УДК 539.3
UDC 539.3
DOI: 10.33744/2308-6645-2024-1-58-203-211

ПЛОСКІ ТА ПРОСТОРОВІ ПЕРІОДИЧНІ ЗГИННІ КОЛИВАННЯ ПОДОВЖЕНИХ КАРБОНОВИХ НАНОТРУБОК

Шлюнь Н.В., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

PLANE AND SPATIAL PERIODIC BENDING VIBRATIONS OF ELONGATED CARBON NANOTUBES

Shlyun N.V., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

Вступ. В останні десятиліття проблеми дослідження хімічних, фізичних та механічних особливостей карбонових нанотрубок (рис.1) набувають все більшу актуальність у зв’язку зі зростаючими перспективами їх прикладного використання.

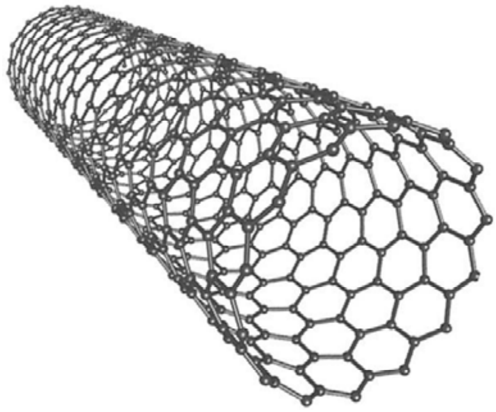

Рисунок 1 – Геометрична схема решітчастої нанотрубки з атомами вуглецю у вузлах
Figure 1 – Geometric scheme of a latticed nanotube with carbon atoms at its nodes

Завдяки тому, що нанотрубки являють собою конструктивні елементи з рекордно високими показниками модуля пружності та міцності, вони привертають до себе все більш високий інтерес з точки зору створення нових матеріалів. До них можна віднести надміцні волокна пряжі та тканини, а також нові армовані ними композити. У зв’язку з цим, теоретичними та експериментальними методами вивчаються особливості механічної поведінки як індивідуальних нанотрубок, так і їх робота в складі композитних структур. При цьому на базі стрижневих моделей зі зведеними параметрами товщини стінки нанотрубки, а також її діаметра, модуля пружності і коефіцієнту Пуассона аналізуються явища їх поздовжнього деформування, вигинання, стійкості та коливань. Поряд з цим, однак, залишаються майже не вивченими питання динаміки подовжених нанотрубок, попередньо напружених поздовжніми силами та крутними моментами. Враховуючи, що у вихідному стані геометрія осьової лінії нанотрубки не завжди визначена й її геометрія, що вимагається, може бути забезпечена за рахунок спеціального попереднього її напруження, можна відмітити, що задачі аналізу динаміки нанотрубок за таких умов являються актуальними.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

В силу відмічених унікальних фізико-механічних властивостей та завдяки значному прикладному використанню, вуглецеві нанотрубки є об’єктом дослідження багатьох наукових колективів. За результатами таких досліджень щорічно публікуються сотні наукових статей, загальна кількість яких складає десятки тисяч.

Серед монографій, які присвячені питанням технологій та механіки нанотрубок, можна відзначити книги [3,5,8,10,12,13,15-17,22,23]. Деяке коло проблем вібрацій, випинання і перехідних динамічних процесів порушені у монографії [6].

Вільні коливання одно-, дво- та тристінних нанотрубок також вивчалися в публікаціях [1,2,4,25]. Результати експериментальних досліджень вільних коливань наведено у роботі [1].

У роботі [18] для аналізу їх коливань використовується теорія оболонок.

Випинання нанотрубок вивчається в статтях [7]. Вібрації та стійкість нанотрубок, що обертаються, аналізувалися у статті [24].

У публікаціях [9,19] досліджувалися коливання композитних структур, що містять нанотрубки.

Як правило, при аналізі динаміки нанотрубок вибираються їх прямолінійні моделі, хоча нерідко при виготовленні вони виявляються викривленими і для надання їм прямолінійної форми потрібно їх попередньо напружити поздовжньою силою розтягу. Крім того, нанотрубки можуть бути переднапружені крутним моментом. Як показано у роботі [11], моди коливань стрижнів, попередньо напружених таким чином, не можуть бути плоскими і містити нерухомі вузлові точки.

Крім того, відзначимо, що відношення довжини нанотрубки до її діаметра може мати значення близько 132000000, а сама довжина доходити до значення 550 мм. У пружних системах, геометрично подібних до таких структур, періодичні згинальні вільні коливання можуть бути реалізовані тільки у формах біжучих кругових циліндричних спіралей, швидкості поширення яких залежать від напрямку руху. Мета нашої роботи полягає в демонстрації цього ефекту на прикладі довгої одностінної карбонової нанотрубки.

