

ПРО НЕГАТИВНІ ТЕРМОМЕХАНІЧНІ ЕФЕКТИ В ЗЕРНИСНИХ КОМПОЗИТАХ

Шевчук Л.В., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, ludmilashevchuk25@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527

Заєць Ю.О., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, yzaets@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1836-2010

ON NEGATIVE THERMOMECHANICAL EFFECTS IN GRAIN COMPOSITES

Shevchuk L. V., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, ludmilashevchuk25@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527

Zaiets Yu. O., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, yzaets@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1836-2010

Постановка проблеми.

У композитах із зернистим наповнювачем несучим елементом є матриця, а міцніші зерна відіграють роль перешкод на шляху поширення тріщини, що виникла під дією сил. Армують зерна можуть мати різні форми та розміри, а відстані між ними можуть становити від 0,1 до 3 і більше розмірів самого зерна.

Оскільки сконструйовані таким чином матеріали мають підвищені показники механічних та термофізичних властивостей, то дослідники приділяють велику увагу питанням теоретичного передбачення значень ефективних модулів термомеханічних параметрів (модулів пружності, коефіцієнтів Пуассона, коефіцієнта теплопровідності та коефіцієнта лінійного температурного розширення) комбінованої системи. При цьому для матеріалів, що використовуються у великих діапазонах зміни температури, широке обговорення та практичне застосування на прикладах сферичних моделей включень знаходить ідея інтегрування в матрицю композиту включень з низьким (і навіть від'ємним) коефіцієнтом лінійного температурного розширення для зниження ефективного коефіцієнта лінійного температурного розширення всього композиту [1-7].

Очевидно, що матеріали з низькими значеннями таких коефіцієнтів можуть працювати в широких діапазонах зміни температур в умовах значних конструктивних обмежень на їхнє вільне деформування, не відчуває додаткових термічних напружень. Проте, тут виникають серйозні побоювання: якою ціною досягаються ці структурні зміни? Чи не знижується в цьому випадку загальна силова та термічна міцність матеріалу через те, що при цьому реалізується термічна несумісність матриці (високий позитивний коефіцієнт температурного лінійного розширення) і включень (низький або від'ємний коефіцієнт температурного лінійного розширення) і ми заганяємо всередину матеріалу додаткові (візуально непомітні) концентратори термонапружень які можуть викликати локалізовані мікродфекти та деструкції на поверхнях контакту матеріалів матриці та включення?

Для перевірки даної гіпотези на прикладі сферичної моделі зерна наповнювача поставлена і розв'язана задача про термонапружений стан ізольованого пружного включення з різними термомеханічними властивостями в умовах стаціонарної зміни їх температури.

Виклад основного матеріалу.

Розглянемо задачу про термонапружений стан пружної кулі радіусу r_1 (тіло 1 на рис. 1 а), включеного в пружне середовище 2 (рис. 1 б), при зміні в цій системі температури на величину T . Вважатимемо, що розміри середовища 2 не обмежені. Термодеформований стан системи з включенням має центральну симетрію та визначається сферичними координатами r , φ , θ (рис. 2) з початком у центрі тіла 1.

Для даного випадку рівняння термопружної рівноваги має вигляд [8, 9]

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2\sigma_r - \sigma_\varphi - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (1)$$

Вирази для нормальних напружень на площинах $r = const$, $\varphi = const$, $\theta = const$ набувають види:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= (\lambda + 2\mu)\varepsilon_r + \lambda(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\theta) - (3\lambda + 2\mu)\alpha T, \\ \sigma_\varphi &= \sigma_\theta = \lambda\varepsilon_r + 2(\lambda + \mu)\varepsilon_\varphi - (3\lambda + 2\mu)\alpha T.\end{aligned}\quad (2)$$

Деформації ε_r і ε_φ вздовж відповідних координатних ліній

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}, \quad (3)$$

де u – радіальне переміщення.

