вони можуть бути використані в різних аспектах буріння та експлуатації свердловин, зокрема для прогнозування ризиків, оптимізації процесу буріння, розробки нових технологій, навчання та тренування персоналу, який займається бурінням нафто-газових свердловин, з метою забезпечення їхньої компетентності у питаннях безпеки та ефективності роботи.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: БУРИЛЬНА КОЛОНА, СВЕРДЛОВИНА, ВНУТРІШНІ І ЗОВНІШНІ СИЛИ, ПРЯМІ ТА ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ, ЗАКРИТИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ

ABSTRACT

Levkivska L.V. Elastic supercritical bending of drill strings in cylindrical cavities of oil and gas wells. *Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences».* Scientific, scientific and industrial journal. – K.: NTU, 2024. – Issue 1 (58).

This article is devoted to the study of the process of supercritical deformation of the drill string, when as a result of protrusion it comes into contact with the wall of the oil and gas well and continues to change its shape under the action of increasing longitudinal force, distributed contact force and torque.

The purpose of the work is to construct nonlinear differential equations describing the contact interaction of the drill string pipe with the well wall, to propose a method for their numerical solution, and to present the results of computer modeling.

Research methods are theoretical and experimental.

The problem about non-linear bending of drill strings in cylindrical cavities of vertical hyper deep oil and gas bore-holes is considered. The key aspects of the process of closed deformation of the drill string and the ways of optimization and improvement of work in this area are established. The key aspects of the process of closed deformation of the drill string and the ways of optimization and improvement of work in this area are established. On the basis of the theory of flexible curvilinear rods with the use of a specially selected reference frame the non-linear ordinary differential equations are constructed, which describe contact interaction of the drill string with the bore-hole wall. The techniques for numerical solution of the constitutive equations are proposed. The results of computer simulation are discussed. It is shown that the bending of the column takes place in the form of a three-dimensional spiral with a variable pitch. At the same time, the values of internal shearing forces and moments are relatively small.

The obtained results are an important tool for increasing the efficiency and economic profitability of the processes of drilling and operation of oil and gas wells. They can be used in various aspects of drilling and well operations, including risk prediction, optimization of the drilling process, development of new technologies, education and training of oil and gas well drilling personnel to ensure their competence in matters of safety and efficiency.

KEY WORDS: DRILL STRING, BOREHOLE, INTERNAL AND EXTERNAL FORCES, DIRECT AND INVERSE PROBLEMS, SUBCRITICAL DEFORMATION

АВТОРИ:

Левківська Людмила Володимирівна, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: l.v.g.ntu@gmail.com, тел. +380505114407, Україна, 01103, м. Київ, вул Бойчука, буд. 42, к.514, orcid.org/0000-0002-5589-5257.

AUTHORS:

Levkivska Lyudmyla Volodymyrivna, Ph.D., National Transport University, associate professor department of high mathematics, e-mail: l.v.g.ntu@gmail.com, тел. +380505114407, Ukraine, 01103, Kyiv, Boychuka str., 42, of. 514, orcid.org/0000-0002-5589-5257.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна

Гуляєв В.І., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри математики, Київ, Україна

REVIEWER:

Gaidaichuk V.V., Engineering (Dr.), Professor, Kiev National University of Construction and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kiev, Ukraine

Gulyayev V. I., Dr. Sc. (Engineering), Professor, National Transport University, Head of Department Of Mathematics, Kyiv, Ukraine