Виведення рівнянь термодеформування згинних коливань нанотрубок.

Розглянемо прямолінійну подовжену одношарову нанотрубку кругового перерізу з внутрішнім R_1 і зовнішнім R_2 радіусами її стінки. Введемо систему координат таким чином, щоб початок координат $Oxyz$ збігався з лівим кінцем трубки, а вісь Oz направимо вздовж її осі. На кінцях трубки прикладена поздовжня сила T і крутний момент M_z. Силу T вважаємо додатною, якщо вона є розтягуючою, момент M_z вважаємо додатним, якщо він діє проти ходу годинникової стрілки, дивлячись з кінця осі Oz.

Приймемо, що кут кіральності атомної решітки стінки нанотрубки рівний нулю або $\pi/2$ й її жорсткості при вигинанні та крученні не залежать від напрямів їх дії. Припускаючи, що момент інерції трубки

$$I = \pi(R_2^4 - R_1^4)/4, \tag{1}$$

модуль пружності E матеріалу, сила T і крутний момент M_z задані, обчислимо коливальні процеси, що в ній протікають.

Досліджуємо вільні періодичні коливання нескінченно довгої одностінної карбонової нанотрубки (SWCNT), переднапруженої поздовжньою силою $T = const$ і крутним моментом $M_z = const$. Аналіз проводиться з урахуванням теорії стрижнів Бернулі-Ейлера.

Коливання розглянемо у нерухомій декартовій системі координат $Oxyz$, вісь Oz спрямована вздовж осі SWCNT. Нехай у деформованому стані переміщення осьової лінії SWCNT паралельні осям Ox і Oy, складають $u(z)$ і $v(z)$, відповідно. Для побудови рівнянь руху виділимо елемент SWCNT завдовжки dz і запишемо рівняння динамічної рівноваги приростів згинальних моментів dM_x, dM_y, елементарних моментів $Q_x dz$, $Q_y dz$, перерізуючих сил Q_x, Q_y з плечем dz, моментів $-Tdu$, $-Tdv$, створюваних поздовжньою силою T на приростах du, dv приростів u, v і компонент згинальних моментів $-M_z d(dv/dz)$, $M_z d(du/dz)$, викликаних зміною орієнтації крутного моменту M_z при зміні кутів повороту $d(dv/dz)$, $d(du/dz)$.

Прирівнюючи до нуля суми цих моментів щодо відповідних осей, отримуємо вирази для перерізуючих сил.

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{dM_x}{dz} - T\frac{du}{dz} - M_z\frac{d^2v}{dz^2}, \\ Q_y &= \frac{dM_y}{dz} - T\frac{du}{dz} + M_z\frac{d^2u}{dz^2}. \end{aligned} \tag{2}$$

Моменти M_x, M_y визначаються формулами

$$M_x = EI\frac{d^2u}{dz^2}, \quad M_y = EI\frac{d^2u}{dz^2}, \tag{3}$$

де E – модуль пружності матеріалу нанотрубки, I – момент інерції її перерізу.

Сили інерції, що діють на одиничний елемент трубки вздовж осей Ox і Oy, рівні

$$q_x = -\rho F \frac{d^2 u}{dt^2}, \quad q_y = -\rho F \frac{d^2 v}{dt^2}. \tag{4}$$

Тут ρ – густина матеріалу, F – площа поперечного перерізу трубки, t – час.

Рівняння коливань SWCNT формулюються за допомогою додавання відповідних компонентів приростів сил (2) і сил інерції (4)

$$\begin{aligned} EI\frac{d^4u}{dz^4} - T\frac{d^2u}{dz^2} - M_z\frac{d^3v}{dz^3} + \rho F\frac{d^2u}{dt^2} = 0, \\ EI\frac{d^4v}{dz^4} - T\frac{d^2v}{dz^2} + M_z\frac{d^3u}{dz^3} + \rho F\frac{d^2v}{dt^2} = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Зазначимо, що у зв'язку з переднапруженням SWCNT крутним моментом M_z, рівняння (4) (і переміщення u і v) виявилися пов'язаними.

Плоскі згинні хвилі в нанотрубках, що попередньо напружені поздовжньою силою.