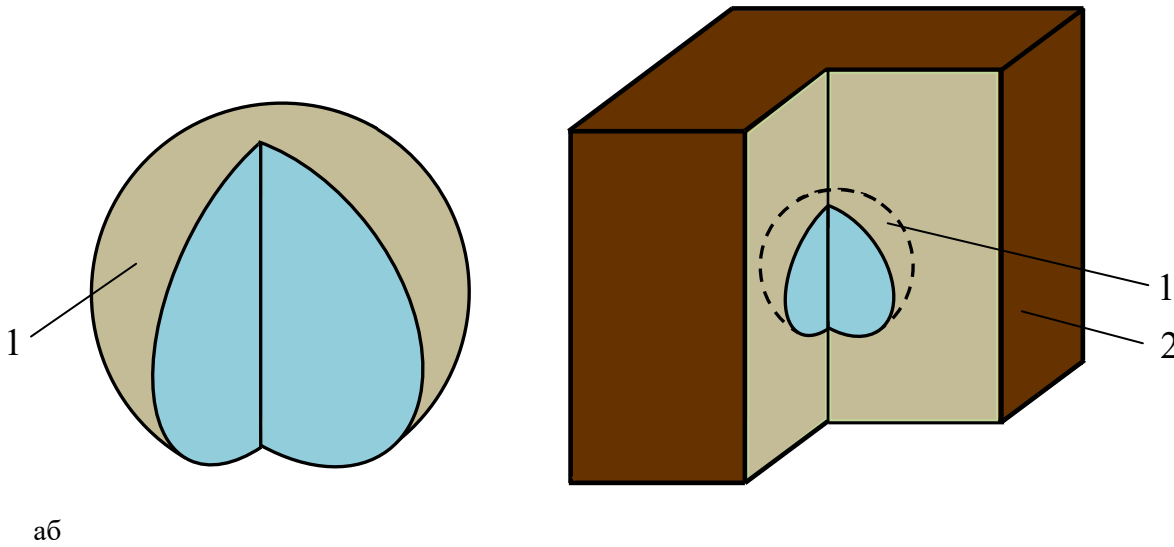


Рисунок 1 - Схеми пружного сферичного тіла 1 (а) та пружного середовища 2 зі сферичним включенням (б)
Figure 1 – Diagrams of an elastic spherical body 1 (a) and an elastic medium 2 with a spherical inclusion (b)

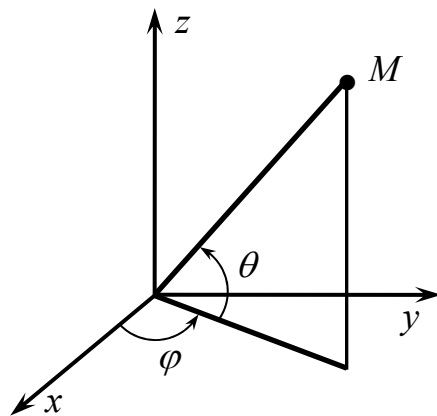


Рисунок 2 – Схема сферичної системи координат
Figure 2 – Diagram of a spherical coordinates system

У виразах (2) λ і μ – ізотермічні параметри Ламе, α – коефіцієнт лінійного температурного розширення.

Після відповідних підстановок систему (1)-(3) можна записати у вигляді одного рівняння:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du}{dr} - \frac{2}{r^2} u = 0. \quad (4)$$

В межах тіла 1 и середовища 2 дане рівняння можна записати

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 u_{(1)}) \right] &= 0 & (r < r_1), \\ \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 u_{(2)}) \right] &= 0 & (r > r_1). \end{aligned} \quad (5)$$

Розв'язок системи (5) має вигляд

$$\begin{aligned} u_{(1)}(r) &= r C_1 + \frac{1}{r^2} C_2 & (r < r_1), \\ u_{(2)}(r) &= r C_3 + \frac{1}{r^2} C_4 & (r > r_1). \end{aligned} \quad (6)$$

Сталі C_1, C_2, C_3, C_4 в рівняннях знаходяться з граничних рівнянь та умов контакту

$$u_{(1)}(0) = 0, \quad (7)$$

$$u_{(1)}(r_1) = u_{(2)}(r_1), \quad (8)$$

$$\sigma_r^{(1)}(r_1) = \sigma_r^{(2)}(r_1), \quad (9)$$

$$\sigma_r^{(2)}(r) \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (10)$$

З рівності (7) і першого рівняння системи(6) маємо

$$C_2 = 0. \quad (11)$$

Щоб скористатися умовами (9), (10), запишемо формули

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(1)}(r) &= (\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{\partial u_{(1)}}{\partial r} + \frac{2\lambda_1}{r} u_{(1)} - (3\lambda_1 + 2\mu_1) \alpha_1 T = \\ &= (3\lambda_1 + 2\mu_1) C_1 - (3\lambda_1 + 2\mu_1) \alpha_1 T, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(2)}(r) &= (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{\partial u_{(2)}}{\partial r} + \frac{2\lambda_2}{r} u_{(2)} - (3\lambda_2 + 2\mu_2) \alpha_2 T = \\ &= (3\lambda_2 + 2\mu_2) C_3 - \frac{4\mu_2}{r^3} C_4 - (3\lambda_2 + 2\mu_2) \alpha_2 T. \end{aligned} \quad (13)$$