Розглянемо спочатку більш простий випадок, коли нанотрубка переднапружена тільки поздовжньою силою T. Тоді $M_z = 0$ і система (5) розпадається на два непов'язаних рівняння

$$\begin{aligned} EI\frac{d^4u}{dz^4} - T\frac{d^2u}{dz^2} + \rho F\frac{d^2u}{dt^2} = 0, \\ EI\frac{d^4v}{dz^4} - T\frac{d^2v}{dz^2} + \rho F\frac{d^2v}{dt^2} = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Вони допускають розв'язки у вигляді непов'язаних плоских стоячих хвиль (рис.2)

$$\begin{aligned} &1) \quad u(z,t) = A\cos kz \cos ct, \quad v(z,t) = 0, \\ &2) \quad u(z,t) = 0 \qquad v(z,t) = B\cos kz \cos ct \end{aligned} \tag{7}$$

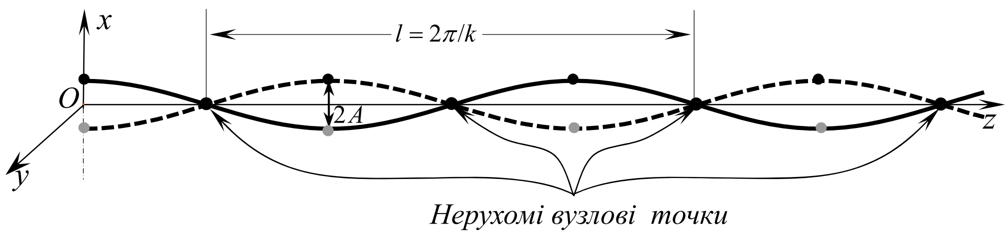

Рисунок 2 – Стояча плоскополяризована згинна хвиля
Figure 2 – Standing plane-polarized bending wave

з нерухомими вузловими точками, де A і B – амплітуди хвиль, k – хвильове число, c – циклічна частота коливань.

Підставляючи (7) у (6), отримаємо значення частот при заданих числах k

$$c_{1,2} = \pm\frac{k}{\sqrt{\rho F}}\sqrt{EIk^2 + T}. \tag{8}$$

Поряд з розв'язками (7) система (6) має також розв'язок у вигляді біжучих згинних хвиль

$$\begin{aligned} &1) \quad u(z,t) = A\cos(kz - ct)\cos ct, \quad v(z,t) = 0, \\ &2) \quad u(z,t) = 0 \qquad v(z,t) = B\cos(kz - ct) \end{aligned} \tag{9}$$

з рухомими вузловими точками і з тими ж значеннями частот (8). Схема такої хвилі показана на рис. 3.

Залежно від знаку частоти c хвиля переміщується в додатному або від'ємному напрямі осі Oz з однаковою швидкістю

$$\alpha = \pm c/k. \tag{10}$$

Відмітимо, що наведені перетворення мають сенс тільки при додатних T, коли стрижень розтягнений і його рівновага стійка.

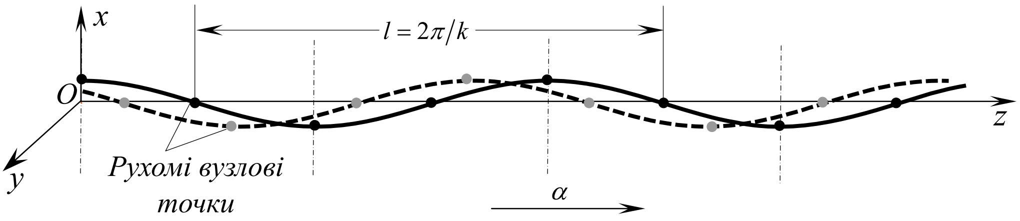

Рисунок 3 – Біжуча плоскополяризована згинна хвиля
Figure 3 – Running plane-polarized bending wave

Спіральні згинні хвилі в нанотрубках, що попередньо напружені поздовжньою силою та крутним моментом.

Якщо нанотрубка переднапружена також і крутним моментом M_z, то форма її коливань, що описується рівняннями (5), суттєво ускладняється, оскільки вона не допускає розв'язків у вигляді плоских хвиль (7) або (9) з нерухомими чи рухомими вузловими точками як для трубок скінченної, так і необмеженої довжини.

Дійсно, навіть для трубки обмеженої довжини L на двох опорах за допомогою безпосередньої найпростішої підстановки

$$u(z,t) = A\sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right)\sin\omega t,\qquad v(z,t) = B\cos\left(\frac{m\pi z}{L}\right)\sin\omega t, \tag{11}$$

(тут m - ціле, ω - частота), можна переконатися, що точки її осьової лінії не можуть коливатися з однією фазою й у одній площині.

Крім того, вони не можуть коливатися і за просторовими модами

$$u(z,t) = A\sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right)\sin\omega t,\qquad v(z,t) = B\sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right)\sin\omega t, \tag{12}$$

з утворенням нерухомих точок на осі Oz.

Аналогічні міркування справедливі і для нескінченних трубок, переднапружених крутним моментом M_z. Тому для таких трубок періодичні гармонічні розв'язки рівнянь (5) формулюватимуться у вигляді циліндричних спіральних біжучих хвиль

$$u(x,t) = A\cos(kz - \omega t),\qquad v(z,t) = B\sin(kz - \omega t), \tag{13}$$

що взагалі не мають вузлових точок.

Тут A і B – амплітуди хвиль, k – хвильове число, що визначає довжину хвилі

$$\lambda = 2\pi/k. \tag{14}$$

При цьому швидкість поширення хвилі у позитивному напрямку осі Oz рівна

$$\alpha = \omega/k. \tag{15}$$

Підставляючи (13) у рівняння (5), отримаємо однорідну систему алгебраїчних рівнянь

$$\left(EIk^4 + Tk^2 - \rho F\omega^2\right)A + M_z k^3 B = 0,\qquad M_z k^3 A + \left(EIk^4 + Tk^2 - \rho F\omega^2\right)B = 0. \tag{16}$$

Вона має нетривіальний розв'язок, коли визначник матриці коефіцієнтів при A і B дорівнює нулю. З цієї умови випливає характеристичне (дисперсійне рівняння)

$$\left(EIk^4 + Tk^2 - \rho F\omega^2\right)^2 - \left(M_z k^3\right)^2 = 0. \tag{17}$$

Це рівняння розпадається на два біквадратні рівняння нижчого степеня

$$EIk^4 + Tk^2 - \rho F\omega^2 + M_z k^3 = 0,$$
$$EIk^4 + Tk^2 - \rho F\omega^2 - M_z k^3 = 0, \tag{18}$$

які пов'язують хвильове число k та кругову частоту ω. Ця система має два корені для кругових частот $\omega_{1,2}$, що визначаються дисперсійною рівністю

$$\omega_{1,2} = \pm\frac{k}{\sqrt{\rho F}}\sqrt{EIk^2 + M_z k + T}, \tag{19}$$

і два корені рівняння

$$\omega_{3,4} = \pm\frac{k}{\sqrt{\rho F}}\sqrt{EIk^2 - M_z k + T}\ . \tag{20}$$

Щоб визначити форми спіралей (13), підставимо корені (19), (20) у рівняння (16) та обчислимо відношення A/B.

Для кореня ω_1 має місце рівність

$$\frac{A_1}{B_1} = \frac{M_z k^3}{M_z k^3} = 1. \tag{21}$$

З рівностей (13) випливає, що оскільки $A_1 = B_1$, при коливаннях з цією частотою всі елементи стрижня рухаються круговими траєкторіями в напрямку проти ходу годинникової стрілки, якщо дивитися з кінця осі Oz, з фазами, зміщеними на величину $k\Delta z$. Хвиля, сформована в результаті такого руху, являє собою кругову циліндричну правогвинтову спіраль, яка зміщується в позитивному напрямку осі Oz (рис. 4) зі швидкістю

$$\alpha_1 = \omega_1/k. \tag{22}$$

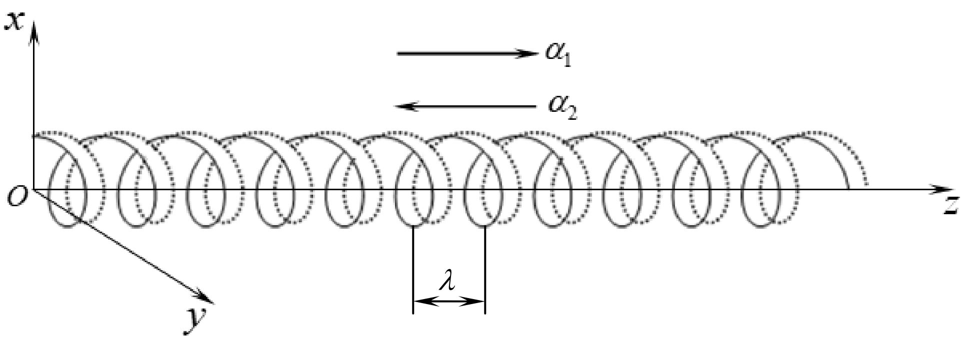

Рисунок 4 – Згинна біжуча хвиля у формі правої спіралі
Figure 4 – Bending traveling wave in the form of a right spiral

Аналогічне значення має відношення

$$\frac{A_2}{B_2} = 1 \tag{23}$$

для негативного кореня ω_2. Тому для нього хвиля теж правогвинтова, але рухається в негативному напрямку з тією самою швидкістю.