За допомогою умови (10) и рівності (13) одержимо

$$C_3 = \alpha_2 T. \quad (14)$$

Рівності (11), (14) дозволяють переписати систему (8), (9) у вигляді

$$r_1 C_1 - \frac{1}{r_1^2} C_4 = r_1 \alpha_2 T, \quad (15)$$

$$(3\lambda_1 + 2\mu_1) C_1 - \frac{4\mu_2}{r_1^3} C_4 = (3\lambda_1 + 2\mu_1) \alpha_1 T.$$

Вона має розв'язання

$$C_1 = \alpha_2 T + \frac{(3\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha_1 - \alpha_2)T}{3\lambda_1 + 2\mu_1 + 4\mu_2}, \quad (16)$$

$$C_4 = \frac{r_1^3 (3\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha_1 - \alpha_2)T}{3\lambda_1 + 2\mu_1 + 4\mu_2}.$$

Використовуючи знайдені сталі, знайдемо напруження в тілі 1

$$\sigma_r^{(1)} = \sigma_\varphi^{(1)} = \sigma_\theta^{(1)} = -\frac{4\mu_2(3\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha_1 - \alpha_2)T}{3\lambda_1 + 2\mu_1 + 4\mu_2} \quad (17)$$

и в середовищі 2

$$\sigma_r^{(2)} = -\frac{4r_1^3 \mu_2 (3\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha_1 - \alpha_2)T}{r^3 (3\lambda_1 + 2\mu_1 + 4\mu_2)}, \quad (18)$$

$$\sigma_\varphi^{(2)} = \sigma_\theta^{(2)} = \frac{2r_1^3 \mu_2 (3\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha_1 - \alpha_2)T}{r^3 (\lambda_1 + 2\mu_1 + 4\mu_2)}.$$

Для зручності запишемо співвідношення (17), (18), через модуль пружності E та коефіцієнт Пуассона ν за допомогою формул переходу

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (19)$$

Тоді для включення 1 формула (17) має вигляд:

$$\sigma_r^{(1)} = \sigma_\varphi^{(1)} = \sigma_\theta^{(1)} = -\frac{2E_1 E_2 (1+\nu_1)(\alpha_1 - \alpha_2)T}{E_1(1+\nu_1)(1+\nu_2) + 2E_2(1-2\nu_2)} \quad (20)$$

и для середовища 2 рівність (18) запишеться у формі:

$$\sigma_r^{(2)}(r) = -\frac{2r_1^3}{r^3} \cdot \frac{E_1 E_2 (1+\nu_1)(\alpha_1 - \alpha_2)T}{E_1(1+\nu_1)(1+\nu_2) + 2E_2(1-2\nu_2)}, \quad (21)$$

$$\sigma_\varphi^{(2)}(r) = \sigma_\theta^{(2)}(r) = \frac{r_1^3}{r^3} \cdot \frac{E_1 E_2 (1+\nu_1)(\alpha_1 - \alpha_2)T}{E_1(1+\nu_1)(1+\nu_2) + 2E_2(1-2\nu_2)}.$$

Аналіз формул (17), (18) або (20), (21) дозволяє зробити висновок, що в тілі 1 все термонапруження $\sigma_r^{(1)}$, $\sigma_\varphi^{(1)}$, $\sigma_\theta^{(1)}$ від r не залежать, рівні між собою та дорівнюють напруженню $\sigma_r^{(2)}(r_1)$ в середовищі 2 на контактній поверхні $r = r_1$ и пропорційні рівності $(\alpha_1 - \alpha_2)$.

Крім того вони збільшуються з зростанням E_1 и E_2 .

В середовищі 2 термонапруження $\sigma_r^{(2)}(r)$ в два рази більше за термонапруження $\sigma_\varphi^{(2)}(r)$ и $\sigma_\theta^{(2)}(r)$, дані термонапруження відрізняються знаком и зменшуються обернено пропорційно кубу відстані r від центра системи до точки, що розглядається.