Для коренів ω_3 і ω_4

$$\frac{A_3}{B_3} = \frac{A_4}{B_4} = -1, \tag{24}$$

тому спіралі (13) виявляються лівогвинтовими (рис.5),
які переміщаються зі швидкістю

$$\alpha_3 = |\alpha_4| = \omega_3/k, \tag{25}$$

відповідно, у позитивному та негативному напрямках.

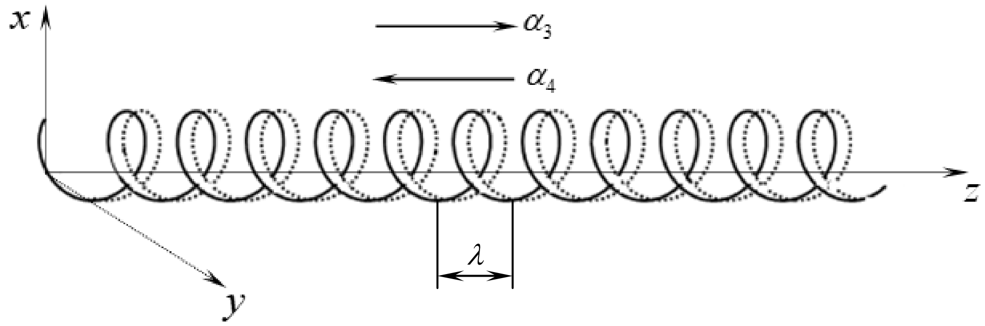

Рисунок 5 – Згинна біжуча хвиля у формі лівої спіралі
Figure 5 – Bending traveling wave in the form of a left spiral

Знаючи кругові частоти ω_i $\left(i=\overline{1,4}\right)$, можна обчислити значення фазових швидкостей

$$\alpha_{1,2}=\pm\frac{1}{\sqrt{\rho F}}\sqrt{EIk^2+M_zk+T},$$
$$\alpha_{3,4}=\pm\frac{1}{\sqrt{\rho F}}\sqrt{EIk^2-M_zk+T}. \tag{26}$$

Характер поширення спіральних хвиль суттєво залежить від параметрів EI і T. При позитивному M_z, фазова швидкість поширення правогвинтової спіралі у позитивному напрямі зростає зі збільшенням цих параметрів. Надання величині T негативного значення призводить до вигинання трубки. Якщо $M_z \geq \left(EIk^2+T\right)/k$, то, відповідно до рівності (26) для $\alpha_{3,4}$, ця область зміни M_z є зоною непропускання згинальних хвиль даного виду.

У результаті можна зробити висновок, що при одному і тому ж кроці λ та обраному напрямку моменту M_z, згинні гармонічні хвилі можуть поширюватися у формах правої та лівої циліндричної спіралей у позитивному та негативному напрямках з двома різними за модулем фазовими швидкостями $\alpha_1(\lambda)$ і $\alpha_3(\lambda)$. Для кожної з цих хвиль характер дисперсійних кривих залежить від значень згинальної жорсткості EI, крутного моменту M_z та розтягуючої сили T.

Відмітимо, що рівняння (5) допускають також розв’язки у формі стоячих спіральних хвиль з тими ж хвильовими числами k та круговими частотами ω. Завдяки цьому, можливі також і суперпозиції біжучих та стоячих хвиль, які являють собою біжучі пульсуючі спіральні хвилі.

Важливою особливістю розглянутих динамічних процесів є те, що, на відміну від гармонійних хвиль у нескінченному пружному середовищі та поздовжніх хвиль кручення в SWCNTs, швидкості яких не залежать від їх довжини і тому вони є недиспергуючими, згинальні хвилі даного типу є диспергуючими. Це пов'язано з тим, що хвильове число k та кругова частота ω пов'язані нелінійними залежностями (19) та (21). Тому хвилі з різними довжинами λ поширюються з різними швидкостями (26). Це призводить до того, що в розглянутих умовах вільними стаціонарними згинними хвилями в SWCNTs можуть бути тільки циліндричні спіральні хвилі. У нескінченному пружному середовищі будь-яка поздовжня або зсувна хвиля довільного профілю може бути стаціонарною. Такі властивості мають довільні поздовжні хвилі і хвилі кручення в нескінченних SWCNTs.

Висновки

1. На базі математичних моделей в теорії пружних стрижнів Бернулі-Ейлера проведене математичне моделювання періодичних згинних рухів необмежених карбонових нанотрубок, попередньо напружених поздовжніми силами та крутними моментами. Сформульовані розв’язувальні диференціальні рівняння з частинними похідними, виконаний їх дисперсійний аналіз, в замкненій формі побудовані періодичні розв’язки.