Для випадку $\alpha_1 < \alpha_2$, $T > 0$ графіки даних функцій подані на рис. 3.

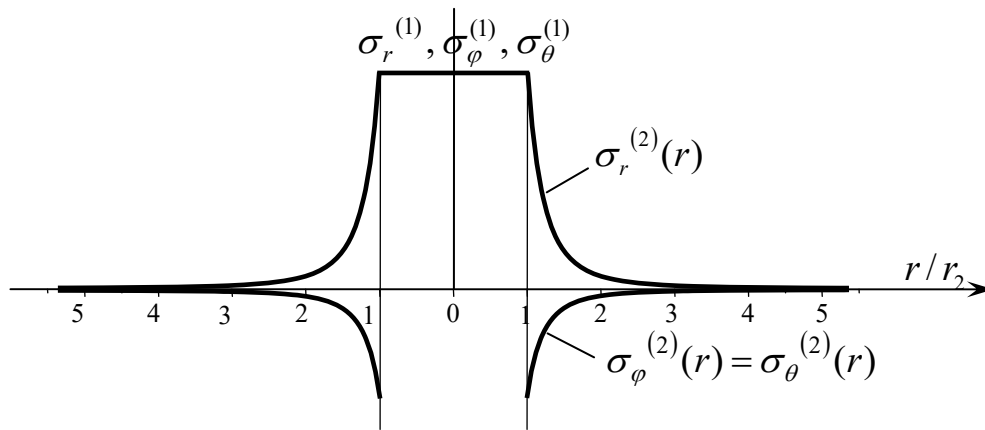


Рисунок 3 – Графіки розподілу функцій $\sigma_r(r)$, $\sigma_\varphi(r)$, $\sigma_\theta(r)$ в тілі 1 і середовищі 2

Figure 3 – Graphs of the distribution of functions $\sigma_r(r)$, $\sigma_\varphi(r)$, $\sigma_\theta(r)$ in body 1 and medium 2

Наведені діаграми свідчать про те, що додаткові термонапруження $\sigma_r^{(2)}(r)$, $\sigma_\varphi^{(2)}(r)$, $\sigma_\theta^{(2)}(r)$ в середовищі 2, викликані різницею коефіцієнтів лінійного температурного розширення і мають вигляд сингулярностей третього порядку, причому вони залежать від знаків різниці $(\alpha_1 - \alpha_2)$ і температури T , і обов'язково одне з цих напружень додатне, а інше – від'ємне. Цю обставину необхідно враховувати для середовищ, що слабо чинять опір напруженням розтягу.

Розглянемо випадки, коли матеріалами матриць є алюміній та титан, а частинки включень складаються з алмазу або вольфраму. Значення їх термомеханічних параметрів наведені у таб.1.

Таблиця 1 – Значення термомеханічних властивостей компонентів композитів
Table 1 – Values of thermomechanical parameters of composite components

Термомеханічні параметри	Al	Ti	C	W
λ , ГПа	55,5	74,1	306	208
μ , ГПа	25,5	41,4	478	151
α , 10^6 , K^{-1}	22,6	8,6	1,2	4,3

Для таких поєднань матеріалів у рамках прийнятої моделі сферичних включень підраховані значення термонапружень $\sigma_r^{(1)}$, $\sigma_\varphi^{(1)}$ у включенні і максимальні значення $\sigma_{r,\max}^{(2)}$, $\sigma_{\varphi,\max}^{(2)}$ в тілі матриці (на поверхні $r = r_1$) при зміні температури системи на величину $\Delta T = 100^\circ K$. Значення цих напружень подані в табл.2.

Таблиця 2 – Розраховані значення термонапружень
Table 2 – Calculated values of thermal stresses

Комбінація матеріалів	$\sigma_r^{(1)} = \sigma_\varphi^{(1)}$, ГПа	$\sigma_{r,\max}^{(2)}$, ГПа	$\sigma_{\varphi,\max}^{(2)}$, ГПа
C-Al	0,2070	0,2070	-0,1035
W-Al	0,1681	0,1681	-0,0840
C-Ti	0,1125	0,1125	-0,0563
W-Ti	0,0604	0,0604	-0,0302

Як впливає з наведених вище даних, навіть при порівняно невисокій зміні температури додаткові внутрішні локалізовані термонапруження алюмінієвої матриці, які викликані несумісністю її термомеханічних параметрів з параметрами включень, мають високі значення. Вони співмірні зі

значеннями границь міцності для алюмінієвих сплавів, що знаходяться в діапазоні 0,16-0,5 ГПа. Ця особливість обумовлена великим значенням коефіцієнта $\alpha_2 = 22,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Для титанової матриці ситуація краща, оскільки в неї $\alpha_2 = 8,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, проте і в цьому випадку ситуація близька до критичної, тому що для сплавів титану границі міцності знаходяться у діапазоні 0,7-1,05 ГПа.

При цьому необхідно враховувати, щорозглянуті зерна ідеальної сферичної форми, в той час як реальні армуючі частинки мають грановані форми з ребрами та вершинами, на яких інтенсивність термонапружень значно зростає. Крім того тут має місце ще одна особливість, пов'язана з тим, що ці напруження зменшуються пропорційно кубу радіуса і мають локальний характер. Тому велика ймовірність, що в матеріалі металевій матриці в околі зерен виникають пластичні деформації та дефекти, а в матрицях з крихких керамічних або полімерних матеріалів відбувається локальне розтріскування. У загальному випадку вони можуть мати прихований характер і не піддаватися спостереженню. Тут слід відзначити ще одну особливість. Справа в тому, що в процесі пружнопластичних і крихких деформацій рівні термонапружень падають (релаксують), проте локальні дефекти і тріщини, які понижують загальну міцність всього композиту, залишаються.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Гуляев В.І., Гайдайчук В.В., Густелев О.О., Шевчук Л.В. Термонапружений стан шарувато-неднорідних дорожніх покриттів. Прикладна механіка 2021. – 57, №1 –С. 100-114.
2. Baumeister E., Klaeger S., Kaldos A. Characterization and application of hollow-sphere-composite lightweight materials // JMDASZ, Proc. IMechE Part L: J. Materials. Design and Applications, IMechE. – 2005, 219. – Pp. 207–216.
3. Beilecheva T.G. and Ziling K.K. «Thermoelastic axisymmetric problem for a two-layer cylinder» // J. Appl. Mech. Technical Physics. –1978. – V. 19. – Pp. 108–113.
4. Carlson D.E. Thermoelasticity, Encyclopedia of Physics, Vol. Via/2 (ed. Trudell C.), Springer, Berlin, 1972, pp. 297–345.
5. Christian Karch. Micromechanical Analysis of thermal expansion coefficients // Modeling and Numerical Simulation of Material Science. – 2014, V. 4, № 3. – Pp. 1–15.
6. Christiansen R.M. Mechanics of Composite Materials; Wiley: New York, NY, USA, 1979, 348 p.
7. Christensen R.M., Lo K.H. Solutions for effective shear properties in three-phase sphere and cylinder models // J. Mech. Phys. Solids. – 1979. – V. 27. –Pp.315–330.
8. Kovalenko A.D. Thermoelasticity: Basic Theory and Applications, Wolters-Noordhoff, Groningen: The Netherlands, 1972.
9. Nowacki W. Thermoelasticity, 2 nded. Oxford: PWN – Polish Scientific Publishers, Warsaw and Pergamon Press, 1986.

REFERENCES

1. Huliaiev V.I., Haidachuk V.V., Hustieliev O.O., Shevchuk L.V Termonapruzhenyistan sharuvato-nednoridnykh dorozhnikhpokryttiv. Prykladnamekhanika 2021. – 57, №1 – 100-114 s.
2. Baumeister E., Klaeger S., Kaldos A. Characterization and application of hollow-sphere-composite lightweight materials // JMDASZ, Proc. IMechE Part L: J. Materials. Design and Applications, IMechE. – 2005, 219. – Pp. 207–216.
3. Beilecheva T.G. and Ziling K.K. «Thermoelastic axisymmetric problem for a two-layer cylinder» // J. Appl. Mech. Technical Physics. –1978. – V. 19. – Pp. 108–113.
4. Carlson D.E. Thermoelasticity, Encyclopedia of Physics, Vol. Via/2 (ed. Trudell C.), Springer, Berlin, 1972, pp. 297–345.
5. Christian Karch. Micromechanical Analysis of thermal expansion coefficients // Modeling and Numerical Simulation of Material Science. – 2014, V. 4, № 3. – Pp. 1–15.
6. Christiansen R.M. Mechanics of Composite Materials; Wiley: New York, NY, USA, 1979, 348 p.
7. Christensen R.M., Lo K.H. Solutions for effective shear properties in three-phase sphere and cylinder models // J. Mech. Phys. Solids. – 1979. – V. 27. –Pp.315–330.
8. Kovalenko A.D. Thermoelasticity: Basic Theory and Applications, Wolters-Noordhoff, Groningen: The Netherlands, 1972.
9. Nowacki W. Thermoelasticity, 2 nded. Oxford: PWN – Polish Scientific Publishers, Warsaw and Pergamon Press, 1986.