2. Проілюстровано, що якщо нанотрубка попередньо напружена тільки поздовжньою силою, то її вільні коливання можуть відбуватися у формі періодичних за довжиною плоских стоячих або біжучих хвиль з нерухомими чи рухомими вузловими точками. Побудовані вирази для значень циклічних частот цих хвиль та фазових швидкостей їх поширення.

3. У випадках, коли нанотрубка переднапружена тільки крутним моментом або моментом та поздовжньою силою, загальний порядок системи розв'язувальних рівнянь подвоюється й їх розв'язок ускладняється. Встановлено, що періодичні рухи у формі стоячих і біжучих хвиль припиняють бути плоскими та набувають вигляд лівих або правих спіралей. Оскільки дисперсійне рівняння, що пов'язує частоту коливань та хвильове число, має одні і ті ж розв'язки для стоячих та біжучих хвиль, виявилось можливим будувати комбіновані періодичні рухи нанотрубок у формі лівих та правих біжучих пульсуючих спіралей, що поширюються в прямому та зворотному напрямах з різними швидкостями.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Arthur W. Barnard, Mian Zhang, Gustavo S. Wiederhecker et al. Real time vibrations of a carbon nanotube. Nature, 2019, 566, 89-93.

2. Besley N.A. Vibrational analysis of carbon nanotube based nanomechanical resonators. The Journal of Physical Chemistry C. 124, 30, 2020, 16714-16721. Doi.org/10.1021/acs.jpcc. 0c04998.

3. Bhushan B. (ed). Handbook of Nanotechnology. Springer, Berlin, 2004.

4. Dmitriev S.V., Sunagatova I.R., Ilgamov M.A., Pavlov I.S., Natural frequencies of bending vibrations of carbon nanotubes. Technical Physics. 2022, 67, 7-13.

5. Dresselhaus M.S., Avouris P. Carbon Nanotubes: Synthesis, Structures, Properties and Application. Springer, Berlin, 2001.

6. Elishakoff I., Dujat K., Muscolino G. et al. Carbon Nanotubes and Nanosensors: Vibration, Buckling and Ballistic Impact. John Willey & Sons. 2013. Doi.org/10.1002/9781118562000.

7. Elishakoff I., Pentaras D. Buckling of a double-walled carbon nanotube. Advanced Science Letters, 2009, 2(3). Doi.org/10.1166/asl.2009.1061.

8. Gdoutos E.E. (ed). Fracture of Nano and Engineering Materials and Structures. Springer, Berlin, 2007.

9. Giovanni Formica, Walter Lacarbonara, Roberto Alessi. Vibrations of carbon nanotube-reinforced composites. Journal of Sound and Vibration 329, 2010, 1875-1889.

10. Goddard W.A. et al. Handbook of Nanoscience, Engineering, and Technology. CRC, Boca Raton, 2003.

11. Gulyayev V., Glazunov S., Glushakova O., Vashchilina E., Shevchuk L., Shlyun N., Andrusenko E. Modelling Emergency Situations in the Drilling of Deep Boreholes. Cambridge Scholars Publishing. 2019.

12. Gutkin M.Yu., Ovid'ko V.A. Physical Mechanics of Deformable Nanostructures. Yanus Publishers, St. Petersburg, 2003.

13. Guz A.N., Rushchitsky J.J., Guz I.A. Introduction to Mechanics of Nanocomposites. S.P. Timoshenko Institute of Mechanics. Kiev, 2010.

14. Hiroyuki Shima. Buckling of carbon nanotubes: A state of the art review. Materials (Basel), Jan. 2012, 5(1), 47-84. Doi.org/10.3390/ma5010049.

15. Jiji Abraham, Sabu Tomas, Handakumar Kalarrical (editors). Handbook of Carbon Nanotubes. Springer Link. 2020.

16. Lixing Dai and Jun Sun. Mechanical properties of carbon nanotubes-polymer composites. Current progress of their Polymer Composites. Edited by Mohamed Reda Berber and Inas Hazzaa Hafez.2016. DOI: 10.5772/62635.

17. Mohamed Berber, Inas Hazzaa Hafer. Carbon Nanotubes: Current Progress of their Polymer Composites. BoD-Books on Demand, 2016.

18. Muzamal Hussain, M. Nawaz Naeem, Aamir Shahzad et al. Vibrational behavior of single-walled carbon nanotubes based on cylindrical shell model using wave propagation approach. AIP Advances 7, 045114, 2017. Doi.org/10.1063/1.4979112.

19. Omer Civalek, Shahriar Dastjerdi, Seref D. Akbas, Bekir Akgoz. Vibration analysis of carbon nanotube-reinforced composite microbeams. Mathematical Methods in the Applied Sciences. First published: 05 January 2021. Doi.org/10.1002/mma.7069.

20. Pentaras D., Elishakoff I. Free vibration of triple-walled carbon nanotubes. Acta Mechanica. 2011, 221, 239-249. Doi.org/10.1007/s00707-011-0496-9.

21. Ru C.Q. Axially compressed buckling of a doublewalled carbon nanotube embedded in an elastic medium. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. June 2001, V.49, Issue 6, 1265-1279. Doi.org/10.1016/S0022-5096(00)00079-X.

22. Sacedeh Rafiei. Foundations of Nanotechnology, Volume Three: Mechanics of Carbon Nanotubes. Apple Academic Press Inc. Canada. 2021.

23. Torkaman – Asadi M.A., Rahmanian M., Firouz – Abadi R.D. Free vibrations and stability of high-speed rotating carbon nanotudes partially resting on Winkler foundations. Composite Structures. 2015, 126, 52-61. Doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.02.037

REFERENCES

1. Arthur W. Barnard, Mian Zhang, Gustavo S. Wiederhecker et al. Real time vibrations of a carbon nanotube. Nature, 2019, 566, 89-93.
2. Besley N.A. Vibrational analysis of carbon nanotube based nanomechanical resonators. The Journal of Physical Chemistry C. 124, 30, 2020, 16714-16721. Doi.org/10.1021/acs.jpcc. 0c04998.
3. Bhushan B. (ed). Handbook of Nanotechnology. Springer, Berlin, 2004.
4. Dmitriev S.V., Sunagatova I.R., Ilgamov M.A., Pavlov I.S., Natural frequencies of bending vibrations of carbon nanotubes. Technical Physics. 2022, 67, 7-13.
5. Dresselhaus M.S., Avouris P. Carbon Nanotubes: Synthesis, Structures, Properties and Application. Springer, Berlin, 2001.
6. Elishakoff I., Dujat K., Muscolino G. et al. Carbon Nanotubes and Nanosensors: Vibration, Buckling and Ballistic Impact. John Willey & Sons. 2013. Doi.org/10.1002/9781118562000.
7. Elishakoff I., Pentaras D. Buckling of a double-walled carbon nanotube. Advanced Science Letters, 2009, 2(3). Doi.org/10.1166/asl.2009.1061.
8. Gdoutos E.E. (ed). Fracture of Nano and Engineering Materials and Structures. Springer, Berlin, 2007.
9. Giovanni Formica, Walter Lacarbonara, Roberto Alessi. Vibrations of carbon nanotube-reinforced composites. Journal of Sound and Vibration 329, 2010, 1875-1889.
10. Goddard W.A. et al. Handbook of Nanoscience, Engineering, and Technology. CRC, Boca Raton, 2003.
11. Gulyayev V., Glazunov S., Glushakova O., Vashchilina E., Shevchuk L., Shlyun N., Andrusenko E. Modelling Emergency Situations in the Drilling of Deep Boreholes. Cambridge Scholars Publishing. 2019.
12. Gutkin M.Yu., Ovid'ko V.A. Physical Mechanics of Deformable Nanostructures. Yanus Publishers, St. Petersburg, 2003.
13. Guz A.N., Rushchitsky J.J., Guz I.A. Introduction to Mechanics of Nanocomposites. S.P. Timoshenko Institute of Mechanics. Kiev, 2010.
14. Hiroyuki Shima. Buckling of carbon nanotubes: A state of the art review. Materials (Basel), Jan. 2012, 5(1), 47-84. Doi.org/10.3390/ma5010049.
15. Jiji Abraham, Sabu Tomas, Handakumar Kalarrical (editors). Handbook of Carbon Nanotubes. Springer Link. 2020.
16. Lixing Dai and Jun Sun. Mechanical properties of carbon nanotubes-polymer composites. Current progress of their Polymer Composites. Edited by Mohamed Reda Berber and Inas Hazzaa Hafez.2016. DOI: 10.5772/62635.
17. Mohamed Berber, Inas Hazzaa Hafer. Carbon Nanotubes: Current Progress of their Polymer Composites. BoD-Books on Demand, 2016.
18. Muzamal Hussain, M. Nawaz Naeem, Aamir Shahzad et al. Vibrational behavior of single-walled carbon nanotubes based on cylindrical shell model using wave propagation approach. AIP Advances 7, 045114, 2017. Doi.org/10.1063/1.4979112.
19. Omer Civalek, Shahriar Dastjerdi, Seref D. Akbas, Bekir Akgoz. Vibration analysis of carbon nanotube-reinforced composite microbeams. Mathematical Methods in the Applied Sciences. First published: 05 January 2021. Doi.org/10.1002/mma.7069.
20. Pentaras D., Elishakoff I. Free vibration of triple-walled carbon nanotubes. Acta Mechanica. 2011, 221, 239-249. Doi.org/10.1007/s00707-011-0496-9.
21. Ru C.Q. Axially compressed buckling of a doublewalled carbon nanotube embedded in an elastic medium. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. June 2001, V.49, Issue 6, 1265-1279. Doi.org/10.1016/S0022-5096(00)00079-X.
22. Sacedeh Rafiei. Foundations of Nanotechnology, Volume Three: Mechanics of Carbon Nanotubes. Apple Academic Press Inc. Canada. 2021.
23. Torkaman – Asadi M.A., Rahmanian M., Firouz – Abadi R.D. Free vibrations and stability of high-speed rotating carbon nanotudes partially resting on Winkler foundations. Composite Structures. 2015, 126, 52-61. Doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.02.037