РЕФЕРАТ

Шевчук Л.В. Про негативні термомеханічні ефекти в зернистих композитах/ Л.В. Шевчук, Ю.О. Заєць // Вісник Національного транспортного університету.Серія «Технічні науки». Науковий, науково-виробничий журнал. – К.: НТУ, 2024. – Вип. 1 (58).

Поставлена задача про зародження додаткових внутрішніх термонапруження в композитному матеріалі із зернистим наповнювачем при дії температури. Використовуючи модель сферичного включення, що використовується в теорії композитів, сформульовані розв'язувальні рівняння, в замкнутій формі побудовано їх аналітичні розв'язання. Показано, що внутрішні термонапруження, що виникають у системі, мають локалізований характер, пропорційні значенням модулів пружності матеріалів кожної фази і різниці їх коефіцієнтів лінійного температурного розширення та зменшуються обернено пропорційно кубу радіальної координати. За допомогою конкретних прикладних прикладів встановлено, що навіть при досить малій зміні температури ці напруження можуть досягати граничних значень, що сприяють зародженню в системі внутрішніх прихованих локалізованих дефектів та тріщин.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ЗЕРНИСТИЙ КОМПОЗИТ, СФЕРИЧНИЙ НАПОВНЮВАЧ, СФЕРА З ПОКРИТТЯМ, ТЕРМОМЕХАНІЧНА НЕСУМІСНІСТЬ, ДЕФЕКТОУТВОРЕННЯ, ПОЛА СФЕРА.

ABSTRACT

Shevchuk L.V., Zaiets Yu.O. On negative thermomechanical effects in grain composites. Visnyk National Transport University. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific, scientific and industrial journal. – K.: NTU, 2024. – Issue 1 (58).

The problem of the initiation of additional internal thermal stresses in a composite material with a granular filler under the influence of temperature has been posed. Using the spherical inclusion model used in the theory of composites, resolving equations are formulated, and their analytical solutions are constructed in a closed form. It is shown that the internal thermal stresses arising in the system are of a localized nature, proportional to the value of the elastic module of the materials of each phase and the difference between their coefficients of linear thermal expansion, and decrease in inverse proportion to the cube of the radial coordinate. With the help of specific applied examples, it has been established that even with a sufficiently small change in temperature, these stresses can reach limit values that contribute to the initiation of hidden internal localized defects and cracks in the system.

KEYWORDS: GRANULAR COMPOSITE, SPHERICAL FILLER, COATED SPHERE, THERMOMECHANICAL MISMATCH, DEFECT FORMATION, HOLLOW SPHERE.

АВТОРИ:

Шевчук Людмила Володимирівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com, тел. +380667153633, Україна, 01010, м. Київ, вул. Бойчука 42, orcid.org/0000-0002-5748-9527.

Заєць Юлія Олександрівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет доцент кафедри вищої математики, e-mail: yzaets@gmail.com, тел. +380979712351, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-5748-9527

AUTHORS:

Shevchuk L. V., Ph.D., National Transport University, tel. +380667153633, Ukraine, 01010, Kyiv, Boychuka str.42, e-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527.

Zaiets Yu. O., Ph. D., National Transport University, tel. +380979712351, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: yzaets@gmail.com, orcid.org/0000-0002-5748-9527.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Гуляєв В.І., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, професор кафедри вищої математики, Київ, Україна.

REVIEWER:

Gaidaichuk V.V., Ph.D., Engineering (Dr.), professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Gulyayev V.I., Ph.D., Engineering (Dr.), professor, National Transport University, professor Department of Mathematics, Kyiv, Ukraine.