РЕФЕРАТ

Шлюнь Н.В. Плоскі та просторові періодичні згинні коливання подовжених карбонових нанотрубок / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий, науково-виробничий журнал. – К.: НТУ, 2024. – Вип. 1 (58).

Досліджені процеси поширення плоских та просторових періодичних згинних хвиль у подовжених карбонових нанотрубках, переднапружених поздовжніми силами та крутними моментами. Використовуючи зведені параметри геометрії та механіки нанотрубок, сформульовані диференціальні рівняння з частинними похідними їх вільних поперечних коливань для випадків переднапружень, що розглядались. Показано, що у першому випадку вільні коливання нанотрубки описуються одним рівнянням четвертого порядку, у другому − системою двох зв'язаних рівнянь загального восьмого порядку. Побудовані розв'язки цих рівнянь у замкнених формах. Встановлено, що якщо нанотрубка переднапружена тільки поздовжньою силою, то її вільні періодичні рухи реалізуються у формах стоячих або біжучих плоских гармонічних хвиль. При її переднапруженні крутним моментом форми її коливань мають вигляд стоячих або біжучих, лівих або правих кругових циліндричних спіралей.

Актуальність теми виконаних досліджень пов'язана з надзвичайно високими показниками фізико-механічних властивостей нанотрубок та недостатнім рівнем їх вивчення. В науковій літературі практично відсутні результати аналізу їх хвильових коливань.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: КАРБОНОВІ НАНОТРУБКИ, ПЕРЕДНАПРУЖЕНИЙ СТАН, ДИІЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ, ПРУЖНІ КОЛИВАННЯ, ПЛОСКІ ХВИЛІ, СПІРАЛЬНІ ХВИЛІ.

ABSTRACT

Shlyun N.V Plane and spatial periodic bending vibrations of elongated carbon nanotubes. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific, scientific and industrial journal. – K.: NTU, 2024. – Issue 1 (58).

The processes of planar and spatial periodic bending vibration in elongated carbon nanotubes prestressed by axial forces and torques have been investigated. With the use of effective parameters of geometry and mechanics, differential equations of their elastic transverse dynamics for the considered prestresses are constructed. It is shown, that in the first case, the free vibrations of the nanotube are described by a fourth order differential equation, in the second case – the order of the equation order enlarges to eight. The solutions of these equations are built in closed form. It is established that if the nanotube is prestressed only by a longitudinal force, then its free periodic motions can be realized only in the form of planar standing and running harmonic waves. When it is prestressed by a torque, the modes of its vibrations are standing or running, left and right circular cylindrical helixes.

Topicality of the performed investigation is associated with very high mechanical properties of the carbon nanotubes and low level of their investigation.

KEY WORDS: CARBON NANOTUBES, PRESTRESSED STATES, DIFFERENTIAL EQUATIONS, ELASTIC OSCILLATIONS, PLANAR WAVES, HELIX WAVES.

АВТОР:

Шлюнь Наталія Володимирівна, кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, доцент, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0003-1040-8870.

AUTHOR:

Shlyun N.V., Ph.D., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, orcid.org/0000-0003-1040-8870

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Мейш Ю.А., доктор технічних наук, професор, Національний університету біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна., В.о.завідувача кафедри вищої і прикладної математики, Київ, Україна.

Аль-Амморі А.Н., доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри інформаційно-аналітичної діяльності та інформаційної безпеки, Київ, Україна.

REVIEWERS:

Meish Yu.A., Dr. Sc. (Engineering), Professor, The National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Head of Department of Higher and Applied Mathematics, Kyiv, Ukraine.

Al-Ammori A.N., Dr. Sci., (Engineering), Professor, National Transport University, Head of Department of Information Analysis and Information Security, Kyiv, Ukraine.